







HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXXII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXV.

HISTORIE

LA GAZETTE

ROYALE

DES GAZETTES

DE LA

ROYAUME

DE FRANCE

PARIS

1777

1778

1779

1780

1781

1782

1783

1784

1785

1786

1787

1788

1789



T A B L E P O U R L' H I S T O I R E.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

<i>SUR un Systeme de l'Aurore Boréale.</i>	Page 1
--	--------

A N A T O M I E.

<i>Sur les Hidropisies enkistées dans les Poumons & dans le Foye.</i>	25
<i>Observations Anatomiques.</i>	28

C H I M I E.

<i>Sur les Astringents & les Caustiques.</i>	39
<i>Sur les Bouillons de Poisson, les Os des Animaux, &c.</i>	45
<i>Sur le Tartre soluble.</i>	47
<i>Sur le Sel de la Chaux.</i>	50
<i>Sur le Borax, & sur des Expériences nouvelles de ce Sel.</i>	52
<i>Observation Chimique.</i>	54

B O T A N I Q U E.

G É O M É T R I E.

<i>Sur les Courbes de poursuite.</i>	56
--------------------------------------	----

T A B L E.

<i>Sur une espece de Courbes décrites sur la surface d'une Sphere.</i>	60
<i>Sur les Lignes du quatrième ordre.</i>	63

A S T R O N O M I E.

<i>Sur la Parallaxe de la Lune.</i>	72
<i>Sur la Rotation de Venus.</i>	73
<i>Sur les Satellites de Jupiter.</i>	77

C H R O N O L O G I E. 94

O P T I Q U E. 95

M E C H A N I Q U E.

<i>Sur la Comparaison des Forces de la Pesanteur & de la Percussion.</i>	100
<i>Sur une nouvelle Machine pour mesurer la vitesse des Eaux courantes.</i>	103
<i>Sur le mouvement ou la dépense des Eaux.</i>	107
<i>Sur l'Attraction Newtonienne.</i>	112
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1732.</i>	117

<i>Eloge de M. Chirac.</i>	120
<i>Eloge de M. le Chevalier de Louville.</i>	131





T A B L E

P O U R

L E S M E M O I R E S.

SUR de nouvelles Courbes auxquelles on peut donner le nom de LIGNES DE POURSUITE. Par M. BOUGUER.
Page 1

Sur les Courbes de poursuite. Par M. DE MAUPERTUIS.
15

Suite de l'Examen chimique des Chairs des Animaux, ou de quelques-unes de leurs parties, auquel on a joint l'analyse chimique du Pain. Par M. GEOFFROY.
17

Dissertation sur les moyens dont on s'est servi, & dont on se sert presentement pour arrêter les Hémorragies causées par l'ouverture des Veines & des Arteres dans les Playes. Par M. PETIT le Médecin.
31

Sur la Parallaxe de la Lune. Par M. GODIN.
51

Suite de l'anatomie de la Poire. Troisième Partie. Par M. DU HAMEL.
64

Des deux inégalités du quatrième Satellite de Jupiter. Par M. MARALDI.
95

Recherches sur le mouvement des Eaux. Par M. COUPLET.
113

Second Mémoire sur la Teinture des Pierres. Par M. DU FAY.
169

Description & Usage d'un Métrometre, ou Machine pour battre
* *iii*

T A B L E.

les Mesures & les Temps de toutes sortes d'Airs. Par M.
D'ONZEMBRAY. 182

De la révolution de Venus autour de son axe. Par M. CASSINI.
197

*Dissertation sur l'Amputation, où l'on déduit les différents moyens
dont on s'est servi pour faire cette opération, & pour arrêter
le sang des Arteres, depuis Hyppocrate jusqu'à la fin du Siècle
dernier.* Par M. PETIT le Médecin. 215

Probleme sur les E'picycloïdes sphériques. Par M. BERNOULLI,
Professeur de Mathématique à Bâle. 237

Solution du même Probleme, & de quelques autres de cette espece.
Par M. DE MAUPERTUIS. 255

*Observation de deux Hydropisies enkistées des Poumons, accom-
pagnées de celle du Foye.* Par M. MALOET. 260

*Manière de déterminer la nature des Roulettes formées sur la
superficie convexe d'une Sphere, & de déterminer celles qui sont
géométriques, & celles qui sont rectifiables.* Par M. NICOLE.
271

Des E'picycloïdes sphériques. Par M. CLAIRAUT. 289

*Observations Mathématiques & Physiques, faites dans un Voyage
de Levant en 1731 & 1732.* Par M. DE LA
CONDAMINE. 295

Des différentes manières de rendre le Tartre soluble. Par M.^{rs}
DU HAMEL & GROSSE. 323

Sur les Loix de l'Attraction. Par M. DE MAUPERTUIS. 343

*Description d'une Machine pour mesurer la vitesse des Eaux cou-
rantes, & le sillage des Vaisseaux.* Par M. PITOT. 363

*Construction d'une nouvelle Boussole, dont l'Aiguille donne par
une seule & même opération, l'Inclinaison & la Déclinaison
de l'Aimant, avec plus de précision & plus de facilité que ne
font les Instruments employés jusqu'à présent.* Par M. BUACHE.
377

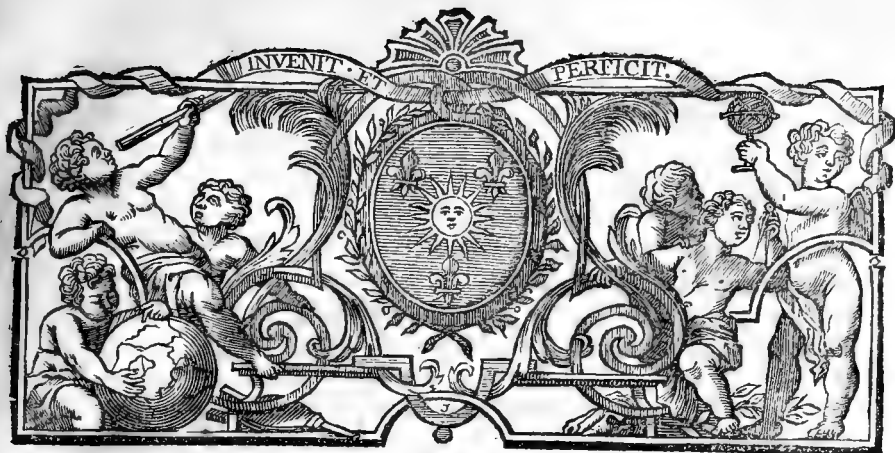
T A B L E.

<i>Manière de trouver des Courbes algébriques & rectifiables sur la surface d'un Cone.</i> Par M. CLAIRAUT.	385
<i>Second Mémoire sur la manière d'arrêter les Hémorragies, contenant deux Observations qui prouvent que le Sang s'arrête par un caillot.</i> Par M. PETIT.	388
<i>Nouvelles Expériences sur le Borax, avec un moyen facile de faire le Sel Sédatif, & d'avoir un Sel de Glauber, par la même opération.</i> Par M. GEOFFROY.	398.
<i>Sur la seconde Inégalité des Satellites de Jupiter.</i> Par M. GRANDJEAN.	419
<i>Sur quelques accidents remarquables dans les Organes de la circulation du Sang.</i> Par M. MORAND.	428
<i>Solution d'un Probleme de Géométrie.</i> Par M. CLAIRAUT.	435
<i>Solution du même Probleme.</i> Par M. NICOLE.	437
<i>Solution de deux Problemes de Géométrie.</i> Par M. DE MAUPERTUIS.	442
<i>Autre Solution du Probleme de M. Cramer.</i> Par M. CAMUS.	446
<i>De la Méridienne de l'Observatoire.</i> Par M. CASSINI.	452
<i>Des Nœuds & de l'Inclinaison de l'Orbe du troisième Satellite à l'égard de l'Orbe de Jupiter.</i> Par M. MARALDI.	471
<i>Observation de l'Eclipse totale de la Lune du premier Décembre de cette année 1732. faite à l'Observatoire Royal de Paris.</i> Par M. CASSINI.	481
<i>Observation de l'Eclipse totale de Lune du 1 Décembre 1732, faite à Paris. Et Comparaison de cette Observation à celles qui ont été faites à MADRID, à SEVILLE & à CHANDERNAGOR au Royaume de Bengale. D'où résulte la</i>	

T A B L E.

<i>différence des Méridiens entre Paris & ces Villes.</i> Par M. GODIN.	484
<i>Observations Météorologiques faites pendant l'année 1732.</i> Par M. MARALDI.	494
<i>RÉPONSE aux Remarques qui ont été faites dans le Journal Historique de la République des Lettres sur le Traité DE LA GRANDEUR ET DE LA FIGURE DE LA TERRE.</i> Par M. CASSINI.	497





HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXXII.

PHISIQUE GENERALE.

*SUR UN SYSTEME
DE L'AUORE BOREALE.*



OUS mettons en cette année 1732 un Livre de M. de Mairan, intitulé *Traité Phisque & Historique de l'Aurore Boréale, Suite des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, année 1731*, parce qu'il parut avec le Volume de 1731, qui étoit destiné à paroître en 1732.

Depuis 1716 jusqu'en 1731, inclusivement l'un & l'autre,
Hist. 1732. A

il ne s'est passé aucune année où l'Aurore Boréale n'ait été vûe en differents lieux de l'Europe, quelquefois aussi en Amérique. Ce n'est pas qu'elle ait cessé depuis 1731, elle continue toujours, & jusqu'en 1733 où nous écrivons ceci, mais M. de Mairan a été obligé de se renfermer dans des bornes, pour avoir devant lui un nombre de matériaux fixe & déterminé, c'est-à-dire toutes les observations que quinze années de suite lui ont pû fournir, tant des siennes propres, que de celles qu'il a eu soin de ramasser de toutes parts. Il s'est porté à ce travail avec d'autant plus d'ardeur, qu'ayant entrevû depuis assés long-temps une explication du Phénomène singulière & hardie, il trouvoit que les faits sembloient se conformer toujours de plus en plus à cette idée.

Nous ne répéterons point ici les descriptions d'Aurores Boréales répandues dans tous nos Volumes depuis 1716. On pourroit les distribuer en différentes Classes selon la variété, ou plutôt, ainsi que le juge M. de Mairan, selon la pluralité des circonstances, car il croit qu'une grande Aurore Boréale bien complete, telle que celle du 19 Octobre 1726, qui eut le Segment circulaire obscur à l'Horison, les Arcs lumineux au dessus, les Colonnes ou Jets de lumière qui s'en élevoient, une étendue qui embrassoit tout l'Horison, des flocons ou petits nuages lumineux semés dans tout le Ciel, des Ondulations, des Rayons, des Arcs dirigés au Zénit sans aller jusque là, & qui y laissoient un espace vuide en forme de Couronne ou de Coupole, &c. contient en quelque sorte toutes les autres Aurores Boréales moindres, qui ne sont que celle là tronquée & mutilée de quelques parties par une rencontre moins favorable des causes Phisiques.

Pour rendre ici les explications plus simples, nous nous en tiendrons à une Aurore Boréale moyenne, qui aura le Segment obscur à l'Horison, avec un Arc lumineux au dessus, & tout au plus quelques Jets ou Colonnes de lumière; tout le reste sera réservé à l'ouvrage original, qui ne laissera rien à desirer sur l'exactitude & la précision de ces détails, quoiqu'assés compliqués.

L'Aurore Boréale ordinaire ou moyenne, peu & mal observée, a pû paroître un Météore formé dans l'Atmosphère terrestre, comme les Eclairs, les Etoiles tombantes, les Feux volants. Mais quand on est venu à faire réflexion sur la grande fréquence de ce Phénomene, sur son apparition attachée à certaines Saisons de l'année presque exclusivement aux autres, sur sa place toujours marquée au Nord, seulement même sur sa magnificence, quand il est ce que nous appelons *complet*, il a été difficile de croire que ce ne fût qu'un simple Météore fortuit, qui ne tînt pas essentiellement à la constitution générale du Monde, ou de tout notre Systeme Solaire, en un mot, qui ne fût pas *cosmique*. Mais comment un Météore sera-t-il cosmique? ce sont deux idées qui paroissent s'exclure, & que M. de Mairan a trouvé le secret d'allier. Par là l'Aurore Boréale tiendra un milieu entre les purs Météores & les purs phénomènes cosmiques, tels que tous ceux de l'Astronomie, & cette disposition semble être assés du génie de la Nature.

Nous avons parlé en 1706 * de la Lumière Zodiacale * p. 119. découverte en 1683 par feu M. Cassini, & maintenant fort connue de tout le monde. Elle ne peut être formée que par une Atmosphère qui environne le Soleil jusqu'à une certaine distance, & nous en réfléchit les rayons, ou bien est lumineuse par elle-même. Si cette Atmosphère Solaire vient à rencontrer notre Atmosphère terrestre, il est certain qu'elle y répandra de la lumière. Mais les deux Atmosphères se rencontrent-elles? On n'imagine pas naturellement que l'Atmosphère du Soleil puisse s'étendre jusqu'à la Terre, c'est-à-dire à 33 millions de Lieues, & d'un autre côté on ne donne ordinairement à l'Atmosphère de la Terre que 15 ou 20 Lieues de hauteur.

La Lumière Zodiacale, toujours vûë de côté, & seulement par le bout d'une de ses moitiés, horsmis dans les Eclipses totales de Soleil, où elle est vûë autour de lui comme une chevelure rayonnante, a toujours une figure décroissante & pointue, dont la base doit être dans le corps du Soleil, & la pointe se termine à quelque endroit du Zodiacque. Cette

pointe n'est pas son extrémité réelle, mais seulement celle qui peut nous être encore visible. La distance en degrés de cette pointe visible jusqu'au centre du Soleil donne pour le moins l'étendue de l'Atmosphère Solaire. Si cette distance étoit de 28 degrés, comme celle de Mercure dans ses plus grandes digressions ou élongations du Soleil, il est évident que l'Atmosphère Solaire s'étendrait jusqu'à l'Orbite de Mercure, & dans la supposition de 48 degrés, qui font l'élongation de Venus, elle irait jusqu'à l'Orbite de Venus, & dans la supposition de 90 degrés, il est démontré qu'elle va jusqu'à l'Orbite de la Terre. Or la pointe de la Lumière Zodiacale, quelquefois observée à beaucoup moins de 90 degrés du Soleil, l'a été aussi & à 90 & à plus de 100, d'où il résulte sans difficulté que l'Atmosphère Solaire peut, étant toujours visible, aller jusqu'à l'Orbite de la Terre, & au de-là, même assés considérablement.

Par les grandes inégalités d'étendue de la Lumière Zodiacale, on voit que l'Atmosphère Solaire, qui les doit avoir aussi, est sujette à de grandes variations, non pas seulement apparentes, mais réelles.

Quant à l'Atmosphère terrestre, il est bien sûr que de quelque petite étendue qu'elle fût, il y auroit des temps où l'Atmosphère Solaire la rencontreroit nécessairement; mais outre qu'il faudroit attendre ces temps-là, qui seroient ceux d'une assés grande étendue de l'Atmosphère Solaire, le phénomène des Aurores Boréales demande que l'Atmosphère terrestre ait beaucoup plus d'étendue ou de hauteur que l'on ne croit communément. M. de Mairan ayant choisi entre différentes observations faites en des lieux peu éloignés en longitude, & le plus qu'il a été possible en latitude, celles où le même point d'une Aurore Boréale, comme le sommet de l'Arc lumineux avoit été vû en même temps, a conclu de la différente élévation où il avoit été vû sur l'horison, ou de sa parallaxe, la hauteur réelle où il devoit être au dessus de la surface de la Terre, & par plusieurs opérations de cette espee il a trouvé que cette hauteur étoit de 2 ou 300 Lieues.

Le Barometre est bien éloigné de donner cette grande hauteur, mais M. de Mairan, qui entre sur ce sujet dans une assez profonde discussion, fait voir par des expériences déjà anciennes, & connues, que le Barometre ne donne que la hauteur de l'Air assez grossier pour ne pouvoir passer au travers des pores du Verre, que rien ne nous fait juger ni même soupçonner que l'Atmosphere terrestre ne soit composée que d'un Air qui soit à ce degré de grossièreté, qu'au dessus de celui-là il peut y en avoir un plus subtil, & encore un plus subtil qui appartienne toujours à l'Atmosphere jusqu'à ses dernières limites, qui nous sont inconnues, mais que l'Aurore Boréale nous oblige déjà de reculer beaucoup.

L'Atmosphere terrestre a cependant des limites déterminées, & on peut les marquer du moins en général dans le Systeme de la Pesanteur universelle, qui commence à s'établir beaucoup. Tous les Corps, qui tournent autour d'un centre ou Corps central, ou ceux qui s'assemblent seulement autour de lui, pesent vers ce centre, & y sont portés par une Force centrale, quelle qu'elle soit, car apparemment il est au dessus de l'Esprit humain de la définir. Quand différentes Forces centrales agissent à la fois, comme lorsque la Lune tourne autour de la Terre, dont elle est Satellite, & en même temps tourne avec la Terre autour du Soleil, il se fait un combat de Forces centrales qui se modifient mutuellement, & viennent enfin à concerter leurs actions. La pesanteur de la Lune vers la Terre ne permet pas à la pesanteur qu'elle a aussi vers le Soleil d'avoir seule son effet, la Lune quitteroit aussi-tôt la Terre, & iroit vers le Soleil; de même la Lune tomberoit vers la Terre, si la pesanteur vers le Soleil cessoit; mais les deux pesanteurs ou forces centrales s'accordent, & conspirent au mouvement composé de la Lune. Ce sont les distances où est la Lune tant à l'égard du Soleil qu'à l'égard de la Terre; qui ménagent cet accord, car les forces centrales ou pesanteurs agissent plus ou moins selon leurs distances au point central. Si la Lune étoit plus proche de la Terre, elle tomberoit vers la Terre; plus proche du Soleil, elle tomberoit

vers le Soleil. Il y a donc deux especes de Spheres d'activité, l'une pour le Soleil, l'autre pour la Terre. Dans la 1^{re} la pesanteur d'un Corps vers la Terre seroit vaincuë par sa pesanteur vers le Soleil, dans la 2^{de} ce seroit le contraire. Il y a donc aussi entre les deux Spheres une Limite où le Corps se trouveroit en équilibre. Tout cela posé, l'Atmosphère terrestre sera formée de tout l'Air, quelque rare qu'il puisse devenir, compris dans la Sphere d'activité de la Terre, c'est-à-dire, qui ne pesera que vers la Terre.

M. de Mairan a déterminé par un calcul assés fin quelle étoit la Limite ou le point d'équilibre entre ces deux Spheres d'activité. Les Forces centrales que l'on conçoit qui résident dans le Soleil & dans la Terre sont connues par les faits Astronomiques, elles sont fort inégales, & celle du Soleil est presque sans comparaison la plus grande, ainsi le point d'équilibre sera dans le même rapport plus proche de la Terre, & il se trouve qu'il n'en est qu'à quelque 60000 Lieues. En deçà de cette Limite les Corps ne tomberont que vers la Terre, & quand une portion de l'Atmosphère Solaire n'en sera qu'à cette distance, la matière qui la compose commencera à n'avoir plus de tendance que vers la Terre, & elle tombera dans notre Atmosphère, jusqu'à ce qu'elle y soit arrêtée & soutenue par une matière assés grossière & plus pesante.

L'Atmosphère Solaire & la Terrestre ont donc deux temps pour se joindre, l'un quand la Solaire s'étend jusqu'à la Terre, l'autre quand elle en est seulement à moins de 60000 Lieues. Les effets de la jonction des deux Atmosphères sont aisés à concevoir. Si la matière de l'Atmosphère Solaire est lumineuse par elle-même, elle éclairera l'Atmosphère terrestre, & si elle n'est pas lumineuse, l'union des deux matières différentes en fera un Phosphore, comme il arrive en plusieurs opérations Chimiques, aujourd'hui fort connues, ou si l'on veut, & cela répondra à quelques faits particuliers observés, il se fera un grand nombre de Phosphores dispersés çà & là selon les rencontres fortuites, qu'il est facile d'imaginer.

Puisque l'Atmosphère Solaire varie tant en étendue, cette

variation qui doit être physique & réelle, ainsi que nous l'avons déjà insinué, & qui ne regarde que l'abondance plus ou moins grande de la matière, peut en faire présumer d'autres qui regarderont sa consistance, son inflammabilité, sa disposition à se mêler avec la matière de l'Atmosphère terrestre, &c. Mais indépendamment de ces variétés, il paroît sûr en général que quand la matière de l'Atmosphère Solaire est une fois tombée dans l'Atmosphère terrestre, elle doit s'y filtrer en quelque manière, de sorte qu'il s'y fasse une espece de *précipité* de ses parties les plus denses & les plus pesantes, qui descendront toujours jusqu'à ce qu'elles en aient trouvé de plus pesantes qu'elles. Ce sera là la dernière couche & la plus basse de cette matière étrangere.

Si on la conçoit dans sa totalité répandue autour du globe de la Terre, auquel elle sera concentrique, on verra aussi-tôt qu'elle ne peut subsister en cet état, parce que la rotation diurne de la Terre sur son axe imprimant un plus grand mouvement aux parties qui répondent à l'Équateur qu'à toutes les autres, chassera des deux côtés de l'Équateur vers les Poles toute cette matière qui se seroit arrangée concentriquement à la Terre. Ce n'est pas que cet effet soit absolument inmanquable, l'abondance de la matière étrangere peut être telle qu'il en restera une quantité sensible sur l'Équateur, & ce sera apparemment la plus subtile & la plus déliée, mais enfin il paroît indubitable que les Poles en seroient toujours les plus chargés, & auroient la plus dense en partage.

On suppose par là qu'il y aura des Aurores *Australes* aussi-bien que *Boréales*. On n'a guere pû en voir d'Australes jusqu'à présent, & enfin on n'en a pas vû, mais quoique le Système de M. de Mairan aille là naturellement, & que la présomption soit très-grandé pour ces Aurores, il pourroit arriver que par des causes particulières, qui ne sont pas encore connues, le Pole Austral en fût privé.

Pour ne parler donc que des Aurores Boréales, il faut concevoir que de la matière étrangere ramassée vers le Pole il se forme une *calotte* sphérique d'une certaine épaisseur, dont

le Pole est le sommet, & dont la superficie ou couche la plus basse est la plus dense. C'est celle-là dont l'élévation au dessus de la Terre peut être de 2 ou 300 lieues, & de-là les couches supérieures vont toujours en diminuant de densité. Si la matière étrangere est un mélange de matière lumineuse, & de matière qui ne le soit pas, ou de matière inflammable & de matière non-inflammable, comme l'Eau de vie, ou si elle est devenue ce mélange-là en tombant dans l'Atmosphère terrestre, il est naturel que les parties obscures ou non-inflammables soient les plus denses & les plus pesantes, & forment la couche la plus basse, & d'autant plus que quand la couche supérieure s'enflamme, les cendres, pour ainsi dire, en doivent tomber sur l'inférieure. Cela même fait comprendre qu'au dessus d'une couche enflammée, & par conséquent lumineuse, il peut s'en trouver une obscure, formée par ces especes de cendres qui seront tombées d'une couche supérieure enflammée. Il se peut aussi qu'une couche soit obscure, simplement parce qu'ayant été enflammée elle se sera éteinte, & cela suffit pour faire entendre la possibilité de quelques couches alternativement lumineuses & obscures. Mais ni les lumineuses ne sont assez lumineuses, ni les obscures assez obscures pour empêcher qu'on ne voye le plus souvent les Etoiles au travers.

Si l'on est sous le Pole, on voit la calotte sphérique élevée d'une certaine hauteur, parallèlement à tout l'Horison, & ses couches soit lumineuses, soit obscures, qui ne sont plus que des Zones circulaires, paralleles à ce même Cercle, & ayant toutes le Pole pour centre, ou plus exactement, pour sommet. C'est précisément la même apparence que celle des Cercles paralleles à l'Équateur, vûs par un Habitant du Pole. Mais si l'on sort de cette situation, le Pole qui étoit au Zénit s'abaisse, les Cercles paralleles à l'Équateur, qui étoit l'Horison, s'inclinent toujours moins à chaque nouvel Horison que l'on acquiert en allant toujours vers l'Équateur, une portion de ces Cercles les plus proches de l'Équateur, se cache sous l'Horison, & cela arrive à tous les Paralleles de suite jusqu'à ce qu'on soit sous l'Équateur, la portion cachée est

est d'autant plus petite, & par conséquent la visible ou supérieure, d'autant plus grande que l'on est plus éloigné de l'Équateur, &c. La quantité de degrés que la portion supérieure d'un Parallele tient sur l'Horison, s'appelle son *amplitude*, & l'on se sert aussi de ce même nom pour les Arcs soit lumineux, soit obscurs d'une Aurore Boréale, car on voit bien que les Paralleles supposés, vont se changer en ces Arcs qui auront de la largeur; le plus bas de tous sera obscur, selon tout ce qui a été dit, & ce sera plus proprement un segment de Cercle, qu'un Arc large.

La grandeur réelle du Phénomène dépend de la quantité de matière étrangere tombée dans l'Atmosphère terrestre. Plus cette matière sera abondante, plus la calotte sphérique vûe de dessous le Pole, descendra proche de l'Horison, & elle iroit jusque-là, & au delà, si la rotation de la Terre n'avoit pas été assez forte pour chasser entièrement du plan de l'Équateur une si grande quantité de matière. Mais en ce cas-là même, le phénomène seroit plus foible à l'Horison ou sous l'Équateur que par-tout ailleurs, & il s'y éteindroit plutôt, de sorte que tout le phénomène paroîtroit avoir de la tendance à se rassembler au Zénit ou au Pole, où seroit son fort. C'est ce qui a été effectivement observé dans les Aurores Boréales les plus étendues.

Quant à l'étendue apparente, la réelle étant supposée la même, à l'élévation des Arcs sur l'Horison, à leur amplitude, &c. il est trop clair que tout cela dépend de la Latitude du Spectateur, & que la plus grande est la plus favorable. Peut-être cependant le Pole n'est-il pas le lieu le plus avantageux pour voir certains accidents. Il s'élève souvent, soit du Segment obscur, base apparente de tout le phénomène, soit des Arcs lumineux, des Jets de lumière perpendiculaires à ces Arcs. Ce sont apparemment des traînées de matière nouvelle qui tombent sur un amas déjà formé, en tendant par leur pesanteur au centre de la Terre, & qui parvenues au lieu où est le fort de l'inflammation totale, s'enflamment, ou seulement réfléchissent à nos yeux la lumière de parties enflammées.

Or si l'on étoit sous le Pole, on pourroit ou ne pas voir ces Jets au travers de toute l'épaisseur de la plus basse couche obscure, ou bien on les verroit trop en raccourci.

Sans doute on s'attend bien que le phénomène ne s'assujettira pas à l'exactitude géométrique que nous lui donnons ici. Le Pole ne sera pas précisément le sommet de la calotte sphérique, elle en déclinera plus ou moins vers l'Orient ou vers l'Occident, & le fait est que le plus souvent c'est vers l'Occident, ce qui donne au phénomène une plus grande amplitude de ce côté-là.

Il reste maintenant à examiner en quels temps il doit paroître. Premièrement, il est impossible de les déterminer absolument, même pour le Pole, qui est le lieu où toute Aurore Boréale sera visible; car on ne sçait pas, & peut-être ne sçaura-t-on jamais, selon quelles loix varie la grandeur réelle de l'Atmosphère Solaire, qui par-là ne peut pas toujours atteindre ou atteindre suffisamment à l'Atmosphère terrestre. Mais leur rencontre étant supposée, on peut juger quelles feront les Saisons de l'année, & dans ces Saisons mêmes les parties du jour de 24 heures les plus favorables à l'apparition du phénomène, la latitude des lieux étant d'ailleurs telle qu'il la faut, ce que l'on soutiendra toujours.

Nous ne parlerons point des Crépuscules, qui, selon toutes les observations, & par conséquent en tout Système que l'on fera sur ce sujet, doivent, quand ils sont d'une certaine longueur, empêcher en tout ou en partie l'apparition des Aurores Boréales. Elles sont par cette raison moins fréquentes en Été qu'en Hiver, ou, pour parler plus exactement, aux environs du Solstice d'Été, qu'aux environs de celui d'Hiver. Nous ne parlerons point non plus des Clairs de Lune, qui ne sont point attachés aux Saisons, mais accidentels à cet égard & fortuits.

Dans le Système de M. de Mairan, 1° l'Aurore Boréale doit être plus fréquente quand la Terre est plus proche du Soleil, puisque l'Atmosphère Solaire en joindra plutôt ou plus facilement la Terrestre. Or cette plus grande proximité de la Terre est vers le Solstice d'Hiver.

12 2°. S'il y a des temps où le Pole Boréal de la Terre, qui est le seul que nous considérons ici, aille, pour ainsi dire, chercher l'Atmosphère Solaire, & d'autres où il la fuyé, ou simplement s'il entre tantôt le premier dans cette Atmosphère; & tantôt le second, il se chargera davantage de sa matière dans le 1^{er} cas, parce que ce sera lui qui la divisera d'abord, & en vaincra la résistance, au lieu que le Pole Austral qui ne fera que suivre, trouvera la matière toute ouverte, & qui ne tendra qu'à s'écarter de lui. Le Pole Boréal sera alors la Prouë d'un Navire. Mais quand le Pole Boréal ira-t-il le premier vers l'Atmosphère Solaire ?

Le plan de l'Équateur terrestre, qui est aussi pour nous l'Équateur du Monde, étant conçu & posé, & les deux Poles du Monde étant deux points déterminés dans le Ciel, l'Écliptique ou Orbite de la Terre doit être conçue comme inclinée à ce plan de l'Équateur, & coupée par lui en deux moitiés égales, dont le premier degré de Cancer d'un côté, & celui du Capricorne de l'autre, tiennent le milieu de chacune, & sont les plus élevés sur le plan de l'Équateur. La moitié où est Cancer est la plus proche du Pole Boréal du Monde, & l'autre moitié est plus proche de l'Austral. Si l'on imagine que la Terre part du 1^{er} degré du Capricorne, elle monte donc toujours vers le Pole Boréal, jusqu'à ce qu'arrivée au 1^{er} degré de Cancer elle recommence à descendre. Par cette raison les Signes depuis le Capricorne jusqu'à Cancer sont appelés *ascendants*, & les six autres *descendants*. Quand la Terre, partie du 1^{er} degré du Capricorne, va parcourir les Signes ascendants, quel est son Pole qui va le premier vers le terme de l'ascendance ? c'est certainement celui qui, lorsque la Terre étoit au 1^{er} du Capricorne, se trouvoit dans la lumière du Soleil, tandis que l'autre étoit dans l'obscurité. Or le Pole éclairé étoit le Boréal, puisque la Terre étant dans le Capricorne, le Soleil étoit vu en Cancer, & que l'Hémisphère Boréal de la Terre avoit l'Été. Donc tant que la Terre parcourt les Signes ascendants, c'est son Pole Boréal qui va le premier, & c'est lui qui rencontre le premier l'Atmosphère Solaire

couchée à peu-près dans le plan de l'Ecliptique. Donc il doit y avoir plus d'Aurores Boréales, & même de plus fortes & de mieux marquées quand la Terre parcourt les Signes ascendants, c'est-à-dire, dans les mois qui suivent le Solstice d'Été, Juin, Juillet, Août, &c. Décembre.

3°. De plus le mouvement d'ascendance est inégal. Comme il se fait par rapport à l'Equateur, il seroit le plus grand qu'il pût être, s'il avoit une direction perpendiculaire à l'Equateur, & s'il lui devient parallèle, il sera au contraire infiniment petit. Ce mouvement est toujours dirigé selon l'Ecliptique, qui n'est jamais perpendiculaire à l'Equateur, mais fait son plus grand angle avec lui aux deux points des Equinoxes, & de-là s'inclinant toujours par rapport à lui, lui devient enfin parallèle aux Solstices. C'est donc aux Equinoxes que le mouvement d'ascendance est le plus fort, c'est-là où les effets doivent être les plus grands, & où il y aura le plus d'Aurores Boréales.

4°. La rotation du Soleil sur son axe en 25 jours, connue par ses Taches, a fait connoître aussi que l'Equateur de cette rotation, ou celui du Soleil, étoit incliné de $7\frac{1}{2}$ degrés sur notre Ecliptique, & que les points d'intersection ou Nœuds de ces deux Cercles étoient au 8^{me} des Gemeaux & à son Opposite. L'Atmosphère du Soleil qui tourne avec lui, doit non seulement avoir son Equateur dans le plan du sien, mais à cause de la force centrifuge, elle y doit être plus élevée que par-tout ailleurs, & en effet par toutes les observations cette Atmosphère paroît être un Sphéroïde extrêmement aplati. Quand la Terre la rencontrera, il est certain qu'elle s'y plongera mieux, si elle est alors dans le plan de l'Equateur de cette Atmosphère sans en décliner, & c'est ce qui ne peut arriver que quand la Terre sera dans les Nœuds de son Ecliptique avec l'Equateur du Soleil, c'est-à-dire vers la fin de Mai ou de Novembre. Alors les Aurores Boréales seront plus fréquentes, ou plus fortes.

Ces quatre principes de fréquence ou de force des Aurores Boréales, sont chacun inégaux en eux-mêmes, c'est-à-dire,

ont un certain point où ils agissent plus puissamment que dans tous les autres. Le 1^{er} principe, qui est la proximité de la Terre au Soleil a sa plus grande action dans le Périhélie de la Terre, précisément à la fin de Décembre. Le 2^d principe, qui est le mouvement ascendant de la Terre, est dans sa plus grande force, quand ce mouvement, ou ce qui est le même, la direction de l'Ecliptique fait son plus grand angle avec l'Équateur, & c'est de quoi nous avons fait le 3^{me} principe, mais ce 3^{me} n'étant, si l'on veut, que le *Maximum* du 2^d, le 2^d & le 3^{me} se réduiront ici à un seul. Or le plus grand angle du mouvement ascendant de la Terre avec l'Équateur est à l'Équinoxe d'Automne, au 22 Septembre. Nous venons de voir que la plus grande force du 4^{me} principe est quand la Terre est dans les Nœuds de son Ecliptique avec l'Équateur Solaire, vers la fin de Mai ou de Novembre.

Il seroit difficile d'évaluer les différentes forces de ces trois ou quatre principes, les uns par rapport aux autres, & de combien, dans les différentes combinaisons qui s'en doivent faire, ils se fortifieront ou s'affoibliront mutuellement, mais sans aller jusqu'à cette précision, on voit assez par ce qui vient d'être dit, que tous les principes s'accordent à produire plus d'Aurores Boréales dans les quatre derniers mois de l'année que dans tout autre espace de quatre mois, qu'ensuite ils en produiront plus dans les quatre premiers mois, que dans les quatre suivants, & cela indépendamment même des longs Crépuscules de l'Été.

Toutes ces conséquences sur les temps de l'apparition des Aurores Boréales sont si nécessairement & si particulièrement tirées du Système de M. de Mairan, que s'il n'est pas vrai, elles seront infailliblement démenties par les faits. Cette espece de Pierre de touche pourra être appliquée à toute la suite des Aurores Boréales, dont on aura des observations qui marqueront les temps de l'année. En faire la recherche dans tous les Livres, étoit un travail d'érudition, qui appartenoit à une autre Académie, mais M. de Mairan a montré qu'il en auroit pû être un des plus dignes membres.

Ce que l'on ne connoît point, est affés mal observé, il faut sçavoir à peu-près ce que l'on voit, pour le bien voir. Les plus anciens Auteurs qui ne connoissoient nullement les Aurores Boréales, ou les ont confonduës avec des Météores purement terrestres, ou en les décrivant, les ont chargées de toutes les fausses merveilles que leur imagination étonnée leur fournissoit. On les reconnoît pourtant, on les démêle, & du moins l'ancienneté, ou, si l'on veut même, l'éternité du phénomène est bien prouvée. Mais, ou les plus anciens Ecrivains vivoient dans des pays trop Méridionaux, pour y voir souvent des Aurores Boréales, où quand ils en ont parlé, ils n'ont pas crû que la circonstance de la Saison fût importante à remarquer. Ainsi M. de Mairan arrive jusqu'au 6^{me} Siècle de l'Ere Chrétienne, sans avoir trouvé aucune observation accompagnée de cette circonstance. De-là elles commencent à porter leur date, mais de l'an 500 jusqu'en 1550, il ne s'en trouve que 27, moins apparemment par leur rareté réelle, que par le défaut d'Observateurs, ou par la négligence des Historiens, qui ne daignoient pas en parler, à moins qu'elles ne fussent extrêmement frappantes, comme l'ont été quelques-unes dans cet espace de temps, très-complètes & très-magnifiques. De 1550 à 1621, époque de la fameuse observation de Gassendi, & de la vraie manifestation, pour ainsi dire, des Aurores Boréales en nos Climats, il y en a 28, une de plus en 71 ans que l'on n'en avoit eu en 1050 ans. Les Sciences & les Observateurs renaissent. De 1621 à 1716, il y a 11 Aurores Boréales, à compter toutes celles dont on a pû avoir les observations, & enfin de 1716 à 1731, où elles n'ont pas fini, il y en a 163.

Dans une Table où toutes ces Aurores Boréales, au nombre de 229, sont distribuées selon les mois auxquels elles appartiennent, on voit qu'elles le sont précisément comme le demandoit le *Système* de M. de Mairan, car il faut que le *Système* déjà formé, ait précédé une recherche aussi longue & aussi fatigante.

L'accord est si exact, que quand on voit, par exemple,

que l'année étant partagée en six mois qui comprennent dans le milieu de cet espace, l'Aphélie de la Terre, & en six autres mois qui comprennent de même le Périhélie, les 1^{ers} n'ont que 68 Aurores Boréales sur les 229, tandis que les 2^{ds} en ont 161; si on vient à ne prendre les sommes des Aurores que dans les deux mois, dont l'un précède, & l'autre suit l'Aphélie & le Périhélie, on trouvera du côté de l'Aphélie 12, & de l'autre 36, dont le rapport est beaucoup moindre que celui de 68 & de 161, parce que le plus grand effet de l'inégalité de distance de la Terre au Soleil doit se trouver aux plus grandes & aux moindres distances. Pareillement le cours ascendant de la Terre étant plus favorable aux Aurores Boréales que le descendant, & l'un & l'autre ayant dans son milieu un Equinoxe, on voit que le nombre des Aurores Boréales prises dans tout le cours ascendant, n'a pas un si grand rapport au nombre de tout le cours descendant, que le nombre pris en deux mois, avant & après l'Equinoxe du cours ascendant, qui est celui d'Automne, au nombre correspondant de l'autre côté.

Il semble qu'en suivant cette méthode, on pourroit comparer les forces des différents principes qui entrent dans la formation des Aurores Boréales, par exemple, les forces de la distance de la Terre au Soleil, & de son ascendance ou descendance. Si le nombre des Aurores Boréales des six mois où est le Périhélie de la Terre, a un plus grand rapport au nombre des six autres mois, que celui du nombre des six mois du cours ascendant au nombre du descendant, la distance fera un principe plus fort que l'ascendance, ou au contraire. Peut être cependant faudroit-il les comparer tous deux, non dans le total, mais dans les points de leur plus grande force, ou plutôt employer les deux manières, mais ni l'une ni l'autre n'est encore guere de saison. Les observations de l'Aurore Boréale, qui ne sont presque pour nous que depuis 1716, & que nous bornons à 1731, nous ont produit en ce peu de temps les fondemens d'un Systeme que nous n'étions pas trop en droit d'espérer, il faut maintenant attendre de l'avenir les dernières précisions.

Une circonstance qui ne doit pas nous échaper, c'est que les Aurores Boréales ne commencent à paroître que le soir, & presque jamais après minuit, sur-tout quand les nuits sont assés longues, car quand elles sont courtes, & par conséquent les Crépuscules longs & forts, une Aurore Boréale foible, qui ayant été formée dès le soir, aura été effacée par le Crépuscule du soir, pourra en acquerant un peu plus de force, n'en avoir assés que pour paroître après minuit, en surmontant, s'il le faut, les commencements du Crépuscule du matin. Dans le Systeme de M. de Mairan, que de la matière de l'Atmosphère Solaire tombe dans l'Atmosphère terrestre, il est certain que les parties de la Terre les plus Orientales par rapport à Paris, par exemple, ayant été les premières par rapport à nous exposées au Soleil, auront été les premières à se charger de la nouvelle matière, & par conséquent les Occidentales auront été les dernières. La matière des parties Orientales aura eu pendant le jour tout le temps d'éclairer l'Atmosphère, & même de s'y allumer, & de s'y consumer sans que l'on s'en soit aucunement apperçû, au lieu qu'il restera encore de la matière pour le phénomène aux parties Occidentales. Il doit donc naturellement commencer à paroître après le coucher du Soleil, & non avant son lever, & par la même raison il y aura en tout temps une plus grande quantité de la matière du phénomène vers l'Occident, ou, ce qui est la même chose, il ne sera point partagé également des deux côtés du Pole, mais il déclinera à l'Occident.

Toute cette Théorie ainsi établie, mais dans une étendue & d'une manière infiniment plus propres à convaincre, M. de Mairan propose sur différents points, qui tiennent à son sujet, des Questions détachées semblables à celles par où M. Newton a fini son Optique. Nous allons, sans conserver cette forme, en tirer ce qu'elles ont de plus important.

1°. Il paroît assés par la grande inégalité d'étendue de la Lumière Zodiacale, & par conséquent de l'Atmosphère Solaire, que cette Atmosphère doit être sujette à de grandes variations physiques pour la consistance & la densité. Ces variations

variations doivent même quelquefois être fort subites, car dans une suite de nuits également claires, la Lumière Zodiacale aura paru pendant quelques nuits fort étendue & fort vive, ensuite elle disparaîtra pour quelques autres nuits, & après cela reviendra dans tout son premier éclat. Il seroit difficile de rapporter toujours ces changements à ceux qui peuvent arriver à notre Atmosphere interposée entre notre œil & ces objets. On voit quelquefois aussi dans la Lumière Zodiacale des étincelles qui petillent, ce sont de petites inflammations promptes, petites seulement à cause de la distance d'où elles sont vûes, & qui marquent que dans la matière de cette Lumière il y a naturellement de la matière de Phosphore. Après cela les effets qu'on lui attribuera, quand elle viendra à se mêler avec l'Atmosphere terrestre, ne peuvent guere manquer d'être vrai-semblables.

2°. Les Habitants du Pole doivent voir les Aurores Boréales différemment de nous par la différence de la position, nous l'avons déjà dit, mais il faut ajoûter qu'ils voyent toutes les parties du phénomène mieux démêlées les unes des autres, & que nous au contraire nous les voyons plus rapprochées & plus confondues, de sorte que comme il y a de ces parties qui sont lumineuses & les autres obscures, il est possible qu'ils voyent quelquefois les lumineuses semées çà & là, & dispersées parmi les obscures, comme ces flocons blancs & clairs des grandes Aurores Boréales completees, tandis que nous verrons ces mêmes flocons rangés plus régulièrement entre eux, & même en arc, & faisant une suite assés continue par la suppression ou diminution apparente des intervalles obscurs, qui se fera à notre égard.

3°. La Lune a-t-elle des Aurores Boréales, ou plutôt Polaires ? elle en devroit avoir aussi-bien que la Terre, & à plus forte raison, lorsqu'elle est en conjonction avec le Soleil, car alors elle est plus proche de lui de 90 mille Lieues, & plus plongée dans son Atmosphere, mais pour cela il faut qu'elle ait une Atmosphere elle-même, & plusieurs croyent qu'elle n'en a pas. Cependant M. de Mairan ne croit pas cette

opinion affés sûre pour fonder une décision, il fait voir que la Lune pourroit avoir une Atmosphere, mais moins dense que la nôtre, & affés peu élevée pour nous rendre insensibles les refractions qu'elle causeroit aux rayons des Étoiles. Il croit plutôt qu'une condition nécessaire pour les Aurores Boréales manque à la Lune, c'est une rotation qui chasse de l'Équateur vers les Poles la matière du phénomène. Quand il y auroit une rotation, comme elle seroit d'un mois, elle seroit peut-être trop lente & trop foible pour cet effet, mais ce qui est plus certain, c'est que nous ne verrions point les Aurores Polaires de la Lune. Elles ne paroïtroient que dans ses nuits, & par conséquent sur ses parties tournées vers la Terre, & éclairées par elle. Or la lumière de la Terre sur la Lune y est plus grande que celle de la Lune sur la Terre dans la même raison que la superficie de la Terre est plus grande que celle de la Lune, c'est-à-dire, à peu-près comme 13 à 1, & si les Clairs de Lune nous effacent le phénomène, à bien plus forte raison les *Clairs de Terre* l'effaceroient sur la Lune.

4°. Mercure & Venus, ou du moins Mercure, doivent être toujours plongés dans l'Atmosphere Solaire, & la matière en est répandue trop uniformément autour de leurs globes pour y produire des Aurores Polaires; ce sera beaucoup mieux; une lumière générale dans tout le Ciel pendant les nuits, plus grande seulement vers les Poles à cause de la rotation, & c'est peut-être là ce qui tient lieu de Satellites à ces Planetes, la Nature en aura trouvé l'équivalent dans leur grande proximité du Soleil. Quoi qu'il en soit, M. de Majran pense que cette matière étrangere répandue autour de Venus, peut servir à expliquer pourquoi dans des circonstances également favorables les mêmes Taches de cette Planete sont tantôt vûes, & tantôt ne le sont pas; l'Atmosphere Solaire aura varié de densité, ou seulement d'étendue. Pour Mercure, on le voit si peu, qu'on n'en sçauroit guere parler à cet égard.

5°. La Terre seroit dans le cas où est toujours Mercure, s'il arrivoit que l'Atmosphere Solaire prît à demeure une étendue à envelopper notre globe. Alors des trois principes,

que nous avons dit qui influent sur la formation des Aurores Polaires, deux cesseroient d'avoir lieu, & il ne resteroit que l'ascendance ou descendance de la Terre, qui donneroit plus de force aux Aurores Boréales qu'aux Australes, ou au contraire.

6°. Dans la matière de l'Atmosphère Solaire, aussi agitée par la proximité du Soleil, il doit se faire incessamment des amas, des séparations, des mélanges, qui se succéderont d'une infinité de manières sans régularité apparente. Peut-être les Taches du Soleil sont-elles des amas de la matière de l'Atmosphère qui se fera épaissie en quelques endroits, & ils retomberont alors sur le globe du Soleil, où la grande violence du mouvement les rediffoudra au bout d'un certain temps. Cette espèce de circulation seroit analogue à celle des Eaux de la Mer, qui s'en élèvent en vapeurs, y retombent, s'élèvent de nouveau, &c. Il seroit bon, pour appuyer cette idée, qu'il y eût plus de Taches dans le Soleil, soit dans les temps où les Aurores Boréales seroient plus fréquentes ou plus fortes, soit dans ceux où elles le seroient moins, ou ne paroîtroient point. Dans le 1^{er} cas ce seroit que l'Atmosphère Solaire seroit devenue plus dense en son total. Dans le 2^d, elle se seroit trop dépurée dans ses parties les plus hautes. Toujours sera-t-il fort à propos d'observer à l'avenir s'il y a quelque correspondance entre les temps des deux phénomènes, les Taches du Soleil & les Aurores Boréales.

7°. Puisque notre Soleil a une Atmosphère, les autres Soleils ou les Étoiles fixes en peuvent avoir aussi, ils le doivent, du moins pour la plûpart. La proportion du diamètre de leurs globes à celui de ces Atmosphères, doit extrêmement varier, & s'il y en a quelqu'un dont l'Atmosphère soit si grande qu'elle soit visible pour nous, & si épaisse par sa grandeur, & peut-être si dense par elle-même, qu'elle nous obscurcisse son Soleil, le tout ne nous paroîtra qu'un petit nuage lumineux. Il est aisé d'imaginer les variétés qui arriveront selon cette idée, des Étoiles tantôt plus, tantôt moins visibles, & qui même paroîtront & disparaîtront par reprises selon que leurs Atmosphères varieront de grandeur ou de

densité. Des Étoiles voisines, dont les Atmosphères se mêleront en partie, & en cas qu'elles en effacent assés les Soleils, formeront dans le Ciel des Taches lumineuses, & de figure irrégulière, moins brillantes que les Étoiles, & moins obscures que le Bleu du Ciel, &c.

8°. La chevelure des Comètes, cette chevelure qui a paru leur être si essentielle, qu'elles en tirent leur nom, s'offre naturellement dans le Système de M. de Mairan. Elles la prennent dans leur Périhélie, & aux environs, lorsqu'elles traversent l'Atmosphère du Soleil dans des endroits qui en sont assés proches, & par-là plus denses. Elles s'y chargent de cette matière, comme feroit un fort Aiman d'une limaille de Fer à travers de laquelle on le traineroit. C'est la comparaison de M. de Mairan. M. Newton conçoit que quand la Comète a passé près du Soleil, il en a tiré par la violence de son action les vapeurs & les exhalaisons qui sont la matière de la chevelure, mais il n'est guere possible qu'elles ayent monté aussi haut qu'il faudroit par rapport au centre de la Comète. Quelquefois son globe n'a pas pour diamètre la 15^{me} partie du diamètre total de ce globe & de la chevelure, ce qui donnera toujours à celle-ci une hauteur énorme, & fort disproportionnée à toutes les élévations pareilles. De plus la chevelure d'une Comète est toujours transparente comme la Lumière Zodiacale ou l'Atmosphère Solaire, puissant indice que c'est là l'origine de la chevelure.

9°. Cette chevelure étant formée, s'il se trouve une cause qui la dérange assés pour ne la laisser ronde que du côté du Soleil, & l'étendre en long du côté opposé, il est clair que la Comète aura une Queue toujours à l'opposite du Soleil. On a vû, par des expériences du Miroir ardent, que les rayons du Soleil y ont une force impulsive, capable de pousser en avant quelques corps légers, ce qu'ils ne seroient pas hors de-là. Près de leur source, ou du Soleil, ils peuvent avoir cette même force à l'égard de la matière légère & déliée qui fait la Chevelure de la Comète.

Il semble que selon cette idée, Mercure & Venus devroient

avoir des Queuës. Mais il faut pour l'*expansion* de ces Queuës, qu'elle se fasse d'un milieu plus dense dans un plus rare. Mercure & Venus qui se meuvent circulairement à peu-près autour du Soleil, sont toujours dans un milieu ou fluide uniforme, & également résistant, au lieu que les Comètes qui se meuvent autour du Soleil dans des Ellipses si prodigieusement allongées, qu'on les peut prendre pour des Paraboles, vont toujours, du moins après leur Périhélie, & tant qu'elles sont dans l'Atmosphère Solaire, d'un milieu plus dense dans un plus rare.

Voilà quel est en gros, mais extrêmement en gros, le Livre de M. de Mairan. Il est si plein, qu'il nous a été impossible de ne lui pas faire beaucoup de tort par un Extrait.

Nous avons parlé en 1726* du beau Présent que fit à l'Académie le R. P. Parennin, Jésuite; célèbre Missionnaire à la Chine où il est depuis plus de trente ans, & de deux Lettres, dont il accompagna ce Présent, fort bien écrites, & fort instructives sur quantité de particularités curieuses. Quand l'Académie en corps eut fait son devoir à l'égard du P. Parennin, M. de Mairan prit cette occasion pour lui écrire en son particulier, & lui proposer, comme à l'homme du monde le plus capable de le bien satisfaire, diverses Questions sur la Chine, & principalement sur l'état des Sciences dans un Pays si fameux & si distingué précisément par cet endroit-là. Comme les Lettres de M. de Mairan étoient raisonnées, sçavantes, & fondées sur une aussi grande connoissance de la Chine qu'on la puisse avoir jusqu'à présent, elles furent jugées dignes d'être lûes dans les Assemblées.

Dans le 2^{me} Recueil des *Lettres édifiantes & curieuses* des Missionnaires de la Compagnie de Jésus, publié en 1734, on voit une belle & ample réponse du P. Parennin à M. de Mairan; datée de Pekin du 11 Août 1730, M. de Mairan y a répondu en cette année 1732. C'est la dernière Lettre qu'il ait écrite & lûe à l'Académie, & nous allons rendre un compte fort

abregé du tout, parce qu'il paroît qu'un article important est désormais terminé, ou à peu-près.

La Chine a une grande réputation d'être sçavante. Les honneurs déferés aux Sçavants, les privileges dont ils jouissent, y sont presque aussi anciens que la Monarchie, qui a trois ou quatre mille ans d'ancienneté. Pendant une si longue suite de Siècles, il a regné une paix perpétuelle, à quelques interruptions près qui ont été passageres, & n'ont point changé la première forme du gouvernement. Le besoin de régler les temps par des Cycles, d'autant plus grand que la Chine est un État plus philosophiquement ordonné, & le besoin encore plus fort, quoiqu'imaginaire, que tous les Chinois se sont fait de l'Astrologie, ont dû pousser l'Astronomie à un haut point de perfection, & par conséquent la Géométrie dont elle dépend. Une Nation tant soit peu éclairée a une Medecine, & plus éclairée à un certain point, elle a une Physique. Comment donc, disoit M. de Mairan au P. Parennin, comment se fait-il que les Chinois, malgré les avantages singuliers qu'ils ont par rapport aux Sciences, n'y soient encore parvenus qu'à un degré très-inférieur à celui où elles sont en Europe?

Heureusement le P. Parennin étoit trop habile, & avoit vû la Chine avec de trop bons yeux pour s'être laissé emporter à l'admiration excessive que quelques Sçavants Européens en ont conçûe. Il convenoit du fait, de la grande infériorité des Sciences Chinoises, mais il en découvroit les causes qui peuvent la justifier.

Il ne croit pas trop, comme il est naturel & ordinaire de le croire, que la singularité de la Langue & de l'Ecriture Chinoise soit un grand obstacle aux Sciences. Les Tartares Mantcheoux, dont la Langue & les Caractères n'ont pas cet inconvénient, ne laissent pas de reconnoître la supériorité du Chinois en certains points, mais c'est-là un article qui n'a pas encore été assez discuté. Apparemment il le sera quelque jour.

Les Mandarins des Mathématiques à la Chine n'y sont pas dans un rang & dans une considération qui les doive engager à faire de si grands efforts pour arriver à ces postes ou pour

y briller. Ils sont inférieurs & subordonnés aux autres Mandarins Lettrés, qui sont des Magistrats de Judicature, ou de Police, obligés à posséder les Loix & les principes du Gouvernement. Leur préféreroit-on des Calculateurs d'Eclipses ou de Calendriers?

Un préjugé, assez naturel par lui-même, mais fortifié dans les Chinois par tout l'art possible de l'éducation, & soutenu par l'attention continuelle du Gouvernement, est le respect pour l'Antiquité. Ce qui a été d'abord, c'est ce qu'il pouvoit y avoir de mieux, ils sont contents, ravis de joye, pourvu que ce qui a été soit encore. On sçait qu'ils rendent une espece de culte à leurs Ancêtres, & les Sciences, telles que ces Ancêtres les ont eûes, sont par cela seul consacrées, on ne peut y toucher sans une sorte d'impiété. Les Pendules & les Lunettes qu'on leur a portées d'Europe, & dont ils ne peuvent méconnoître les avantages si sensibles pour l'observation, demeurent cependant oisives dans leurs Observatoires. Il ne leur faut pas plus de précision que celle à laquelle ils sont accoutumés, & quant à l'Astrologie, il est bien sûr que la plus mauvaise Astronomie lui suffit, à quoi lui serviroit que ses principes ou les positions célestes fussent justes? Ses conclusions n'y peuvent jamais avoir aucun rapport réel, & le hazard décidera toujours également des prédictions.

Il seroit trop faux & trop injuste d'en dire autant de la Médecine, mais les Chinois ont des traditions d'observations médicales, & de remedes qui réussissent assez, le tout apparemment ancien aussi, & ils regarderoient comme inutiles des spéculations Phisiques, dont ils ne verroient pas un usage sensible & prochain. Leur horreur pour les dissections des Cadavres d'Hommes ne doit pas nous surprendre. Nos Anatomistes, à la vérité, en sont bien exempts, mais le gros du monde parmi nous n'en est-il pas toujours frappé, & les Anatomistes ne s'en plaignent-ils pas sans cesse?

De cette espece d'Apologie, beaucoup plus étendue & mieux tournée par le P. Parennin, & reçûe pour vraie, comme elle l'est, il en résulte toujours pour M. de Mairan, que les

Chinois n'ont point le génie d'invention, de découverte, de sagacité, qui brille tant aujourd'hui dans l'Europe sçavante. S'il étoit né parmi eux des Galilées, des Descartes, des Newtons, & combien d'autres noms pourrions-nous ajouter? leurs lumières auroient forcé tous les obstacles par la seule impossibilité de demeurer captives. Il paroît en général que l'esprit de l'Orient est plus tranquille, plus paresseux, plus renfermé dans les besoins essentiels, plus borné à ce qui se trouve établi, moins avide de nouveautés que l'esprit de l'Occident. Cela produit, & particulièrement à la Chine, un gouvernement plus uniforme, des mœurs plus constantes, des loix plus durables, mais les Sciences demandent une activité inquiète, une curiosité qui ne se laisse point de chercher, une sorte d'incapacité de se satisfaire. Ne se fera-t-il point par-là quelque compensation entre l'Orient & l'Occident?

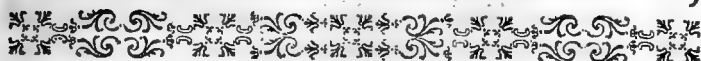
M. de Mairan, dans sa dernière Lettre, a ébauché un Parallèle curieux de l'ancienne Égypte & de la Chine. Il suffit d'en indiquer l'idée pour mettre sur la voye ceux qui connoîtront assés l'une & l'autre Nation, ils trouveront des conformités remarquables & presque surprenantes. Peut-être si cette Égypte, enveloppée de mystères si imposants, & de tenebres si augustes, avoit été discutée par les Grecs ou les Romains comme la Chine l'est aujourd'hui par nous, n'auroit-elle pas moins perdu de sa gloire sur les Sciences.

V. les M.
p. 494.

NOus renvoyons entièrement aux Mémoires
Les Observations Météorologiques de 1732 par M.
Maraldi.



ANATOMIE.



ANATOMIE.

SUR DES HIDROPISIES ENKISTEES
dans les Poumons & dans le Foye.

IL n'est pas rare que de la Lymphe ayant crevé ses Vaisseaux, s'épanche dans les cavités qu'elle rencontrera, c'est-là une Hidropisie. La cause de cette rupture des Vaisseaux Lymphatiques sera ou un relâchement accidentel qui leur sera survenu, & les aura rendus incapables de résister à l'effort de la liqueur, ou une obstruction formée en quelque endroit. Mais il est rare que ces Vaisseaux qui s'ouvrent ordinairement dans une cavité, se rompent dans la substance des Viscères, & sur-tout dans celle des Poumons, que la Limphe s'y répande & s'y amasse en assez grande quantité pour former une très-grosse tumeur, & qu'elle s'y fasse elle-même une enveloppe, d'où il résulte une Hidropisie enkistée d'une espèce particulière.

V. les M.
p. 200.

S'il est rare que cette espèce d'Hidropisie se forme, il l'est encore plus d'en trouver trois dans un même sujet ; M. Maloët les a vûes dans le corps d'un Soldat Invalide, où il y en avoit une dans chaque Poumon, toutes deux fort considérables par rapport au volume de ces Viscères, & une troisième, mais moindre, dans le Foye.

Ces trois Hidropisies ou tumeurs aqueuses étant formées dans la substance de ces Viscères, la membrane propre dont ils sont revêtus, leur servoit de première enveloppe ; elles avoient pour seconde enveloppe le Kiste même.

Les deux Poumons se divisent en Lobes, ceux-ci en Lobules, qui se divisent encore en une infinité d'autres plus petits, composés de Vésicules, où l'air entre apporté par les Bronches ou rameaux de la Trachée Artère qui y aboutissent. Quand le sang se répand dans les Vésicules par la rupture de

Hist. 1732.

, D.

quelques-uns des Vaisseaux sanguins dont elles sont environnées, le mouvement de l'expiration fait passer ce sang extravasé dans les Bronches, & il sort par la Trachée & par la Bouche. Si la Limphe, extravasée dans les Poumons de l'Invalide de M. Maloët, avoit été dans les Vésicules, elle en seroit sortie de même, & il seroit arrivé au Malade de cracher beaucoup, ce que l'on n'a pas remarqué; par conséquent il ne s'en seroit point fait d'amas. Il faut donc que l'épanchement ait été dans les interstices qui séparent les Lobules des Poumons, & que la Limphe épanchée n'ait point passé dans les Vésicules dont ces Lobules sont composés.

Il n'a pû se faire un pareil amas de Limphe extravasée, qui alloit à la quantité d'environ un demi-septier dans chaque Poumon, sans gêner & comprimer étrangement leurs Vésicules; de-là la difficulté de respirer, de se tenir couché sur le dos, & même sur les côtés, le Malade n'ayant pû être que sur son séant. Cette difficulté étoit proportionnée au volume de la Limphe épanchée, & au lieu qu'elle occupoit.

Un épanchement de cette nature met le Malade hors de portée de tout secours, & se dérobe aux connoissances de la Médecine, tant parce qu'il ne tombe pas sous les sens, & ne vient pas même dans l'imagination à cause de sa rareté, que parce que les symptômes qu'il produit sont communs à d'autres maladies très-fréquentes.

La Limphe qui étoit contenuë dans le Kiste du Foye n'étoit pas aussi pure que celle des Kistes des Poumons. Sa couleur étoit jaune, mêlée de vert, ce qui marque que quelque portion de Bile avoit pénétré dans ce Kiste à travers les Membranes des Glandes du Foye, ou des Pores Biliaires.

Tous ceux qui ont vû & examiné ces Kistes, ont été persuadés avec M. Maloët, qu'ils n'étoient pas des Membranes vraies, précédemment faites & simplement dilatées par la liqueur extravasée, mais des enveloppes qu'elle s'est faites à elle-même après son épanchement, de fausses membranes formées par une espece de concrétion. On n'y a vû avec le Microscope, ni Fibres, ni Vaisseaux, ni apparence de tissu, mais

seulement un assemblage de molécules inégales & irrégulières, telles qu'on en voit dans la Colle-forte, ou dans le Papier brouillard. Ces enveloppes étant molles & humides avoient quelque élasticité, mais desséchées elles n'en conservoient plus comme auroient fait de vraies Membranes. Quand on les pressoit avec les doigts, elles se réduisoient en une espece de bave & de mucilage, au lieu que d'une Membrane il en resteroit toujours beaucoup de filets qui ne se détruiroient point, & qui tout au plus se romproient.

M. Maloët a remarqué que ces Kistes étoient formés par couches qui se séparoient facilement avec les doigts, & qui même avoient commencé à se séparer d'elles-mêmes dans les bords des ouvertures qu'on y avoit faites.

Il faut pour la production d'une fausse Membrane en général, que les parties de la Limphe les plus filamenteuses, les plus rameuses, poussées vers la circonférence du Kiste par les parties les plus subtiles & les plus agitées, s'y amassent, s'accrochent ou se collent les unes aux autres; mais il faut apparemment pour la production d'une enveloppe par couches distinctes, que leurs formations ayent été séparées par quelques intervalles de temps, comme le sont celles des Cercles concentriques d'un gros Arbre. Or il est aisé de concevoir que les parties filamenteuses de la Limphe ne sont pas toujours ni en assez grande quantité, ni assez favorisées par les accidents du mouvement, pour aller former une couche de la fausse Membrane. Il n'y aura pas des intervalles aussi réguliers que dans le cas de l'Arbre, mais il y en aura, ou plutôt il pourra y en avoir, car il n'est pas démontré que toutes les enveloppes pareilles soient par couches. Les propositions générales ne conviennent pas à la Physique comme à la Géométrie.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M Hunauld a donné sur la Graisse les Remarques suivantes. 1°. On trouve ordinairement sous la peau des Fœtus, & des petits Enfants, une assés grande quantité de Graisse, & presque point autour de leur Cœur; on n'y en apperçoit que deux ou trois petits pelotons vers sa base, & il paroît qu'il y en a d'autant moins que les Sujets sont plus jeunes. Au contraire dans les Adultes, à proportion moins gras que ces petits Sujets, le Cœur est environné de graisse à sa base, il en a encore à sa pointe, on en voit autour des gros Vaisseaux qui partent de ce Viscere, & le long de ceux qui rampent sur sa surface.

2°. L'Épiploon des Fœtus est beaucoup moins gras à proportion que celui des personnes plus âgées. M. Hunauld n'a jamais vu dans un Enfant, quelque gras qu'il fût, le Mésentere aussi chargé de graisse, que dans la personne âgée la plus maigre.

3°. Il y a assés d'exemples de personnes avancées en âge, qui paroissent d'une maigreur extrême, & dont les Visceres étoient surchargés de graisse.

4°. On sçait que quand les Cellules de la Membrane Adipeuse se remplissent d'une matière huileuse, c'est ce qu'on appelle *engraisser*, & qu'on maigrit au contraire quand elles se vident. Selon M. Hunauld, ce sont les cellules les plus extérieures de cette Membrane qui se remplissent les premières, & qui se vident les dernières. De-là il suit que quand cette Membrane est posée sur quelque partie musculieuse, la graisse semble fuir le Muscle, & ce devoit être le contraire, si elle étoit faite pour en faciliter l'action, comme on le croit communément, parce qu'elle donnera plus de souplesse aux parties qui doivent se mouvoir. Ainsi dans les personnes d'un médiocre embonpoint, cette Membrane, dont par conséquent

beaucoup de cellules sont vuides & affaïssées les unes sur les autres, est trop éloignée du Muscle pour lui pouvoir fournir sa matière onctueuse, & de plus la Membrane Aponeurotique, dont la plupart des Muscles sont recouverts, est d'un tissu trop serré pour se laisser si aisément pénétrer.

Quel est donc l'usage de la Graisse? on ne le sçait pas encore, les faits que nous avons posés le rendront-ils plus aisé, ou plus difficile à découvrir?

I. I.

Plusieurs Anatomistes ont vû quelquefois des Appendices dans l'Intestin Iléon. On n'a point marqué dans les descriptions qu'on en a faites, quelles étoient les positions de ces Appendices par rapport à l'Intestin; car, quoique les figures, quand il y en a, les représentent dans une position perpendiculaire, peut-être n'a-t-on voulu par-là que les rendre plus sensibles à l'œil, & mieux détachées. M. Hunauld en a vû une dans un jeune Sujet, couchée le long de l'Iléon, un peu tortueuse, se terminant en pointe, placée tout auprès de l'attache du Mésentère, longue de quatre pouces, ayant son orifice tourné vers la fin de l'Intestin, & son fond vers le commencement, semée de Glandes dans toute sa longueur, & sur-tout de Glandes *solitaires* vers son orifice. Il sera bon de prendre garde à l'avenir si cette situation des Appendices est constante, ou ne l'est pas.

I. I. I.

M. Lindern, Médecin de Strasbourg, jouant au Trictrac, un Dé tomba, qui fut aussi-tôt avalé par un Chien. L'Animal le vomit 11 ou 12 heures après, avec de violents efforts. La substance osseuse du Dé étoit diminuée de moitié, mais les petites chevilles de bois que l'on y avoit enfoncées pour marquer les Points, par leurs extrémités noires, n'avoient souffert aucune diminution, & par conséquent débordient beaucoup de l'Os. Si le changement arrivé au Dé dans l'Estomac du Chien avoit été l'effet d'une Trituration, elle auroit agi sur le bois aussi-bien que sur l'Os, & plus même sur le bois qui est plus tendre, mais il est naturel que des Dissolvants

30 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
ayent agi sur un Os qui peut être un aliment pour un Chien,
& non pas sur du bois qui n'en est pas un. L'Académie
tient ce fait de M. Martin Docteur en Médecine à Laufane,
dont il a déjà été parlé en 1725*, ami de M. Lindern.

* p. 21.
& 22.

I V.

Encore une autre preuve contre la Trituration, qui vient
du même lieu. M. Lindern a vû à Strasbourg, trois Ventri-
cules de Cochon, garnis exactement dans tout leur contour
intérieur, d'une substance pierreuse comme du Moëlon, &
remplis entièrement de cette substance, excepté l'espace oc-
cupé par un canal d'un doigt de diametre, qui dans ces trois
Estomacs s'étoit conservé depuis le bas de l'Oesophage jus-
qu'au Duodenum. La chair des Cochons étoit belle & saine,
& se vendit très-bien. Le mouvement de trituration ne se
feroit pas fait dans ces Estomacs si bien incrustés de pierre,
& si roides, mais des Dissolvants qui se seroient conservé
de petites routes, pouvoient couler dans le Canal resté, &
y exercer leur action.

V.

Il est presque incroyable que les accès d'une Fièvre, qui
résiste à tous les remèdes connus, ne viennent point par la
seule raison que le Malade, au lieu d'être au lit, est assis dans
un fauteuil. C'est cependant ce que le même M. Martin a
vû, & qu'on peut croire qu'il a bien examiné. Il ajoute en
confirmation, que de deux hommes qu'il nomme, l'un a
des mouvements convulsifs dès qu'il est couché, & à son
premier sommeil; l'autre, ensuite d'un coup à la tête, avoit
eu pendant plusieurs années, une peine extrême à parler;
lorsqu'il étoit couché. Qui se fût imaginé que la situation
horizontale, si naturelle, & presque toujours si nécessaire aux
Malades, pût être si incommode, ou si pernicieuse dans les
cas marqués?

V I.

M. Gaulard Docteur en Médecine a lû à l'Académie, la
Relation du fait suivant, qui lui avoit passé par les mains.

Une Femme, qui ayant eu 13 Enfants, avoit cessé d'en

avoir à 40 ans, & avoit perdu ses Regles à 45, sentit à 70 ou 71 ans, de plus violentes douleurs que celles qu'elle avoit eûes dans toutes ses grossesses, & enfin accoucha, pour ainsi dire, assés naturellement, & presque sans secours, d'une grosse masse de chair, qu'on eût pû prendre pour une Mole. Elle étoit du poids de quatre livres, composée de fibres charnuës, & d'un Lacis d'un grand nombre de Vaisseaux, dont les plus gros l'étoient comme une Plume à écrire; il n'y paroissoit point de Nerfs. La Malade depuis son dernier accouchement, avoit toujours joui d'une parfaite santé, à quelques chaleurs, & quelques ardeurs près dans le bas Ventre & dans les Reins. Elle étoit fort replette, & quand elle avoit senti son Ventre grossir, elle avoit crû engraisser encore.

Le lendemain qu'elle se fut délivrée, il se trouva qu'elle ne l'étoit pas tout-à-fait. Une Sage-femme ayant introduit sa main dans la Matrice, y sentit un Corps qu'elle ne put tirer, & auquel elle ne voulut pas faire violence, mais il vint ensuite de lui-même se présenter hors du Vagin en partie. Il étoit très-dur, de la grosseur du Poing, & des déchirures de fibres marquoient que le premier Corps sorti avoit été attaché à ce second. M. Gaulard crut que ce second étoit la Matrice qui se renversoit. Tous les autres, où Médecins, ou Chirurgiens, que la singularité du fait attira, furent d'avis que c'étoit encore un Corps étranger. Ils disoient, & avec raison; que quand ils avoient vû, après des accouchements, la Matrice se renverser, elle n'avoit point la figure de ce Corps, mais M. Gaulard répondoit que dans 9 mois d'une grossesse, la Matrice ne devoit pas avoir tant souffert, que pendant 20 années peut-être, qu'elle avoit été chargée du premier Corps, qui avoit changé sa configuration naturelle, & dérangé ses fibres. M. Gaulard demouroit toujours seul de son parti, & cela même l'ébranloit un peu.

Pendant plusieurs jours, le second Corps s'allongea de deux doigts hors du Vagin, soit naturellement, soit plutôt par le tiraillement de différentes personnes, qui tâchoient de l'arracher, & le tordoient même dans ce dessein. Quand il

fut à ce point d'allongement, il n'y eût qu'une voix pour y faire une ligature, qu'on ferreroit tous les jours de plus en plus. On jugeoit ce Corps squirreux, quel qu'il fût en lui-même, & la ligature devoit le faire tomber. Il est remarquable que de tout cela il n'en arriva aucun accident, & que le Poulx de la Malade ne sortit presque pas de son état naturel.

Elle vécut 17 ou 18 jours après la ligature, mais comme elle avoit un dégoût invincible pour tous les aliments, elle tomba dans un extrême affoiblissement, & mourut le 37. ou 38^{me} jour de sa maladie. M. le Dran, fameux Chirurgien, l'ouvrit, & la question sur le second Corps ne fut pas encore bien décidée, mais elle le fut par la dissection exacte qui se fit en particulier. C'étoit sûrement la Matrice. Et selon toutes les apparences, une excroissance Polipeuse formée dans sa cavité, l'avoit entraînée en descendant, & se détachant, & avoit été la première cause du renversement, aidé ensuite par la compression réitérée des Muscles du bas Ventre, & par l'action des parties voisines. Si on avoit eu cette vûe assés tôt, il n'auroit peut-être pas été impossible de faire rentrer la Matrice, au lieu qu'on ne songeoit qu'à la tirer en dehors; faute de la prendre pour ce qu'elle étoit.

V I I.

Une Dame de Dauphiné, âgée de 47 ans, ayant été frappée d'une violente douleur, au mois de Septembre 1729, par la mort de son fils unique, commença dès-lors à tomber dans un état très-languissant, & dans une maigreur qui ne fit plus qu'augmenter. Au bout de 19 mois, M. Patras Docteur en Médecine à Grenoble, de qui l'Académie tient cette Relation, la trouva attaquée d'une fièvre lente, & il lui sentit dans l'Hipogastre, une tumeur dure, de la grosseur dont la Matrice peut être dans une grossesse de trois mois & demi, & il crut qu'en effet c'étoit la Matrice. Il y avoit déjà quelque temps que cette Dame avoit perdu ses Regles depuis son malheur.

Le mal devenoit toujours plus considérable, tout l'Abdomen
s'enfla;

s'enfla, on sentoît des eaux répanduës dans sa capacité, & on se résolut à la Ponction, qui fut faite deux fois à la Campagne, dans l'Automne de 1731. Par la 1^{re} opération, on n'eut que quelques gouttes d'eau, & par la 2^{de} rien du tout.

Comme l'enflure du Ventre toujourns plus grande, causoit une violente oppression de Poitrine, M. Patras crut qu'il falloit recommencer la Ponction, mais dans un autre endroit que celui où elle avoit été faite à la Campagne. Le Médecin qui l'avoit ordonnée ne comptoit que sur l'Hidropisie *ascite* qu'il voyoit, & non sur cette tumeur de l'Hipogastre, que M. Patras connoissoit, & qui étoit alors cachée par l'Hidropisie. M. Patras fit donc choix d'un autre lieu pour la Ponction, mais à son grand étonnement, il ne sortit encore rien que quelques gouttes de sang. Cependant la fluctuation des Eaux dans l'Abdomen étoit très-sensible, & à tel point que M. Patras crut ne se devoir pas rebuter par les tentatives inutiles de Ponction, car tous les autres remedes n'avoient aucun effet, l'opération fut réitérée, & il ne vint absolument rien.

Ensuite les Jambes de la Malade s'ouvrirent naturellement, & il en sortit pendant quinze jours beaucoup de sérosités, qui étoient, du moins en partie, celles de l'Abdomen, puisque l'oppression de Poitrine diminua considérablement, mais ce fut le seul soulagement qui s'en ensuivit. La fièvre lente ne discontinua point, & M. Patras, qui put alors reconnoître facilement cette tumeur de l'Hipogastre qu'il avoit d'abord sentie, la trouva extrêmement augmentée. De plus elle lui paroissoit accompagnée d'un bord saillant, d'une espece de ceinture qui la traversoit d'un côté à l'autre sous l'Ombilic. Cette ceinture étoit d'une consistance molle, & peut-être d'un demi-pouce de relief.

Enfin la Malade entièrement épuisée de forces, horriblement maigrie & atténuée, ne pouvant plus prendre d'aliments, mourut le 1 Mai 1732.

On l'ouvrit. Nous irons promptement au point essentiel, en supprimant toute l'histoire, quoique curieuse & instructive, des difficultés que l'on eut encore à bien démêler des parties

qui ne tenoient presque plus rien de l'état naturel. M. Patras reconnut sûrement que la tumeur de l'Hipogastre qu'il avoit sentie d'abord, & qu'il avoit crû être la Matrice, étoit le Rein gauche si prodigieusement augmenté qu'il pesoit 35 Livres. Sa structure naturelle étoit altérée à proportion de cette augmentation de grandeur & de poids. Cette espece de ceinture dont on sentoît le relief, étoit le Colon qui passoit sur la tumeur, & s'y étoit attaché.

Il n'est plus étonnant que l'on sentît des Eaux qui flotoient dans l'Abdomen, & que les Ponctions n'en tirassent pourtant rien. Ces Eaux ne flotoient que dans les intervalles vuides que laissoit l'énorme masse du Rein, il ne s'en trouvoit pas assés dans les endroits précisément où le Trois-quart perçoit, ce peu se déroboit peut-être, & se rangeoit ailleurs, & quand l'Instrument étoit retiré, & qu'on appliquoit la Cannule, on ne l'appliquoit que contre une masse assés solide. Ce qu'il y a ici sur-tout de remarquable, c'est que de grandes afflictions puissent changer à cet excès jusqu'à la structure du Corps humain.

VIII.

Voici encore un fait de même espece à peu-près, & plus surprenant par certains endroits, un E'piploon augmenté au point de peser 13 Livres 9 Onces, & si endurci, qu'il fallut employer la Scie pour l'ouvrir dans toute sa longueur & sa profondeur, encore ne fut-ce qu'avec peine qu'on en vint à bout. L'E'piploon est, comme on sçait, une double Membrane qui s'attache à l'Estomac, à la Ratte, au Colon, & qui couvre les Intestins. C'est une espece de Sac, semé de Vaisseaux & de Bandes graisseuses, qui le font paroître divisé en plusieurs Lobes ou Bosses. Il abonde tellement en graisse, que quelques-uns l'ont pris, quoique cette raison ne fût pas ; pour la source de toute la graisse du Corps. L'E'piploon, dont il s'agit ici, étoit véritablement ossifié, mais non pas uniformément. Il y paroissoit une infinité de feuillets membraneux très-minces, mais fortement adhérents à plusieurs pelotons osseux. Ces pelotons avoient été de la graisse dans l'état na-

turel, & les feuilletés, les membranes ou cellules qui l'avoient recouverte, ou enfermée. C'est à M. Mongin, Docteur en Médecine de la Faculté de Paris, que l'on doit cette Observation, qu'il a donnée dans un détail très-exact & très-sçavant. Il a même fait voir à l'Académie cette masse Epiploïque, qui ressembloit par la forme de son volume à un gros Melon.

Il peut paroître d'abord étrange que de la graisse devienne osséuse, mais on sçait par expérience que les Acides durcissent les matières huileuses, telles que la Cire, & les mettent en état de pouvoir être réduites en poudre. M. Mongin a apporté l'exemple d'un Malade condamné à ne vivre que de Lait de Vache, en qui l'évacuation du Ventre ayant été entièrement supprimée, on lui tira de l'Anus une infinité de petites Pierres, qui ne pouvoient avoir été formées que de la graisse du Lait sur laquelle un violent Acide des Intestins avoit agi. Les Phisiciens connoissent plusieurs ossifications ou pétrifications arrivées aux parties animales qui en paroissent les moins susceptibles, & nous en avons rapporté une assez remarquable en 1703*.

L'Epiploon ossifié étoit celui d'une Fille de 73 ans, qui dès l'âge de 34 avoit senti un poids & une tumeur au dessous de l'Estomac. L'augmentation en fut continuelle jusqu'à l'âge de 70 ans qu'elle cessa, & alors le volume fut énorme, mais cette Fille, qui étoit naturellement agissante, ne laissa pas de l'être toujours, & sans beaucoup d'incommodité, soit parce qu'elle s'accoutumoit à un mal qui n'augmentoît que très-lentement, soit plutôt parce que cette grosse tumeur, ainsi qu'on le vit sûrement à l'ouverture du Corps, étoit roulante, & s'accommodoit aisément à toutes les situations que la Malade vouloit prendre. Une chute qu'elle fit sur le Ventre à 72 ans $\frac{1}{2}$ avança apparemment ses jours, elle en devint Hydrique, parce que des Vaisseaux Limphatiques pressés par la masse & par le poids de la tumeur se rompirent. Elle mourut au bout de six mois, après avoir souffert une Ponction qui réussit fort bien, mais n'étant plus en état d'en soutenir une seconde.

* p. 26.
& suiv.
2^{de} E'dit.

Cette année parut un Ouvrage de M. Winslow, intitulé *Exposition Anatomique de la structure du Corps humain*. In quarto.

Que l'on s'imagine un Vaisseau de 100 pièces de Canon, dont on veuille décrire exactement, & dans tout le détail possible, toutes les différentes parties, en les comptant pour différentes, quelque peu qu'elles le soient, toutes les Planches, telles qu'elles ont été employées dans la construction, leurs étenduës, leurs positions, leurs courbures, tous les Mats, tous les Cordages, toutes les Voiles, toutes les Poulies, toutes les Chambres, toutes les Cavités, les Cloisons, & jusqu'aux Ferrures & aux Clous, on voit que ce seroit une description immense, & d'un prodigieux travail. Si l'on conçoit maintenant le Vaisseau réduit au volume du Corps d'un Homme, en conservant les mêmes parties dans leurs premières proportions, quoiqu'extrêmement diminuées, on voit que la description deviendra beaucoup plus difficile, non par le nombre des parties qui ne sera pas augmenté, mais par leur petitesse, qui le plus souvent ne permettra presque pas qu'on les démêle les unes d'avec les autres. Et que sera-ce donc, si à cette même Machine ainsi réduite, on y ajoute dans toute sa capacité, & sans augmenter son volume, une infinité de Machines Hydrauliques & Chimiques, de Tuyaux qui porteront & rapporteront des Liqueurs, de Vaisseaux distillatoires, de Récipients, &c. ? tel est cependant le Corps humain, sujet du Livre de M. Winslow.

C'est une simple Exposition des faits vûs à l'œil, ou tout au plus au Microscope, en supposant néanmoins les différentes préparations, & les précautions délicates que demande aujourd'hui la pratique de l'Anatomie. La Conjecture, qui est une autre espece d'Oeil ou de Microscope, mais souvent trompeur, n'a point été admise ici, M. Winslow ne dit que ce qu'il a vû par lui-même, & ce qu'il a fait voir aux autres dans tous les Cours, soit publics, soit particuliers, qu'il a faits sans relâche

pendant plus de 20 années. La plus fine structure du Corps humain peut demeurer inconnue, ou douteuse, & sur cela les différentes conjectures, les Systèmes, pourront s'exercer sans beaucoup de péril pour nous, mais la connoissance de la structure sensible est plus importante à la Médecine, sur-tout à la Chirurgie, & elle l'est trop pour souffrir des erreurs sans conséquence. Par exemple, dans toute amputation, il faut connoître exactement, non seulement la partie que l'on attaquera, mais encore toutes celles qui par leur connexion avec elle y seront intéressées. Un Muscle peut s'attacher à plusieurs Os, ce Muscle coupé ne pourra plus mouvoir ces Os ; plusieurs Muscles peuvent s'attacher à un même Os, cet Os coupé rendra ces Muscles inutiles, du moins en partie. C'est par cette raison que M. Winslow donne une Table *respective*, pour ainsi dire, des Os & des Muscles, on y voit à quels Os s'attache un certain Muscle, & quels Muscles s'attachent à un certain Os. La liaison & la dépendance mutuelle des parties est un des grands objets de cet ouvrage, & c'est effectivement ce qui demande le plus d'attention, & l'attention la plus scrupuleuse. On sent assez combien un nombre prodigieux de faits bien constatés doivent être utiles pour diriger & les raisonnements des Médecins, & les opérations des Chirurgiens.

Dans une matière aussi compliquée, &, pour tout dire, aussi confuse par elle-même, l'ordre, si nécessaire pour l'instruction, & pour donner à tout une certaine beauté, doit coûter beaucoup. M. Winslow s'est piqué d'en trouver un le plus géométrique qu'il fût possible, & de ne mêler jamais l'inconnu avec le connu, quelque commode qu'en soit quelquefois le mélange pour un Auteur. Ces sortes de contraintes qu'il s'impose, ne sont ordinairement guere récompensées, car un Lecteur conduit par un chemin droit & aisé ne s'aperçoit pas des chemins tortueux & pénibles qu'on lui a épargnés.

Qui s'attache à l'ordre, doit aussi s'attacher à la clarté, à la brièveté & à la précision. Le Volume est gros, & il n'y a point de paroles perduës, chaque mot signifie, & manqueroit s'il n'y étoit pas. M. Winslow a eu tant de soin d'être clair,

38 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
qu'il a évité les *Gallicismes*, c'est-à-dire, certaines phrases trop particulières à la Langue Françoisé, & que les Etrangers pourroient n'entendre pas bien.

Enfin le Censeur Royal, choisi pour sa grande capacité en ces matières, a dit au Public dans son Approbation, que *jamais Livre d'Anatomie n'avoit mieux mérité d'être imprimé.*

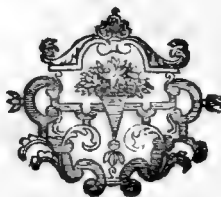
On a l'obligation à M. Winslow d'y avoir conservé un excellent Ecrit de l'illustre Stenon son grand Oncle sur l'Anatomie du Cerveau. On y voit avec plaisir quel étoit le caractère d'esprit de ce grand Homme, quelle idée il avoit de l'art de faire des Découvertes en Anatomie, son courage à n'y épargner aucune peine, sa prudente crainte de croire trop vite qu'il en eût fait, sa modestie à les proposer. On ne pourra guere s'empêcher de croire que le petit Neveu a hérité de ces qualités, ou les a bien imitées.

V. les M.
p. 388.

V. les M.
p. 428.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
Un second Mémoire de M. Petit le Chirurgien sur la manière d'arrêter les Hémorragies.

Un Ecrit de M. Morand sur quelques accidents remarquables dans les Organes de la Circulation du Sang.





CHIMIE.

SUR LES ASTRINGENTS
ET LES CAUSTIQUES.

LORSQU'EN 1731 M. Petit le Chirurgien parla dans l'Académie de la manière d'arrêter le Sang après l'amputation des gros Vaisseaux, & de l'heureux succès qu'il avoit eu dans une affaire très-délicate de cette espece *, ce sujet fit naître à M. Petit le Médecin le dessein d'examiner particulièrement les Astringents & les Caustiques, Remedes qui s'employent ou pour arrêter ou pour prévenir les Hémorragies. Les Astringents sont pour les petites, & les Caustiques pour les grandes. Les petites sont celles des petits Vaisseaux, & les grandes celles des grands. Celles des Veines sont moindres que celles des Arteres, le reste étant égal, puisque l'impulsion du Sang est moindre dans les Veines.

V. les M.
p. 31.

* V. les M.
de 1731,
p. 85.

On pourroit croire que ce qui s'appelle Astringents, ne sont que des *Emplastiques*, ou Emplâtres, qui n'agissent qu'en fermant l'orifice des Vaisseaux ouverts, mais M. Petit le Médecin s'est bien assuré par un très-grand nombre d'expériences, qu'ils sont véritablement Astringents, & qu'ils resserrent les orifices auxquels ils s'appliquent. Ils les resserrent, parce qu'ils en absorbent l'humidité, ce qui étant fait, les parois des Vaisseaux diminuées de volume se rapprochent par leur ressort naturel, & peuvent se rapprocher au point de se coller ensemble, & de fermer le Vaisseau. Il ne s'agit point ici de la compression & des Bandages qui aideroient à cet effet.

Cela sera vrai & indubitable, si les Astringents appliqués à des morceaux de chair d'Animaux en diminuent le volume, & il est sûr qu'ils en auront diminué le volume, s'ils en ont diminué le poids. C'est ce que M. Petit a trouvé par toutes

ses expériences, à quelque exception près que nous ne dissimulerons pas, & qui fortifie encore le raisonnement général. Il a toujours pris la même quantité de chair de Bœuf ou de Mouton, c'étoit 16 Gros, il l'a mise dans différents Astringents, dont il l'enveloppoit, il l'y a toujours laissée 4 jours pendant un Été assés chaud, au bout de chaque jour il la retiroit un moment pour la peser, la remettoit aussi-tôt en expérience, & par la somme totale des 4 *pesées* il voyoit de combien les 16 Gros étoient diminués.

Les Astringents qui dans le même temps diminuent davantage de poids une même quantité de chair, sont certainement les plus forts, ils ont absorbé plus d'humidité, ils ont mieux desséché la chair, & rendu son ressort plus ferme. De plus en considérant quel a été leur effet plus ou moins grand pendant chacun des 4 jours que leur action a duré, & rien n'empêche de pousser, si l'on veut, l'expérience au de-là des 4 jours, on juge du plus ou moins de promptitude de cette action, si elle s'accelere, ou se ralentit.

Il y a encore une attention importante à faire, c'est celle de la corruption, ou de la non-corruption de la chair, & c'est par l'odeur qu'on en juge. La corruption vient de la desunion des principes qui formoient les molécules de la chair, ou ses petites parties intégrantes, l'humidité favorise cette desunion, le dessèchement & le resserrement y est contraire. De-là suit manifestement qu'un bon Astringent doit laisser la chair, s'il est possible, sans corruption & sans mauvaise odeur.

Il y a des Astringents de trois especes, les Terres, comme les Bols, la Terre Sigillée, le Plâtre, la Chaux, &c. les Suc de Plantes ou Gommès & Résines, comme le Suc d'Aloës, d'Acacia, le Storax, le Benjoin, la Gomme Arabique, &c. les Sels, comme le Sel marin, l'Alun, les Vitriols, &c. On y pourroit ajouter une 4^{me} espece tirée du Regne animal, la Toile d'Araignée, les Yeux d'Ecrevisse. Toutes ces especes ont été éprouvées par M. Petit, & leurs effets comparés dans un grand détail, dont nous ne donnerons que les Résultats les plus généraux.

Communément

Communément tous les Astringents agissent plus dans les 2 premiers jours que dans les 2 derniers, & plus le 1^{er} jour que le 2^d. Il est rare que leur action n'aille pas toujours en se rallentissant.

Les plus forts Astringents terreux ne diminuent que de 5 Gros les 16 Gros de chair.

Ils lui laissent toujours quelque mauvaise odeur, mais moins selon qu'ils ont plus diminué le poids, ou, ce qui revient au même, qu'ils ont plus absorbé d'humidité.

Les Astringents végétaux sont en général plus forts que les terreux. La Noix de Galle a absorbé jusqu'à 6 Gros 19 Grains d'humidité. Elle n'a laissé à la chair nulle mauvaise odeur, ce qui n'est pas commun dans cette espece.

Toutes les Gommessont de grands Astringents.

Les Astringents salins n'ont pas ordinairement plus de force que les meilleurs végétaux, mais ils l'emportent en bonté, c'est-à-dire, qu'ils n'absorbent pas plus d'humidité, mais qu'ils garantissent mieux la chair de corruption; ils ne lui laissent presque jamais de mauvaise odeur. Aussi la Pratique s'est-elle fort déclarée pour le Vitriol.

Ces Astringents ont une propriété singulière, & qui paroît opposée à celle de tous les autres. Ils augmentent souvent le poids de la chair, au lieu de le diminuer, mais il faut remarquer que ce n'est que dans les derniers jours, ils commencent toujours par diminuer le poids. Après qu'ils ont absorbé une partie de l'humidité de la chair, cette humidité, dont ils se sont impregnés, dissout quelques-uns de leurs Sels, & ces Sels mis en mouvement, & portés par ce véhicule, vont dans la chair, s'y joignent, & en augmentent le poids. On sçait que les Sels empêchent la corruption; ainsi ces Astringents non seulement dessèchent la chair comme les autres, en attirant hors d'elle son humidité, mais ils l'embaument, en lui fournissant une matière étrangere. Il leur faut nécessairement un temps avant qu'ils la puissent fournir, & après cela il est aisé de voir ce qui arrivera selon qu'ils rendront plus ou moins qu'ils n'ont pris.

On voit aussi que cet accident ne peut arriver que quand les Sels sont peu embarrassés dans les Mixtes, & disposés à s'en dégager facilement, car on n'a pas ici de principe d'une grande action, il n'y a que l'humidité de la chair, & d'une chair morte. Les mêmes Astringents auroient beaucoup plus d'action sur des parties vivantes, animés, comme ils le seroient, par la chaleur naturelle qu'ils y trouveroient.

Les Sels des Animaux étant les plus volatils, un Astringent qui en contiendrait beaucoup, seroit excellent. C'est apparemment par cette raison que dans les expériences de M. Petit la Toile d'Araignée bien nettoyée, bien desséchée, & mise en poudre, a presque autant absorbé d'humidité qu'aucun Astringent des plus forts, & a parfaitement préservé la chair de corruption, ses Sels, qui sont Animaux, passoient aisément dans cette chair, & si la Toile d'Araignée a un peu moins absorbé d'humidité qu'un autre Astringent, ce peut n'être qu'une fausse apparence, car elle aura pu absorber plus d'humidité, ou diminuer davantage le poids de la chair à cet égard, & paroître d'ailleurs le diminuer moins à cause des Sels qu'elle aura fournis à la chair. C'est même là une réflexion qui pourroit s'appliquer en général à tous les Astringents qui laissent la chair sans mauvaise odeur, ils ne doivent pas paroître avoir absorbé tant d'humidité. Quoi qu'il en soit, les Astringents du Regne Animal ne seront pas communs, ils ne peuvent guere avoir assez de terre pour absorber, & pour dessécher. Les Yeux d'Ecrevisse laissent la chair sans odeur aussi-bien que la Toile d'Araignée, mais ils absorbent moins.

Les Esprits Acides, tels que ceux de Sel, de Nitre, l'Huile de Vitriol, car M. Petit a voulu tout éprouver, cuiroient en quelque sorte la chair, & la mettroient en pâte, si on les employoit purs, il faut les affoiblir avec beaucoup d'eau, & alors on voit qu'ils augmentent le poids de la chair. Mais nous ne nous arrêterons pas à ces expériences, qui vont plus à confirmer ce qui a été dit, qu'à rien découvrir de nouveau par rapport à l'objet principal. Venons aux Caustiques, que M. Petit n'a traités qu'après avoir fait l'Histoire de tous les moyens

dont on s'est servi depuis Hippocrate jusqu'à présent pour arrêter les Hémorragies après l'amputation des membres *.

* V. les M.

Si on applique le feu à l'extrémité ouverte d'un Vaisseau, ses parois, dès qu'elles le sentent, se retirent, se froncent en dedans l'une vers l'autre, s'approchent jusqu'à se toucher & se coller ensemble, & par-là enfin ferment le Vaisseau. La partie la plus extérieure de ces parois qui ont essuyé l'action du feu, en a essuyé la plus grande force, parce qu'elle y étoit la plus exposée, son tissu en a été totalement altéré, ses fibres détruites ou confonduës, ce n'est plus qu'un débris informe qui n'a plus de part à la vie du reste du Corps animal, c'est une chair morte, qui ne tenant plus à rien, tombe bientôt d'elle-même. On l'appelle une *Escarre*.

P. 215.

Le Fer chaud, le Plomb fondu, l'Huile bouillante, peuvent s'employer dans cette opération, mais comme ils la rendent fort douloureuse, on a trouvé d'autres matières dont l'effet sera le même, & plus doux, parce que sans être actuellement enflammées, elles contiennent un certain feu qui se développera. On les appelle *Cautiques* ou *Cauteres potentiels*, à la différence des premiers qui sont *actuels*. L'Huile de Vitriol, l'Esprit de Nitre, l'Eau Régale, sont des Cautiques potentiels liquides, la Pierre Infernale en est un solide.

La matière subtile ou éthérée, ou, comme d'autres Philosophes la nomment, la *matière du feu*, fait tous les Cautiques tant potentiels qu'actuels, mais avec cette différence que dans les potentiels, qui ont été originairement formés par le feu, pour la plupart, elle s'y est frayé des passages, des routes, qu'elle retrouve & qu'elle reprend dès qu'elle est excitée, au lieu que dans les actuels elle ne se fait point de routes qui se conservent, ce qui est causé que quand ils sont refroidis, ils ne gardent point de traces de son action précédente, & qu'ils ne peuvent agir que chauds ou brûlants. Une Aiguille aimantée est un exemple incontestable d'un Corps où une matière fort subtile & fort agitée s'ouvre de ces sortes de routes qui subsistent.

La chaleur naturelle d'une partie vivante sur laquelle on

applique le Caustique potentiel, jointe à l'humidité de cette même partie, met en mouvement & dissout les Sels très-actifs du Caustique, la matière éthérée, qui y étoit en quelque sorte languissante, se remet à circuler avec toute sa vivacité dans les routes qu'elle s'y étoit déjà frayées, & voilà ce qui équivaloit au feu actuel sans avoir le même excès d'impétuosité.

Une confirmation de cette petite Théorie, c'est que les Caustiques potentiels n'agissent point assés sur les Cadavres pour y faire cette Escarre, qui est leur dernier effet. Les Cadavres n'ont plus la chaleur qui auroit produit un grand mouvement dans tout le Caustique. Vanhelmont a le premier avancé le fait, & M. Petit l'a vérifié par des expériences qui l'ont rendu en même temps mieux circonstancié.

Il distingue trois especes de Caustiques potentiels. Les 1^{ers} n'agissent que sur les chairs découvertes de la peau, les 2^{ds} sur la peau & les chairs, les 3^{mes} sur la peau seule. Les deux 1^{res} especes sont *Escarrotiques*, c'est-à-dire, font escarre, la 3^{me} n'en fait point. Le Vitriol de Hongrie ou de Cypre, l'Arsenic, le Sublimé corrosif, &c. sont de la 1^{re} espece, l'Eau Régale, l'Huile de Vitriol, la Pierre Infernale, &c. sont de la 2^{de}. Ceux de la 3^{me} espece, dont les Cantharides sont les plus usitées, ne méritent que le nom de *Vésicatoires*, à cause des Vessies qu'ils excitent sur la peau. Ils rarefient la Limphe, & particulièrement l'Air, contenus l'un & l'autre dans les petits Vaisseaux de la peau, dont les orifices vont aboutir à l'Epiderme qui les couvre. Cette rarefaction violente souleve l'Epiderme, sous lequel se forme un vuide qui se remplit aussi-tôt & d'air dilaté, & de Limphe épanchée de ses petits vaisseaux qui ont crevé. L'Epiderme séparée de la peau, se sèche en peu de temps, & s'enleve aisément. Voilà ce qui tient lieu de l'escarre que font les autres Caustiques, car il y a toujours de l'analogie par-tout.

SUR LES BOUILLONS DE POISSON,
les Os des Animaux, &c.

M. GEOFFROY continuë le sujet dont nous avons V. les M.
 parlé en 1730*. La vûë générale est toujours d'exa-
 miner Chimiquement les aliments que l'on donne d'ordinaire
 aux Malades, & l'examen consiste à tirer de ces Mixtes
 par un nombre suffisant d'ébullitions ou coctions répétées,
 tout ce qui s'en peut tirer, après quoi les liqueurs chargées de
 ces sucs, s'étant dépouillées par une lente évaporation de tout
 leur flegme inutile, laissent un Extrait qui contient toute la
 véritable substance du Mixte, tout ce qui peut nourrir, ou
 agir sur le Corps humain. Il n'y a plus qu'à opérer sur cet
 Extrait, & à reconnoître ou démêler ce qu'il renferme.

Les épreuves de M. Geoffroy sur la Carpe, le Brochet;
 les Ecrevisses, les Grenouilles, lui ont vérifié l'opinion com-
 mune, que le Poisson est moins nourrissant que la Viande. On
 s'est apparemment fondé sur ce que le Poisson se nourrit d'eau;
 & peut-être ne s'attendroit-on pas que la différence fût aussi
 peu considérable qu'elle l'est. Une Livre de Bœuf n'a que 1
 Once, 2 Gros, 60 Grains d'humidité ou de flegme de moins
 qu'une Livre de Carpe, elle n'a que 38 Grains de Sel volatil
 de plus dans son Extrait, & 36 dans les Fibres desséchées, car
 nous supposons ici les notions établies en 1730. Si on l'eût
 sçu, on auroit bien pû ne pas croire si déterminément ce que
 l'on croit.

L'examen des Vipères a été suivi par M. Geoffroy dans un
 grand détail, parce qu'on les emploie beaucoup dans la Mé-
 decine; soit en bouillons, soit en poudre, soit en *Trochisques*,
 c'est-à-dire, en pastilles rondes.

Les Os des Animaux ont subi aussi les épreuves. L'Os de
 la Jambe d'un Bœuf, préféré aux autres, parce qu'il a moins
 de Moelle, & dont on avoit coupé les deux têtes, ayant été
 rapé finement jusqu'à la dernière lame, que l'on épargnoit pour

ne pas entamer la Moëlle, M. Geoffroy a fait bouillir cette rapure à plusieurs eaux, il a filtré les bouillons, qui d'un côté ont laissé sur le filtre une espece de pâte blanche, & de l'autre ayant été évaporés après la filtration, se sont réduits en Extrait. Par la comparaison de ce qu'on tiroit de ces deux matières avec les Analises précédemment faites de la chair de Bœuf, M. Geoffroy a trouvé ce paradoxe Phisique, que le Sel volatil se dégageoit plutôt & en plus grande quantité des Os de Bœuf que de la chair. Il a crû que l'eau où l'on cuit ces différentes matières devoit avoir moins d'action sur les chairs, qui se dérobent à elle par leur souplesse, que sur les Os qui ne cedent pas tant.

La Corne de Cerf & l'Yvoire peuvent être mis au rang des Os, sur-tout l'Yvoire, qui croît comme les Os par lames ou couches circulaires, dont les plus grandes & les dernières formées enferment les plus petites & les premières. Par la cuisson, ces couches se déboîtent facilement les unes de dedans les autres, en conservant leur figure. Pour le Bois de Cerf, qui constamment n'a été dans son origine qu'une substance charnuë, mais ensuite extrêmement épaissie & endurcie par le temps, il ressemble plus d'ailleurs aux Chairs qu'aux Os par la nature & la quantité des principes qu'il fournit aux Analises Chimiques.

Mais ces trois Corps, les Os de Bœuf, le Bois de Cerf & l'Yvoire, prouvent également que les matières solides donnent leur Sel volatil plus aisément que les matières tendres. Par-là même se justifie la pratique commune aujourd'hui, de ne point séparer des Vipères qu'on met bouillir, leurs Arrêtes ni leurs Vertebres. Ce sont des Os, qui loin d'être nuisibles, parce que l'Animal est venimeux, fournissent beaucoup de principes actifs, très-salutaires.

A ces recherches M. Geoffroy en a joint sur le petit Lait, remede très-usité, & sur le Pain, le plus général des Aliments. Il a trouvé dans le petit Lait des indices de Sel Marin, & ensuite des preuves de son existence par la figure cubique des Cristaux. Il est remarquable, non qu'il y ait de ce Sel dans

une matière animale, mais qu'il y en ait jusque dans les premières liqueurs des Animaux. Dans une Livre de Pain de Gonesse cuit de la veille, il y a 3 Onces 7 Gros 48 Grains d'humidité, 5 Onces 1 Gros d'Extrait, 6 Onces 3 Gros de matière grossière. Apparemment ce sont les 5 Onces 1 Gros qui font la nutrition.

SUR LE TARTRE SOLUBLE.

NOUS avons déjà effleuré cette matière en 1728 *. Le Sel Végétal, remède si usité, & dont le nom est si connu, est un Tartre, ou Cristal, ou Crème de Tartre, que l'on a dissous pour pouvoir le faire prendre intérieurement, sans quoi on n'auroit guere pû en faire d'usage médicinal. On l'a dissous par un Sel lixiviel & alkali, extrait du Tartre même. Mais n'y auroit-il point d'autre moyen de dissoudre le Tartre, un moyen plus simple, plus cominode, plus avantageux pour l'effet du remède? ne fût-il que nouveau, il auroit encore son mérite.

V. les M.

p. 323.

* p. 38.

& 39.

M. le Fèvre, Médecin d'Uzès, en proposa un en 1728; dont nous avons parlé à l'endroit cité. M. Grosse, l'un des Chimistes de l'Académie, travailloit sur le même sujet, & cherchoit des Terres alkaliines propres à dissoudre le Tartre, qui certainement a beaucoup d'Acide, tandis que d'un autre côté M. du Hamel cherchoit à purifier le Tartre crud, & à le rendre aussi beau que celui qui nous vient de Montpellier, purifié par une Terre qu'on trouve aux environs de cette Ville. Les desseins des deux Académiciens, quoique différents par l'objet principal, les conduisoient pourtant à employer les mêmes matières, ou des matières de même espece, & à faire les mêmes opérations, ils vinrent à s'en appercevoir, & ils jugerent plus convenable de réunir leurs travaux, & de n'avoir en vûe que le Tartre soluble. Leur aventure fut en partie pareille à celle de M^{rs} Geoffroy & Boulduc, rapportée en 1731 *. Ainsi tout ce qui va être dit, le sera également d'après M^{rs} du Hamel & Grosse.

* p. 34.
& suiv.

Le Cristal de Tartre, indissoluble à l'eau froide, dissoluble seulement en apparence à l'eau bouillante, puisqu'aussi-tôt qu'elle est refroidie, il se précipite au fond tel qu'il étoit, se dissout réellement par l'Eau de Chaux, & avec une grande effervescence, mais ce n'est qu'après y avoir jetté plusieurs fois de cette Eau, de sorte qu'on pourroit croire d'abord qu'il n'y auroit rien à en esperer. Quand on a laissé évaporer lentement l'humidité de cette Solution, il se forme des Cristaux, qui donnent quelques marques d'Alkali. Mais si, parce qu'ils sont fort petits, on réitere les cristallisations pour en avoir de plus gros, ces nouveaux Cristaux ne donnent plus de marques d'Alkali, ils n'en donnent pas non plus d'Acide, ils se fondent aisément à l'eau froide, ils brûlent sur la pèle comme le Tartre soluble ordinaire, & se réduisent en charbon.

La chaux d'Ecailles d'Huitre a fait plus d'effet que la Chaux commune sur le Tartre, puisqu'elle en a dissous une plus grande quantité, mais l'effet du Plâtre & du Gypse calciné, qui sont cependant des especes de Chaux, n'a été que très-foible.

Quand le Tartre a été traité avec la meilleure Craye de Champagne, & de la même manière qu'avec la Chaux, l'effervescence a été moins considérable, cependant la dissolution paroît avoir été plus parfaite, puisque toute la Craye a disparu, ce que la Chaux n'avoit pas fait, & que quand on a filtré la Solution, il n'est resté sur le filtre qu'une très-petite quantité de Terre, au lieu qu'il en étoit resté beaucoup davantage de la Chaux. Tous les autres effets ont été de part & d'autre assés semblables. Les deux Chimistes attribuent la différence à ce qu'une plus grande effervescence cause une plus grande évaporation d'Esprits & de parties subtiles, qui laissent une plus grande quantité de Terre hors d'état de s'élever. Or l'effervescence a été plus grande par la Chaux.

La ressemblance des effets de la Chaux & de la Craye, persuade aux deux Phisiciens, que puisque la Craye, qu'on ne soupçonne pas de contenir aucun Sel, n'agit que par la Terre, la Chaux doit agir de même, & que par conséquent il n'y a point

point de nécessité, du moins par les faits présents, de lui supposer un Sel. Le Tartre n'est donc pas décomposé, ses principes ne sont pas desunis, seulement ses molécules ou parties intégrantes, séparées par une Terre qui s'est insinuée entre elles, sont devenues plus accessibles à l'eau, & le tout prend une nouvelle forme, qui, comme il est aisé de l'imaginer, l'expose d'une manière plus avantageuse à l'action de l'Estomac.

Il suit de-là que la Craye est une Chaux imparfaite.

La Stalactite non calcinée, les Yeux d'Ecrevisse, & quantité d'autres matières, sont à peu-près comme la Chaux.

Quand on a essayé différentes Terres sur le Tartre pour voir celles qui le rendroient soluble, il s'en est trouvé beaucoup qui en étoient incapables, comme la Terre qu'on emploie à Rouen pour raffiner le Sucre, la Craye de Briançon, le Crayon rouge, le Tripoli, le Bol, la Terre même qu'on emploie à Montpellier pour purifier ce même Tartre, &c. Pourquoi cette grande différence entre ces Terres & la Chaux, quelques Crayes, &c. ?

Selon ce qui vient d'être dit, les matières terreuses, qui rendent le Tartre soluble, ne le rendent tel, que parce qu'elles se sont insinuées entre ses molécules, & pour cela il faut que leurs petites parties soient devenues d'une extrême finesse. Qui peut les avoir atténuées & divisées jusqu'à ce point ? On sçait en Chimie que l'effet ordinaire des Acides est de diviser le plus finement qu'il soit possible les matières sur lesquelles ils agissent, & ici nous avons les Acides du Tartre, qui auront produit sur les matières terreuses l'effet en question, ils les auront mises en état de s'unir intimement avec le Tartre. Si ces mêmes Acides n'ont pas pû avoir la même action sur d'autres matières terreuses, le Tartre demeurera indissoluble.

Dans le cas où la Terre n'aura pas rendu le Tartre soluble, faute d'avoir été dissoute, elle ne laissera pas de lui pouvoir être de quelque autre utilité. Elle en absorbera des parties hétérogènes, dont il étoit mêlé, sur-tout une huile superflue ou nuisible, & c'est ce qu'on appelle le purifier. Une union

50 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
très-légère & très-superficielle de la Terre avec le Tartre suffit
pour cela.

Sur ce sujet, M^{rs} du Hamel & Grosse ont fait une réflexion
assés fine, qui les a conduits à une méthode par laquelle on
jugera d'avance si une Terre rendra le Tartre soluble, ou si
elle ne fera que le purifier. L'Acide du Tartre est celui du Vin,
& par conséquent le même que celui du Vinaigre, donc les
Terres que le Vinaigre dissoudra, rendront le Tartre soluble,
& elles ne seront propres qu'à le purifier, si le Vinaigre ne
les dissout pas. Il se trouve en effet qu'il dissout la Chaux, la
Craye de Champagne, &c. & non pas la Terre de raffinerie
de Rouen, celle de Montpellier, le Bol, &c. En un mot la
Regle s'est vérifiée sur tout ce qu'on avoit éprouvé.

SUR LE SEL DE LA CHAUX.

* V. l'Hist.
de 1724.
p. 39. & 40.

EN 1724, M. du Fay donna deux opérations, par les-
quelles il tiroit un Sel de la Chaux*. Comme les Chi-
mistes n'avoient encore pû y réussir, & que par cette raison
ils doutoient fort de l'existence de ce Sel, on eut peine à
ajouter foi à cette découverte. Des deux opérations rappor-
tées tout au long dans les Mémoires de 1724, la 1^{re} deman-
doit une seconde calcination de la Chaux, qui pouvoit y
avoir introduit les Acides du Charbon dont on s'étoit servi,
& ces Acides étrangers unis à la Terre alcaline de la Chaux
auroient formé le Sel en question. La 2^{de} opération deman-
doit que la Chaux fût éteinte à l'air, c'est-à-dire, qu'elle y
eût été exposée assés long-temps pour s'abreuver, se pénétrer
de son humidité, & se résoudre en une poussière fine; or cette
humidité pouvoit avoir des Acides. Comme le Sel tiré par
M. du Fay est en fort petite quantité, les deux objections en
sont plus vrai-semblables.

Il a répondu à la 1^{re}, que si par la seconde calcination des
Acides du Charbon se sont introduits dans la Chaux, il doit
s'en être introduit aussi par la 1^{re} calcination indispensable,

qui a converti une Pierre en Chaux, qu'en cas que l'on eût pu tirer de la Chaux ordinaire le Sel qui s'en seroit formé, on l'auroit regardé comme un véritable Sel de Chaux, parce qu'en effet il appartenoit à la Chaux prise comme Chaux, & non à la Pierre, & que par conséquent une seconde calcination ne devoit pas empêcher qu'on ne le regardât de la même manière.

Quant à la 2^{de} objection, il n'étoit guere croyable que l'humidité de l'air pût fournir des Acides assés puissants pour dissoudre un Corps tel que la Chaux.

Mais pour couper court à ces objections, M. du Fay a fait une expérience où il n'entre rien qui puisse être suspect. Il a pris 12 Pintes d'eau de Rivière distillée, il les a mises chauffer au feu de Sable dans une Terrine de Grès toute neuve, il y a fait éteindre une livre de Chaux, qui a bouilli quelque temps, après que le bouillon a été entièrement raffis, il a enlevé le plus clair de l'eau qui furnageoit, & l'a transporté dans un autre Vaisseau de Grès ou de Verre, où il l'a laissé reposer pendant une heure, & a encore enlevé le plus clair de ce qui furnageoit, & ayant répété cette opération, qui diminueoit toujours la quantité de l'eau qu'il réservoir, il a mis ensemble toute l'eau réservée dans un Vaisseau où il l'a évaporée jusqu'à siccité, & il est demeuré au fond 10 Grains d'un Sel âcre & caustique, entièrement semblable à celui qu'il avoit eu par ses opérations de 1724. On voit assés ce que signifie cette attention d'employer de l'eau de Rivière distillée, & ce choix de Vaisseaux de Grès tout neufs, ou de Verre. Il falloit prévenir tout soupçon d'Acides étrangers.

En réfléchissant sur cette opération, M. du Fay jugea bien qu'il ne devoit avoir eu que la quantité de Sel la plus aisée à dégager, & qu'il n'avoit pas entièrement dépouillé la livre de Chaux de tout ce qu'elle en contenoit. Aussi en travaillant de nouveau & avec beaucoup d'eau nouvelle sur cette même Chaux, il en tira en tout jusqu'à 2 Gros de Sel, moins 2 Grains, & elle n'étoit encore diminuée que de moitié, ce qui fait voir qu'il étoit possible d'aller plus loin.

Il est vrai que dans ces nouvelles opérations l'eau n'étoit pas distillée, & M. du Fay avouë que le nouveau Sel ne lui paroïsoit pas tout-à-fait si pur. Mais pour ne se laisser à lui-même aucun scrupule, il fit évaporer dans une Chaudière 50 Pintes d'eau de Pluie, & dans une autre 172 Pintes d'eau de Rivière, & il retira de part & d'autre une petite quantité de Sel qui n'avoit rien de l'âcreté ni de la causticité du Sel de Chaux. Ainsi ce Sel ne peut être qu'un peu affoibli, mais non pas formé par l'eau non distillée. Il faut redoubler de preuves à proportion que ce que l'on combat est plus établi.

*S U R L E B O R A X ,
ET SUR DES EXPERIENCES NOUVELLES
D E C E S E L .*

V. les M.
p. 398.

* p. 49.
& suiv.
2^{de} E'dit.

* V. les M.
de 1702.
p. 50.
2^{de} E'dit.

* V. les M.
de 1728.
p. 273.
Et les M.
de 1729.
p. 282.

NOUS avons déjà donné en 1703 * quelques connoissances préliminaires sur le Borax, & nous les supposons ici. Feu M. Lémery avoit examiné ce Sel à l'occasion d'un usage nouveau & heureux que M. Homberg en avoit fait dans la Médecine, lorsqu'il avoit donné son Sel volatil narcotique de Vitriol * ou Sel sédatif. Long-temps depuis M. Lémery a beaucoup plus approfondi ce sujet *, & enfin M. Geoffroy y trouve encore des choses nouvelles.

Le seul changement que tant de recherches ayent apporté aux premières idées qu'on avoit sur le Borax, c'est qu'il n'est plus un Sel salé ou moyen, comme l'on croyoit, mais un véritable Sel alkali naturel, en quoi il differe des Alkalis ordinaires, qui ne sont devenus tels que par l'action du feu, & par la décomposition. On est obligé cependant à lui laisser encore quelque petite portion de Sel moyen. Du reste il est toujours vitrifiable, & même sans addition, ce qui lui est particulier entre tous les Sels connus, & en même temps ce Verre, quoique dur & compacte, se fond très-aisément à la seule humidité de l'air, & vient à perdre sa forme de Verre,

& redevient du Borax qui n'auroit pas été vitrifié. Le Borax est toujours gras, non seulement à l'extérieur, ce qui pourroit provenir de quelque accident, mais dans l'intérieur de sa substance, par une matière bitumineuse, semblable à de la Colleforte, qui ne s'en détache point quand on le purifie, & qui même y reparoit quelquefois, quand on croit l'avoir le mieux desséché. Si le Borax est la *Chrifocolle* des Anciens, il ne faut pas chercher ailleurs l'origine de ce nom.

Le Borax étant un Alkali, on s'attend bien qu'il absorbera les Acides; il les absorbe en effet, mais on n'eût pas prévu qu'un effet par-tout ailleurs si impétueux & si turbulent, est ici parfaitement tranquille, & se passe dans un grand calme. Il seroit inutile de répéter les Expériences de M. Geoffroy, les adresses de Chimie perdroient trop de leur prix, si elles n'étoient pas exposées tout au long; nous nous bornerons à deux résultats principaux, qui ont été le fruit d'un grand nombre d'opérations.

1^o. Le Sel Sédatif trouvé par M. Homberg est utile en Médecine, quoiqu'il ne soit que sédatif, c'est-à-dire, qu'il ne fasse qu'appaîser pour 6 ou 7 heures de violents accès de fièvre, mais il procure une espece de Treve, pendant laquelle on peut employer des remèdes plus efficaces qu'il eût été impossible d'employer autrement. De la Solution de Borax dans de l'Huile de Vitriol, qui contient un fort Acide, il s'éleve par la distillation des *fleurs*, une matière blanche, légère, sèche, une espece de farine, qui est le Sel Sédatif. M. Lémery a trouvé qu'on pouvoit se servir de tous les Acides minéraux aussi-bien que de l'Huile de Vitriol, qui en est un. Par là l'opération s'étend; maintenant M. Geoffroy la change en une autre plus commode, & qui même produit davantage; c'étoit une Sublimation, & il donne le moyen d'avoir plus facilement par une Cristallisation une plus grande quantité de Sel Sédatif. Cela sera utile principalement pour les Hôpitaux, où ce Sel est d'un grand usage.

2^o. Quand de la Solution de Borax par un Acide minéral, on a tiré le Sel volatil, il reste un Sel fixe, qui est une espece

de Sel de Glauber, dont apparemment on n'eût pas eu le soupçon, M. Geoffroy ne connoît qu'un seul Chimiste Allemand qui l'ait un peu prévenu. Il faut, afin que ce Sel de Glauber se soit formé, que l'Acide minéral se soit uni à une terre du Borax semblable à celle du Sel marin. Ce Sel de Glauber, autrefois si rare, devient bien commun.

Tout Verre est une Terre intimement pénétrée par un Sel dans ses plus fines parties. Cette Terre, qui est la base du Sel fixe du Borax, ou de son Sel de Glauber, est la même qui entre dans cette vitrification si facile du Borax. Il y a plus. Le Sel Sédatif, même celui qui a été sublimé, se vitrifie encore en partie, & par conséquent il contient encore de cette même Terre, qui doit être bien inséparable du Borax. Une grande difficulté de faire du Borax artificiel sera apparemment de trouver cette Terre vitrifiable.

Le Sel Sédatif, soit sublimé, soit cristallisé, se dissout dans l'Esprit de vin, & le feu y étant mis, la flamme en est verte. Ce n'est là qu'une curiosité, mais il seroit si agréable dans certains Spectacles d'avoir des flammes de telles couleurs qu'on voudroit, qu'il faut plutôt regretter de ne les avoir pas encore toutes.

OBSERVATION CHIMIQUE.

M. De Mars, établi par le Roi à Constantinople pour y enseigner le Latin aux Enfants de la Langue de France, ayant envoyé à l'Académie un Sel qui se trouve naturellement en Egipte, & qu'il croyoit être le Sel Armoniac des Anciens, on l'examina, & on trouva, par toutes les épreuves, que du moins ce n'étoit pas le Sel Armoniac des Modernes, car pour l'autre, on ne le connoît point, à proprement parler. On ne craignit point d'assurer que le Sel de M. de Mars étoit un vrai Sel de Glauber, il en avoit toutes les propriétés, & par là on apprit que ce Sel est naturel en Egipte aussi-bien qu'en Dauphiné, en Espagne, en Allemagne, en Hongrie, dans toutes

les eaux de la Mer. Apparemment les Minéraux dont M. de Mars disoit avoir retiré son Sel, étoient composés de quelque substance vitriolique, & de quelque autre qui contenoit du Sel marin, ce qui aura fait que l'Acide vitriolique se joignant à la base du Sel marin, l'Acide du Sel marin se sera échappé, & il sera resté un Sel de Glauber.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
L'Écrit de M. du Fay sur la Teinture des Pierres.

V. les M.
p. 169.



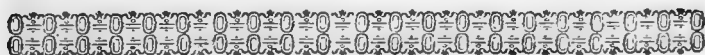
BOTANIQUE.

M. Marchant a lû la Description
De l'*Aquilegia Canadensis præcox*, procerior, h. R. P.
De la *Dentaria Heptaphyllos*. C. B. Pin. 322. Dentaire.
Du *Horminum coma purpurea violacea*. J. B. T. 3. 309.
ou *Horminum sativum*. C. B. Pin. 238.
Et de l'*Omphaloïdes Lusitanica Lini folio*. I. R. herb. ou
Linum umbilicatum. Parck. Theat. 1687.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
La Suite de l'Anatomie de la Poire par M. du Hamel.

V. les M.
p. 64.





G E O M E T R I E.

SUR LES COURBES DE POURSUITE.

V. les M.
p. 1.

UNE Courbe étant rapportée à un Axe, & ses Tangentes en tel nombre qu'on voudra, tirées jusque sur cet axe; dont elles déterminent certaines parties que l'on comptera depuis le sommet ou l'origine de la Courbe, il est possible que ces parties de l'axe soient toujours proportionnelles aux différents Arcs correspondants de la Courbe, déterminés par les différents points d'où partiront les Tangentes, que par exemple si une partie de l'axe interceptée entre le sommet de la Courbe & l'extrémité d'une Tangente n'est que la moitié d'une autre partie interceptée entre le même sommet & une autre Tangente, les deux arcs correspondants déterminés par les mêmes Tangentes seront dans la même raison de 1 à 2. Il est visible que cette égalité de rapport subsistera, soit que les arcs soient en eux-mêmes plus grands, ou plus petits, ou égaux aux parties correspondantes de l'axe, & cela fera trois especes de Courbes comprises dans un même Genre.

Elles sont toutes rectifiables & quarrables en même temps, & par là M. Bouguer les juge dignes d'une attention particulière. L'une ou l'autre propriété est assés rare, & leur réunion l'est encore plus. On voit en gros que cette égalité perpétuelle de rapport entre la longueur d'une Courbe & celle d'une droite, peut amener plus facilement la Courbe à la condition de droite.

Si un Vaisseau, qui fait une certaine route, veut joindre un autre Vaisseau qui en fait une autre, & s'il croit nécessaire de se mettre dans la route du second pour le poursuivre mieux, il faudra pour cela qu'il commence par décrire une Courbe, qu'on pourra nommer Courbe de *poursuite*, dont l'axe sera la ligne

ligne de fuite, ou la droite décrite par le Vaisseau qui fuit. La vitesse de chaque Vaisseau étant supposée uniforme, & le rapport de leurs vitesses toujours le même, les arcs, ou longueurs des parties de la Courbe de poursuite, parcourus dans un certain temps, seront toujours proportionels aux parties de la ligne de fuite ou de l'axe parcouruës dans le même temps, & par cette raison M. Bouguer donne le nom abrégé de Courbes de poursuite aux Courbes dont il s'agit ici. Ce n'est pas que le principe de se mettre dans la route d'un Vaisseau auquel on donne chasse, soit bon, on en a reconnu l'erreur, mais l'exemple ne laisse pas de nous suffire.

Si le Vaisseau qui poursuit a une vitesse absoluë moindre que l'autre, ou s'il n'en a qu'une égale, il est bien clair qu'il ne le joindra jamais, & que la Courbe de poursuite aura une Asymptote, qui sera la ligne de fuite ou son axe. Ce n'est que dans le cas où la vitesse du Vaisseau poursuivant excède l'autre, que la Courbe de poursuite rencontre son axe au bout d'un cours fini. Ainsi il y a deux espèces de ces Courbes qui ont des Asymptotes, & une troisième seulement qui n'en a point.

M. Bouguer cherchant leur Équation générale, la trouve d'abord en Infiniment petits du 2^d ordre, ce qui ne donneroit que des Courbes Mécaniques. Il faut, s'il est possible; intégrer, changer ces Infiniment petits du 2^d ordre en infiniment petits du 1^{er}, & même encore ceux-ci en grandeurs finies, au moyen de quoi on a des Courbes Géométriques ou Algébriques. C'est ce qui réussit ici, hors-mis dans deux cas que nous allons expliquer.

On exprime en général le rapport des vitesses du point poursuivant & du poursuivi, par deux lettres qui représentent tous les nombres possibles. Elles deviennent les Exposants des grandeurs de l'Équation. Si, comme il est sans comparaison le plus naturel, ces deux lettres représentent deux nombres rationels, tels que 1 & 2, 2 & 3, &c. l'Équation exprime une Courbe Algébrique, mais elle n'en exprimera qu'une Mécanique, si les deux nombres, ou, si l'un est irrationnel,

1 & la racine de 2, par exemple, la racine de 2 & celle de 3 ; &c. pourquoi cela ?

Une Courbe est Algébrique ou Géométrique quand le rapport perpétuel qui constituë son essence, se trouve entre des grandeurs finies, mais elle n'est que Mécanique quand ce rapport perpétuel se trouve, & ne se peut trouver qu'entre des Infiniment petits. La raison de cette différence est, qu'on peut décrire exactement, & par les règles de la Géométrie, une Courbe dont la description ne dépend que de grandeurs finies, au lieu qu'on ne peut décrire qu'imparfaitement, par points séparés, & Mécaniquement, une Courbe dont la description exacte demanderoit que l'on traçât des Infiniment petits, qui ne se peuvent tracer, & en général tout ce qui sort du Fini, & va dans l'Infini, n'est plus assés soumis à nos connoissances, pour être susceptible de la rigoureuse exactitude Géométrique. Quand on élève une grandeur à une puissance rationelle quelconque, 2, 3, &c. on sçait que c'est la multiplier 2 fois, 3 fois, &c. par elle-même. Mais si on l'élève à une puissance exprimée par la racine de 2, de 3, de 5, &c. on ne sçait combien de fois on la multiplie, ces nombres là ne se trouvent que dans l'Infini, ou n'ont que des expressions où il entre nécessairement, ainsi qu'il a été prouvé dans les *E'lements de la Géométrie de l'Infini*, & par conséquent des Courbes, dont la connoissance dépend de grandeurs ainsi affectées, vont autant dans l'Infini, & sont aussi Mécaniques, que si leur essence consistoit dans des rapports d'Infiniment petits.

Le second cas où les Courbes de poursuite sont Mécaniques est assés surprenant; c'est celui où le rapport des vitesses des deux Points est le plus simple de tous les rapports, celui d'égalité. Alors l'Equation Algébrique de M. Bouguer ne donne rien, sinon que l'axe est infini, & qu'il n'y aura point de rencontre, ce que l'on sçavoit déjà bien par la nature de la chose, sans le secours de l'Equation. Si l'on veut avoir une Courbe, il faut retourner à l'Equation différentielle, d'où l'on a tiré l'algébrique, & par conséquent ce n'est qu'une Courbe

Mécanique que l'on trouve. Ainsi en arrangeant les trois especes des Courbes de poursuite, selon les rapports des vitesses des deux Points, & en posant pour l'espece du milieu, comme il est naturel, & presque nécessaire, celle où ces deux vitesses sont égales, on verra dans un même Genre l'espece Mécanique placée entre deux Géométriques. Si l'on conçoit dans ces trois especes une marche régulière, de sorte que l'une des extrêmes ne devienne l'autre extrême, qu'après avoir passé par estre la moyenne, ces Courbes renfermées d'abord dans le Fini s'approcheront toujours de l'Infini, iront en quelque sorte s'y perdre, & reviendront de là dans le Fini.

La Rectification des Courbes de poursuite est fort simple. Puisque les parties de l'axe que les Tangentes déterminent par leurs extrémités, sont proportionnelles aux Arcs correspondants, il s'enluit que cette égalité de rapport se conserve indépendamment de la grandeur absoluë de ces parties de l'axe, & des Arcs, & par conséquent entre ces parties devenues infiniment petites, & les côtés infiniment petits de la Courbe. Deux Tangentes infiniment proches, toujours terminées à l'axe, croissent toujours par leur extrémité supérieure de la quantité d'un petit côté de la Courbe, & par l'extrémité inférieure elles décroissent ou croissent, selon la portion de la Courbe où elles sont, d'une droite infiniment petite qui peut s'exprimer par l'infiniment petit de l'axe, dont le rapport au côté de la Courbe est connu. Quand ces Tangentes sont prises dans une étendue finie de la Courbe, la somme de toutes leurs augmentations supérieures est l'Arc de la Courbe correspondant, qui par conséquent est égal à une Tangente, mais modifiée, comme elle doit l'être, par rapport à ce qui est arrivé aux extrémités inférieures. Il y a un cas où l'Arc est simplement égal à la Tangente, la modification, nécessaire dans les autres cas, est alors devenuë nulle.

M. Bouguer assure que la Quadrature de ces Courbes n'est pas plus difficile.

M. de Maupertuis a résolu le même Probleme, en le rendant plus général. La ligne de fuite n'est plus une droite, mais

une Courbe quelconque donnée; il faut maintenant que les Tangentes à la Courbe de poursuite prolongées jusqu'à la Courbe de fuite, y déterminent toujours des Arcs proportionnels à ceux de la Courbe de poursuite. M. de Maupertuis arrive assez facilement à une Équation générale de la Courbe de poursuite en Infinitement petits du 2^d ordre.

Mais ce qui peut paroître surprenant, c'est que quand dans cette Équation générale on met, au lieu de la Courbe de fuite, une droite, qui y étoit selon la première idée du Probleme, cette supposition, qui a coûtume de simplifier tout, produit un Calcul fort long, & fort compliqué, & tel que M. de Maupertuis a cherché d'autres Solutions plus simples, indépendantes de la Solution générale, tant dans ces matières là même, si parfaitement embrassées par notre Esprit, il peut encore arriver d'événements imprévûs.

Le rapport des vitesses du Point poursuivant & du poursuivi est toujours le même dans le Probleme de M. de Maupertuis comme dans celui de M. Bouguer, mais M. de Maupertuis avertit qu'il pourroit ne l'être pas dans le sien, & qu'il suffiroit de le supposer variable, mais réglé sur quelque fonction des Coordonnées des Courbes, car il est bien évident que la Géométrie ne peut avoir de prise que sur ce qui suit quelque ordre connu.

SUR UNE ESPECE DE COURBES décrites sur la surface d'une Sphere.

V. les M.
p. 237.
& 255.

ON a demandé que des Courbes décrites sur la surface d'une Sphere fussent algébriques & rectifiables. Il est bien clair d'abord que ce ne peuvent pas être des Cercles; puisqu'ils ne sont pas rectifiables, & l'on sçait combien les deux qualités, d'algébrique ou géométrique & rectifiable, sont distinctes & différentes.

Ce Probleme étoit digne d'exercer M. Bernoulli, il en trouva la Solution comprise dans une grande & belle Théorie

qu'il fit des Épicycloïdes Sphériques. Le hazard voulut que ce fût précisément dans le même temps que M. de Maupertuis, qu'il avoit invité à y penser, y pensoit aussi de son côté. A peine en avoit-il trouvé la Solution, qui fut vûë de quelques amis, qu'il reçut de Bâle celle de M. Bernoulli, il eut le plaisir & la gloire de la voir conforme à la sienne, & il fut bien vérifié qu'il ne pouvoit l'avoir vûë plutôt. Il nous suffira de donner une légère idée du principe général de ces Solutions pour les Courbes algébriques & rectifiables.

Comme la Courbe cherchée, & qui sera décrite sur la surface de la Sphere, ne le sera donc pas à l'ordinaire sur un plan droit, il faut la rapporter à un plan de cette nature, & on le fera si on en imagine un dans la Sphere sur lequel on tirera de tous les points de la Courbe des perpendiculaires. Elles formeront sur ce plan droit, par leurs extrémités, une seconde Courbe, qui sera la *Courbe de projection*, à la différence de la première, que nous appellerons *Courbe de la surface*.

Il ne s'agit que de déterminer la nature de la Courbe de la surface selon les conditions prescrites, & elle peut être fort différente de la Courbe de projection. Mais on trouve moyen de les lier l'une à l'autre par un rapport entre leurs étenduees ou longueurs, de sorte que la rectification de l'une donnera celle de l'autre. Les perpendiculaires tirées de tous les points de la Courbe de la surface sur le plan de projection, sont des grandeurs qui du côté de la surface sphérique croissent ou décroissent toujours d'une quantité infiniment petite, & cette quantité est en même temps un des côtés du petit Triangle dont l'hipotenuse est l'Élément de la Courbe de la surface. L'Élément ou arc infiniment petit de la Courbe de projection étant très-aisé à exprimer algébriquement, il n'y a qu'à supposer entre cet arc & la différentielle de la perpendiculaire correspondante un rapport connu, moyennant quoi la somme des arcs de la Courbe de projection, si on la peut avoir, aura ce rapport connu à la somme de toutes les différentielles des perpendiculaires qui entrent dans la composition des arcs de

la Courbe de la surface, & par conséquent à ces arcs mêmes. Or par cette voye il se trouve que l'infiniment petit de la Courbe de projection est intégrable, donc on a la longueur de cette Courbe, donc aussi celle de l'autre.

Afin que ces deux Courbes rectifiables soient de plus algébriques, il faut que ce rapport supposé que l'on a laissé général, ne soit qu'un nombre rationnel, autrement les Courbes deviendroient Mécaniques, selon ce qui a déjà été expliqué ci-dessus *.

* p. 58.

M. de Maupertuis n'eut besoin que de la même Méthode pour résoudre un autre Probleme, qui s'offroit naturellement à lui, c'est de trouver sur la surface de la Sphere des Courbes dont les arcs seront en raison donnée quelconque aux arcs d'un grand Cercle, & qui par conséquent ne seront rectifiables que dépendamment de la rectification du Cercle. On voit assés la liaison de ces Problemes.

* p. 62.
& suiv.

Nous avons expliqué en 1704 * comment les arcs de l'Ecliptique décrits par le Soleil en un temps déterminé, avoient un rapport toujours changeant aux arcs correspondants de l'Equateur, ou, ce qui est le même, le mouvement du Soleil en Longitude a son mouvement en Ascension droite, hors-mis dans un certain point, où il y avoit égalité.

M. de Maupertuis trouve & construit aisément, par sa Théorie générale, la Courbe où cette égalité seroit perpétuelle, si le cours du Soleil la suivoit au lieu du Cercle de l'Ecliptique.

Et dans l'Ecliptique même, il détermine avec la même facilité le point où les deux mouvements du Soleil seront, non pas seulement en raison d'égalité, mais en telle autre raison qu'on voudra, & cela par sa seule Théorie, & sans employer la Trigonométrie Sphérique.

SUR LES LIGNES DU IV.^{me} ORDRE.

TOUT ce qui a été dit sur cette matière en 1730 * & 1731 *, n'est encore qu'une espece de Préliminaire. On a traité des Inflexions & des Rebroussements de différentes especes, & particulièrement des différents Points multiples, parce que ce sont là des *affections* générales, qui commençant à paroître dès le 3^{me} ordre, se montrent dans le 4^{me} revêtues de nouvelles circonstances plus singulières & plus difficiles à démêler. Comme ces affections ne sont pas rares dans cet ordre, il a été bon de n'y arriver qu'après s'être préparé à les voir. Mais maintenant il faut entrer dans une considération plus étendue, & qui embrasse tout l'ordre. M. l'Abbé de Bragelongne entreprend l'énumération de toutes les lignes qu'il contient. Le 1^{er}, n'en a que 1, qui est la droite, le 2^d, les 4 si connus, le 3^{me}, 77, dont l'énumération est dûe à M. Newton, & par la progression de ces nombres, 1, 4, 77, on peut juger que le nombre des Lignes du 4^{me} ordre ne sera pas médiocre.

* p. 68.
& suiv.

* p. 45.

Pour se conduire avec plus de sûreté dans une recherche où les omissions doivent être si aisées, M. l'Abbé de Bragelongne a imaginé la division nouvelle d'un ordre quelconque en *Classes*, & voici sur quoi elle est fondée. Quand on a à construire une Equation un peu composée de quelque Courbe Algébrique, il arrive souvent qu'on peut rendre l'Equation plus simple, & la construction plus élégante, en rapportant la Courbe à certains axes différents de ceux où elle se rapportoit d'abord, parce que l'une de ses Coordonnées se trouve alors élevée à une moindre puissance, simple, par exemple, si elle étoit élevée au quarré ou au cube, & cela sans que la nature de la Courbe soit aucunement changée en elle-même. Cet art est connu des Géometres. Il n'est pas praticable en toute occasion, mais il suffit ici qu'il le soit quelquefois. Toute Coordonnée, qui se laissera abaisser, ne se laissera pas non plus

abbaïsser autant qu'on voudroit. On l'abbaïssera d'une puissance ou d'un degré, mais non pas de trois ou de deux, &c. Ainsi dans l'Équation d'un ordre, qu'on peut supposer si élevé qu'on voudra, une Coordonnée pourra être abbaïssée jusqu'à la première puissance, ce qui est le cas le plus simple & le plus avantageux, & dans une autre Équation du même ordre, une Coordonnée ne pourra être abbaïssée que jusqu'à la 2^{de} puissance, & enfin il y aura telle Équation de ce même ordre où aucune des deux Coordonnées ne pourra être abbaïssée, & où elles conserveront invinciblement la puissance que cet ordre leur donnoit.

Ces différentes Équations, que nous venons de supposer, représentant autant de Courbes ou même d'espèces de Courbes d'un même ordre, M. l'Abbé de Bragelongne appelle dans un certain ordre déterminé, comme le 4^{me}, Courbes de la 1^{re} Classe celles qui peuvent être exprimées par une Équation, où l'une des Coordonnées ne soit élevée qu'à la 1^{re} puissance, & enfin Courbes de la 4^{me} Classe celles dont les deux Coordonnées auront nécessairement conservé leur 4^{me} puissance, ou, car c'est la même chose, leur élévation à la 4^{me} dimension. Un ordre ne pourra donc avoir qu'autant de Classes qu'il y aura d'unités dans son exposant. Dans le 2^d ordre, il y a déjà des Classes, & il y en a 2, qui y sont naturellement, & sans que l'art de la Géométrie s'en mêle. La Parabole & l'Hiperbole entre ses Asimptotes sont la 1^{re} Classe, car dans la Parabole, une des Coordonnées, qui est l'Abscisse, n'est qu'à la 1^{re} puissance, l'autre étant à la 2^{de}, & dans l'Hiperbole entre ses Asimptotes, l'une & l'autre Coordonnées ne sont également qu'à la 1^{re} puissance. Pour le Cercle & l'Ellipse, on sçait que les deux Coordonnées y sont nécessairement à la 2^{de} puissance, & ces deux Courbes feront la 2^{de} Classe du 2^d ordre.

Une Équation d'une Courbe d'un ordre quelconque étant proposée, M. l'Abbé de Bragelongne a trouvé la méthode de déterminer de quelle Classe elle est dans son ordre. Cela ne se fait que par un grand nombre de transformations & de comparaisons

comparaifons d'Equations qu'on fait naître les unes des autres, par des Suites nouvelles de certains Triangles algébriques, &c. Ce Probleme général réfolu, il en réfulte que quand toutes les racines d'une certaine Equation font imaginaires, les Courbes auxquelles cette Equation fe rapporte, ne peuvent être réduites à une Claffe d'une dénomination inférieure à l'exposant de l'ordre, c'est-à-dire, que fi l'ordre eft le 4^{me}, par exemple, elles y feront néceffairement de la 4^{me} & dernière Claffe. Or les racines imaginaires vont toujours deux à deux, & par conféquent toutes les racines d'une Equation ne peuvent être imaginaires qu'elles ne foient en nombre pair, ni être en nombre pair que dans un ordre dont l'exposant foit pair. Donc ce n'est que dans le 2^d ordre, dans le 4^{me}, dans le 6^{me}, &c. qu'il fe trouve des Courbes *irréductibles* dans le fens qu'on a marqué. Nous en avons déjà vû un exemple pris du 2^d ordre, le plus fimple de tous.

Puifque le 4^{me} ordre eft fufceptible de 4 Claffes, M. l'Abbé de Bragelongne tire de fon Equation générale les 4 Equations particulières qui conviennent à chaque Claffe, ou, fi l'on veut, les trois feulement qui appartiennent aux 3 premières Claffes, car la 4^{me} ne fera que l'Equation générale. Cette divifion empêchera que rien n'échappe aifément dans l'Énumération qu'on veut faire des Courbes de tout cet ordre. Il ne fera queftion préfentement que de celles de la 1^{re} Claffe.

Elles s'étendent toutes à l'infini, & par rapport à cette propriété elles peuvent avoir ou 2 branches infinies, ou 4, ou 6, ou 8, ce qui fournit encore une fubdivifion. Il eft de l'art de s'en ménager le plus que l'on peut. Une Parabole ou une Hiperbole ont deux branches infinies, qui partent d'un fomet commun, & c'est la même chofe pour toutes les Courbes qui auront la même forme, quand elles ne feroient pas précifément de la même nature par leur équation géométrique. Ainfi une Ligne du 4^{me} ordre compofée de 4 Courbes, qui auront une forme Parabolique ou Hiperbolique, aura huit branches infinies, le plus grand nombre qu'elle en puiffe avoir. Ces 4 Courbes feront entièrement détachées les unes des

autres, n'auront aucun point commun ni à toutes les 4, ni seulement à quelques-unes, & elles ne seront liées que par se rapporter aux mêmes axes, les unes étant au-dessus, les autres au-dessous, les unes à droite, les autres à gauche. Par cette Ligne du 4^{me} ordre, qui auroit 8 branches infinies, on peut juger de celles qui n'en auroient qu'un moindre nombre.

Il n'est pas nécessaire que ces branches soient de la forme que nous venons de dire. Une Courbe de celles qu'on nomme *Anguinées*, parce qu'ayant un point d'inflexion, elles ont de part & d'autre de ce point deux branches infinies, l'une concave & l'autre convexe, & paroissent *serpenter*, seroient aussi propres à être portions d'une Ligne du 4^{me} ordre que des Courbes à forme Parabolique ou Hiperbolique.

Tout le monde sçait que l'Hiperbole, la Conchoïde, & un petit nombre d'autres Courbes fort connues, ont des Asymptotes, mais tout le monde ne sçait peut-être pas que toutes les Courbes en ont, dès qu'elles s'étendent à l'infini, comme font toutes celles de la 1^{re} Classe du 4^{me} ordre, & c'est une de leurs propriétés qui mérite d'être traitée un peu à fond.

La Parabole même, & toutes les Paraboles ont donc des Asymptotes, ce qui pourroit paroître un paradoxe. Il est vrai que ces Asymptotes ne sont pas des lignes droites, comme celles de l'Hiperbole, & de la Conchoïde, ce sont des Courbes, dont ces Paraboles, si on veut les prendre seules pour exemple, s'approcheront toujours sans pouvoir les joindre qu'après un cours infini. Cela n'a plus rien de merveilleux, car que je conçoive la Parabole ordinaire tracée, je conçois très-facilement que dans le nombre infini de Courbes qui lui peuvent être ou circonscrites ou inscrites, il y en aura quelqu'une qui s'approchant toujours d'elle à chaque pas ne la rencontrera qu'à son extrémité infiniment éloignée. Mais pourquoi ne fera-ce pas une droite aussi-bien qu'une Courbe, qui pourra être l'Asymptote de la Parabole? pourquoi la droite en est-elle incapable, de quelque manière qu'on détermine sa position, & sa direction à l'égard de la Parabole? c'est là où il peut y avoir quelque chose à éclaircir.

Selon la nouvelle Théorie de l'Asimptotisme établie dans les *Eléments de la Géométrie de l'Infini*, l'Hiperbole est telle qu'après un cours fini, pendant lequel ses côtés infiniment petits ont toujours changé infiniment peu de direction les uns par rapport aux autres, ce ne sont plus pendant le reste de son cours, qui est infini, que des côtés d'une grandeur finie, qui ont ces mêmes changements de direction infiniment petits. Ainsi dans la 1^{re} partie finie de son cours elle est courbe à l'ordinaire, dans la 2^{de} partie infinie elle est courbe d'une autre façon, elle change infiniment peu de direction seulement à chaque pas fini qu'elle fait, c'est moins une Courbe qu'une droite *non-exacte*. Cette droite non-exacte rapportée à une droite exacte, qui sera l'Asimptote, peut donc en vertu de sa *non-exactitude* s'approcher toujours de l'autre, & prendre une direction plus approchante de la sienne, & enfin ne la prendre entièrement qu'au bout d'un cours infini. Tout cela a été expliqué plus amplement & suffisamment dans l'Ouvrage cité.

On y a dit aussi que l'Hiperbole, & toute autre Courbe Asimptotique de même nature, étoit pendant la portion infinie de son cours *imparfaitement* parallèle à l'Asimptote, & toujours plus parallèle, jusqu'à ce qu'enfin elle le fût parfaitement.

Ce changement par lequel l'Hiperbole cesse d'être courbe à la manière ordinaire, & n'est plus qu'une droite non-exacte, est quelque chose de réel, & d'indépendant de la division arbitraire des Courbes en côtés droits. L'Hiperbole conçûe d'abord comme divisée en côtés droits infiniment petits, qui changeront toujours infiniment peu de direction, ne sçauroit être conçûe sous cette idée, que jusqu'à un certain point, passé lequel ses côtés doivent être conçûs d'une grandeur finie, & se détournants infiniment peu. Cela a été démontré par l'Equation de cette Courbe dans la *Géométrie de l'Infini*. Mais la Parabole, qui n'a pas moins un cours infini, doit être conçûe dans toute son étendue de la même courbure, c'est-à-dire de la même espece, qui est l'ordinaire, & sans ce changement qui la rendroit droite non-exacte.

Il y a donc des Courbes, qui par leur nature reçoivent ce

changement, d'autres qui ne le reçoivent pas. Les premières étant dans une étendue infinie droites non-exactes, il est impossible qu'il n'y ait quelque droite exacte, à laquelle elles seront dans toute cette étendue imparfaitement, & enfin parfaitement paralleles, & ce sera là une Asymptote droite. Les autres Courbes, qui ne recevront point le changement dont il s'agit, ne pourront par conséquent être pendant une étendue infinie imparfaitement paralleles à une droite, ni l'avoir pour Asymptote. Leurs changements de direction infiniment plus fréquents que dans l'autre cas, seront qu'elles s'en approcheront trop, & la joindront par un cours seulement fini. Une droite, dont la direction est invariable, ne peut pas fuir, pour ainsi dire, une Courbe qui s'approche trop d'elle.

Mais une autre Courbe, dont les directions ont toujours été changeantes, peut la fuir, & la fuir si à propos & si peu, que quoique celle qui, si l'on veut, poursuit, s'approche toujours de l'autre, elle ait besoin d'un cours infini pour la joindre. Alors la Courbe *poursuivante* a une autre Courbe pour Asymptote. La marche des deux Courbes est tellement concertée dans leur cours infini Asymptotique, qu'elles ne changent jamais de direction, l'une par rapport à l'autre, qu'après quelque portion finie du cours de l'une & de l'autre, ce qui répond parfaitement à l'Asymptotisme des Courbes & des droites. On voit assez que toute Courbe d'un cours infini, qui n'aura pas une Asymptote droite, en aura nécessairement une courbe.

Les Courbes, qui ont des Asymptotes droites, passent pour être de l'espece Hiperbolique, & celles qui n'en ont que de courbes, pour être de l'espece Parabolique. C'est là une division générale, & très-simple.

Les Asymptotes servent à faire voir dans quelles bornes, selon un certain sens, le cours infini des Courbes se renferme. On le voit mieux par les Asymptotes droites que par les courbes, sur-tout quand ce sont deux droites paralleles entre elles.

Tout cela posé, M. l'Abbé de Bragelongne détermine toujours quelles sont les Asymptotes des branches de toutes ses

Lignes de la 1^{re} Classe du 4^{me} ordre. Il arrive souvent que de deux branches qui partent du même sommet, l'une a une Asymptote droite, l'autre une Asymptote courbe, & que par conséquent la 1^{re} est de l'espece Hiperbolique, la 2^{de} de la Parabolique. Deux autres branches pareilles peuvent être tellement posées, qu'une même droite sera l'Asymptote commune des deux branches Hiperboliques qui se regarderont, & une même Courbe l'Asymptote commune des deux branches Paraboliques qu'elle embrassera.

Afin qu'une Courbe de cette 1^{re} Classe puisse avoir 8 branches infinies, il faut qu'elle soit formée de 4 Courbes, ayant chacune deux branches, & que ces 4 Courbes soient distribuées dans les 4 angles que deux axes feront entre eux. C'est là le cas le plus compliqué de cette Classe, & en demeurant dans cette complication, quant au nombre des Courbes qui composeront la totale, il reçoit de grandes variétés par la nature, les contours, les positions des Courbes partiales, & même de leurs deux branches, qui, comme nous venons de le dire, peuvent être différentes entre elles.

Il est important de connoître d'où partent ces Courbes partiales, ou, ce qui revient au même, quelle est la distance de leurs sommets à un axe déterminé que M. l'Abbé de Brage-longne appelle le *véritable*. Ces sommets étant paralleles à cet axe, on trouve par la Regle des Tangentes le point où sera une Tangente parallele, & à ce point sera le sommet cherché, & de-là on tirera sa distance à l'axe. Il arrive quelquefois qu'il en est à une distance infinie. Il est clair que les Courbes partiales ne pouvant être plus de 4, la totale ne peut avoir au plus que 4 sommets.

Ce ne sont pas toujours des Courbes à sommet, comme les Paraboliques, ou les Hiperboliques, qui sont les Courbes partiales, ce sont aussi des Courbes Anguinées qui n'ont point de sommet, puisque les deux branches qu'elles ont de part & d'autre de leur point d'Inflexion, s'étendent chacune d'un côté opposé, & non du même côté. Ces deux branches ont chacune une Asymptote droite, & ces deux droites sont paralleles.

ce qui renferme leur cours infini entre des bornes les plus étroites, & les plus marquées qu'il soit possible.

* p. 43.
& 44.

Ce que nous avons dit en 1729 * des Hiperboles *inscrites* ou *circonscrites* à leurs Asimptotes ou *ambigenes*, s'applique de soi-même ici aux Courbes qui ont des Asimptotes courbes. Ces Courbes peuvent être ambigenes, c'est-à-dire, en partie inscrites, en partie circonscrites à leurs Asimptotes, & alors elles n'ont point de diametre, ce qui est remarquable. On appelle diametre dans une Courbe quelconque une droite qui coupe en deux moitiés égales toutes les paralleles en nombre infini tirées d'un point de cette Courbe à un opposé. Quand une Courbe est ambigene par rapport à son Asimptote courbe, il est bien vrai que cette Asimptote a un diametre qui coupe également toutes les paralleles qu'on y peut tirer, mais il ne peut couper de même toutes celles de la Courbe ambigene, tant dans la partie inscrite que dans la circonscrite, car s'il le peut à l'égard d'une de ces parties, on voit aisément qu'il ne le pourra à l'égard de l'autre.

En ôtant le diametre à ces sortes de Courbes, M. l'Abbé de Bragelongne donne à d'autres un *contre-diametre*, dont l'idée est nouvelle. Sa fonction est de couper une Courbe en deux parties égales & semblables. Si par le point d'Inflexion de la 1^{re} Parabole cubique on tire une Tangente infinie, ce sera un contre-diametre, parce que d'un côté sera la moitié concave de la Courbe, de l'autre la convexe, toutes deux égales & semblables. Les Courbes Anguinées qui se trouvent souvent ici, pourront avoir des contre-diametres. Une Science ne peut guere s'enrichir de vûës nouvelles sans grossir son Dictionnaire de quelques termes nouveaux, mais la modestie des Sciences Mathématiques demande qu'ils soient nécessaires.

On ne trouvera point dans les Mémoires celui pour lequel tout cet article a été fait. Comme cette Théorie des Lignes du 4^{me} Ordre devoit encore dans la suite s'étendre beaucoup, l'Académie, de concert avec M. l'Abbé de Bragelongne, jugea qu'il étoit plus à propos de faire du tout ensemble un Volume qui paroîtra séparément,

Cette année M. Fontaine apporta à l'Académie des Solutions dont le sujet avoit quelque chose de singulier. On suppose que sur une surface quelconque donnée soient disposés en tel nombre & en tels endroits qu'on voudra des points actifs, comme des Feux dont on connoisse la Force absoluë de chacun, & de plus la Loi selon laquelle croît ou décroît leur action en vertu de leur distance au Corps sur lequel ils agissent, on demande 1^o quelle est la route qu'il faut suivre sur cette surface pour se dérober le plus qu'il est possible à l'action de ces points ou feux, 2^o s'il faut partir d'un point déterminé, & aller à un autre déterminé, quelle sera encore la route, 3^o quelle elle sera encore, s'il est prescrit qu'elle soit d'une certaine longueur, & entre deux points déterminés.

Il ne faut pas beaucoup de Géométrie pour sentir la difficulté de ces Problemes, ou, pour mieux dire, plus on sera Géometre, plus on la sentira. Aussi M. Fontaine fut-il obligé d'entrer dans un Calcul Infinitésimal fort compliqué & fort délicat, où l'on trouva qu'il faisoit preuve de beaucoup d'habileté.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires

L'Écrit de M. Nicole sur les Roulettes formées sur la superficie convexe d'une Sphere, &c. V. les M. p. 271.

Celui de M. Clairaut sur les Epicycloïdes Sphériques. p. 289.

Du même, sur les Courbes algébriques & rectifiables de la surface du Cone. p. 383.

Les Solutions d'un Probleme géométrique de M. Cramer, Professeur à Geneve, trouvées par M^{rs} Clairaut, Nicole, de Maupertuis & Camus. V. les M. p. 435. 437. 442. & 446.





ASTRONOMIE.

SUR LA PARALLAXE DE LA LUNE.

V. les M.
p. 51.

* p. 77.
& suiv.
2^{de} E'dit.

NOUS avons dit en 1703 * combien il est important pour les Eclipses de Lune de connoître la Parallaxe de cet Astre, on sous-entend toujours l'*Horizontale*, qui est la plus grande qu'un Astre puisse avoir à un point donné ou déterminé de son Orbite.

La parallaxe d'un Astre est égale à l'angle sous lequel le demi-diametre de la Terre seroit vû de cet Astre. Si donc nous pouvons sçavoir sous quel angle, ou de quelle grandeur paroît le demi-diametre de la Terre à un Spectateur placé dans la Lune, nous aurons la parallaxe de la Lune, & c'est ce que M. Godin recherche, en faisant presque voir sur la Lune ce demi-diametre de la Terre, tel qu'il y est vû.

L'ombre de la Terre, qui se jette sur la Lune, est un Cone dont la pointe ou le sommet est un peu au de-là du corps de la Lune. Si l'on imagine le Triangle générateur de ce Cone, la perpendiculaire à l'axe tirée du centre de la Lune à l'hypoténuse du Triangle, est le demi-diametre de l'ombre en cet endroit, & en même temps il est visible qu'elle est de la grandeur dont paroît être en cet endroit le demi-diametre de la Terre, vû de la Lune. Il ne faut donc que trouver moyen de mesurer dans une Eclipse de Lune ce demi-diametre d'ombre.

Pour le déterminer il faut se rappeler ce que nous avons expliqué en 1703 à l'endroit cité. Le Soleil est supposé à une distance infinie de la Terre. S'il n'étoit qu'un point lumineux, l'ombre de la Terre sur la Lune, & par tout ailleurs à l'infini, seroit cylindrique, mais le Soleil a un diametre très-sensible, des deux extrémités duquel deux lignes tirées aux deux extrémités du diametre de la Terre font un angle, qui est celui
du

du sommet d'un Cone d'ombre. C'est de la grandeur de cet angle que dépend celle des lignes paralleles ou Ordonnées tirées dans le Cone, & cet angle est mesuré par le nombre de Minutes du diametre apparent du Soleil. Ainsi pour avoir la grandeur d'une de ces Ordonnées tirée du centre de la Lune, ou, ce qui est la même chose, du demi-diametre d'ombre en cet endroit, il faut tenir compte du demi-diametre apparent du Soleil en ce moment, car on sçait qu'il varie toujours de grandeur depuis l'Apogée jusqu'au Périgée.

Si une Éclipse de Lune est centrale, si les deux moments de l'immersion totale & de la première émerision ont été observés, & si par conséquent le temps écoulé entre les deux est connu, on sçaura par ce temps quel chemin en degrés & minutes le diametre de la Lune, qui sera exactement déterminé pour ce jour ou ce temps-là, aura fait dans l'ombre, la moitié de ce chemin, augmentée du demi-diametre apparent du Soleil, sera le demi-diametre de l'ombre Conique qu'on cherche, & par conséquent le demi-diametre de la Terre vû alors de la Lune, ou la parallaxe horisontale de la Lune pour ce temps-là.

Cette proposition n'est pas nouvelle, & M. Godin ne veut qu'en faire l'application à des cas plus difficiles que celui où nous venons de la mettre, car il est rare qu'une Éclipse soit centrale, même qu'elle soit totale, &c. l'art consiste à trouver toutes les ressources que le principe général peut fournir dans les circonstances les moins favorables. C'est ce que M. Godin enseigne, & de quoi il donne des Exemples sur quelques Éclipses des plus exactement observées.

SUR LA ROTATION DE VENUS.

LORSQU'IL a été question en 1729 des découvertes de feu M. Bianchini sur la Planete de Venus*, nous avons dit qu'il avoit déterminé sa rotation sur son axe de 24 jours 8 heures, tandis que d'un autre côté feu M. Cassini l'avoit, non pas déterminée, mais seulement soupçonnée, de

V. les M.

P. 197.

* P. 109.
& 112. &
suiv.

Hist. 1732.

. K

23 heures, ou environ. Nous avons fait sentir comment cette grande différence d'un nombre presque égal de jours ou d'heures pouvoit se trouver entre deux bons Observateurs, toute énorme qu'elle paroît, mais nous allons le faire voir encore plus sensiblement.

L'extrême difficulté de bien observer Venus, sur tout celle d'y découvrir des Taches ou des parties plus luisantes, qui donnent assés de prise pour y faire apercevoir une rotation, le peu de temps que feu M. Cassini avoit pu donner à cette Planete, sa détermination de 23 heures avancée simplement comme un soupçon, quant à la précision de la durée, & en attendant mieux, tout cela a été rapporté en 1729, & la gloire de ce grand Astronome étoit parfaitement à couvert, quand la détermination de M. Bianchini seroit venuë, qui l'eût emporté sur la sienne, qu'il avoit lui-même si peu garantie. C'est donc pour l'intérêt seul de la vérité, & non par un zele excessif pour la mémoire de ce grand homme, que M. son fils a entrepris de faire voir que la rotation de 24 jours n'est point encore suffisamment prouvée, & cela sans attaquer non plus l'honneur de M. Bianchini, dont on reconnoît tout le mérite, & qui a pu juger comme il faisoit, mais qui ne l'a pas dû nécessairement.

Son observation principale, & qu'il regarde comme décisive, a été par l'incommodité du lieu, selon le récit qu'il en fait lui-même, interrompuë pendant près de 3 heures. Au bout de ce temps, il reprend sur Venus les Taches qu'il y avoit saisies d'abord, il les retrouve dans le même état, dans la même position où il les avoit vûës, à la petite différence près qu'avoit dû y apporter une rotation aussi lente que celle de 24 jours. Cela paroît assés fort. Mais M. Cassini, en prenant les figures des Taches données par M. Bianchini, en supposant l'axe de rotation posé comme ils en conviennent tous deux, fait voir que pendant les 3 heures d'interruption de l'observation, le mouvement de rotation de 23 heures auroit été tel que d'un côté changeant la position des Taches vûës d'abord, ou les faisant disparoître, de l'autre amenant de

nouvelles Taches, il auroit remis le tout précisément dans le même état où on l'avoit laissé au moment de l'interruption. On entend assés jusqu'où peut aller ce *précisément* en pareille matière. Jusque là l'affaire seroit donc devenue équivoque.

Il semble qu'il n'y ait qu'à recommencer une observation qui ne sera point interrompue, mais outre qu'il est rare d'en pouvoir faire une pour Venus, qui fût d'assés longue durée, & que celles de différents jours seront toujours très-difficiles à lier ensemble à cause de l'incertitude, & du peu de distinction des Taches, M. Cassini assure que ni feu M. Maraldi ni lui n'ont pû seulement appercevoir sûrement des Taches dans les temps les plus favorables, & avec d'excellents Verres. Peut-être celles que M. Bianchini a vûës ont-elles disparu, peut-être est-il plus aisé de les voir dans un Climat tel que celui d'Italie, & en effet toutes les observations de feu M. Cassini sur les Taches de Venus sont d'Italie, & il n'en put ensuite retrouver aucunes en ce pays-ci. On continuera cependant ici à les chercher autant qu'il sera possible, il y a en tout genre des hazards imprévûs & heureux, qui ne sont que pour ceux que de longs obstacles n'ont pas découragés.

Au reste M. Cassini fait voir que la rotation de Venus supposée de 23 heures 20' ne s'accorde pas moins avec les observations de M. Bianchini même qu'avec celles de feu M. Cassini faites en 1666 & 1667. Mais si l'on suppose la rotation de Venus de 24 heures, selon M. Bianchini, alors il faudra rejeter absolument les observations de M. Cassini en 1666 & 1667; car il se sera trompé en croyant voir les Taches de Venus marcher sur son disque avec beaucoup plus de vitesse qu'elles n'en pouvoient avoir réellement. Or on ne peut guere lui attribuer une si grande erreur, & d'ailleurs une hypothese astronomique qui satisfait aux observations de deux bons Observateurs, est assurément préférable à celle qui ne satisfait qu'aux observations de l'un ou de l'autre.

Il s'en faut peu que la rotation de Venus ne soit l'exception d'une Regle qui jusqu'à présent n'en a point dans tout notre Systeme Solaire, & cela, de l'aveu des deux seuls Astronomes

qui ayent vû cette Planete tourner, M. Cassini & M. Bianchini. Tout notre Tourbillon ayant un mouvement d'Occident en Orient, il est naturel, il paroît même nécessaire, que ce mouvement général qui fait tourner les Planetes sur elles-mêmes en même temps qu'il les emporte autour du Soleil, les pousse dans l'un & l'autre cas selon sa direction, seulement quelque cause particulière & perpétuelle empêche que leur rotation ne suive la direction simple d'Occident en Orient qu'à leur Orbite autour du Soleil, & les en détourne, chacune plus ou moins, vers le Nord & vers le Sud. L'Equateur de la Terre, qui est son grand Cercle de rotation, est incliné de $23\frac{1}{2}$ degrés sur l'Ecliptique, qui est son Orbite autour du Soleil, ainsi la direction de la rotation de la Terre est composée d'une direction d'Occident en Orient, & d'une autre Nord & Sud. C'est visiblement la première qui domine, mais il se pourroit en général que la seconde fût la dominante, & enfin le fût infiniment, ce qui arriveroit si l'on concevoit que l'Equateur faisant avec l'Ecliptique un angle plus grand que $23\frac{1}{2}$ degrés, & toujours plus grand, en faisoit enfin un de 90; alors la rotation de la Terre n'auroit plus rien de la direction d'Occident en Orient, & ne seroit que Nord & Sud. Venus n'est pas fort éloignée d'être dans ce cas-là, puisque l'Equateur de sa rotation est élevé de 75 degrés sur le plan de son Orbite. L'Equateur de Jupiter est presque dans le plan de la sienne, & c'est une extrême différence entre ces deux Planetes. Les Poles de la rotation de Venus ont été déterminés par M. Bianchini à 10 degrés d'Aquarius, & à l'opposite.

Dans les rotations des Planetes on appelle hemisphere *inférieur* celui qui est tourné vers le Soleil, lieu le plus bas du Tourbillon, l'hémisphere opposé est le *supérieur*. Si le supérieur va *principalement*, c'est-à-dire, selon sa plus forte direction, d'Occident en Orient, comme dans tout ce qui nous étoit connu, l'inférieur va nécessairement d'Orient en Occident. De même dans Venus, si l'hémisphere supérieur va principalement du Nord au Sud, l'inférieur va du Sud au Nord. De-là vient qu'en différentes observations, Venus ayant été

différemment exposée au Soleil, & les Poles de sa rotation, qui sont fixes comme ceux de la Terre, à cause du parallélisme dont nous avons parlé en 1729, s'étant trouvés tantôt l'un tantôt l'autre dans un même hémisphère, soit inférieur, soit supérieur, dans la lumière ou dans l'ombre, on a vû que le mouvement des Taches avoit une direction, tantôt du Nord vers le Sud, tantôt du Sud vers le Nord, selon qu'elles devoient passer de l'un ou l'autre des hémisphères dans l'opposé. Cela suffit pour faire entendre comment M. Cassini a levé cette contrariété apparente. Si l'on vient jamais à faire autant de découvertes sur Mercure & sur Saturne que l'on en a fait depuis peu sur Venus, sa rotation extraordinaire peut faire craindre d'autres nouveautés qui embarrasseroient, & c'est-là du moins une raison pour ne presser pas tant l'édifice de l'Astronomie physique.

SUR LES SATELLITES DE JUPITER.

CETTE matière a été traitée à diverses reprises dans cette année, & nous mettrons ensemble tout ce qui en a été dit, plutôt selon l'ordre naturel des sujets, que selon celui des temps.

M. Grandjean a examiné les causes des variations ou inégalités qui se trouvent dans les Éclipses des Satellites de Jupiter, & sur lesquelles les Tables, quoiqu'exactes d'ailleurs, n'ont point compté; nous avons dit en 1707*, qu'on avoit rapporté la cause de ces variations du 1^{er} Satellite au mouvement successif de la lumière, & que feu M. Maraldi avoit combattu cette hypothèse. M. Grandjean en convenant des raisons par lesquelles M. Maraldi la combat, ne laisse pas de la recevoir par d'autres raisons; mais il la croit insuffisante, si on la prend seule, & il fait entrer dans l'effet proposé de nouvelles causes, dont il a donné une petite Théorie.

Quand on peut voir l'Immersion d'un Satellite dans l'ombre de Jupiter, & l'Émerison suivante, on compteroit naturellement pour la durée de l'Éclipse le temps écoulé entre

l'Immersion & l'Emerfion, en fupposant que l'une & l'autre a été totale; c'est-à-dire, que le Satellite a été entièrement plongé dans l'ombre au moment qu'on a cessé de le voir, & qu'il en étoit entièrement sorti au moment qu'on l'a revû. Mais cela n'est pas exactement vrai, & il y a déjà long-temps qu'on le fçait. Un Satellite difparoît fans être entièrement plongé dans l'ombre, & dès qu'il le fera affés pour n'envoyer plus une lumière fuffifante à nos yeux; ainfi on comptera trop tôt le moment de l'Immersion, ou, ce qui est la même chose, l'Immersion retardera. Par la raifon contraire, le Satellite reparoîtra avant que d'être entièrement sorti de l'ombre, & l'Emerfion avancera.

Ce raisonnement a fupposé pour plus de clarté, mais il ne demande point nécessairement, que l'on voye dans une même Eclipsé l'Immersion & l'Emerfion. Il est aisé de voir comment on l'appliquera aux Eclipses du 1^{er} Satellite, où il n'y a que l'une ou l'autre de ces Phases qui foit visible. *

* V. l'Hift.
de 1727.
p. 112.

Plus un Satellite est éclairé par Jupiter, plus il est de temps à se plonger dans l'ombre avant que nous le perdions de vûe, ou, ce qui revient au même, plus sa moindre partie visible, celle qui fuffit pour le faire voir, est petite, & plus l'Immersion apparente s'approche de la vraie. La même idée renversée s'appliquera à l'Emerfion. Cela dépend de la distance du Satellite à Jupiter, & fuppose, comme il est très-vraisemblable, que les Orbes des Satellites ne foient pas concentriques à Jupiter.

Plus un Satellite est vû de près par la Terre, plus il est vû lumineux, plus sa moindre partie visible est petite, &c. cela dépend de la distance de la Terre à Jupiter.

Puifque la moindre partie visible d'un Satellite est tantôt plus grande, tantôt plus petite, elle varie dans chacun. On peut fupposer qu'elle varie également dans chacun d'une certaine quantité, comme de $\frac{1}{6}$ du diametre, & ce sera là l'étendue de la variation de leurs Eclipses. Un Satellite dont la revolution autour de Jupiter sera plus prompte, parcourra plus vite cette étendue de variation de ces Eclipses; c'est-à-dire,

que la différence de deux de ses Eclipses consécutives sera plus sensible, & ce sera le contraire pour un Satellite dont la révolution sera plus lente. Cela dépend donc des temps périodiques des révolutions.

Ainsi l'inégalité, qui arrive de ce chef aux Eclipses des Satellites, dépend de trois principes ou Eléments, des distances ou plutôt des quarrés des distances de Jupiter tant au Satellite qu'à la Terre, & des temps des révolutions des Satellites autour de Jupiter.

D'autres principes pourroient y entrer aussi, par exemple, des Taches considérables d'un Satellite, qui diminueroient beaucoup sa moindre partie visible, & précipiteroient son Immersion apparente, & cela sans aucune regle que l'on pût connoître, à moins que l'on n'eût découvert la rotation du Satellite sur son axe, & la durée de cette rotation, ce qu'il n'est guere permis d'espérer. Mais peut-être ces extrêmes précisions ne sont-elles pas nécessaires. Lorsqu'une fois on aura bien établi à force d'observations tout l'Astronomie, tout ce qui est produit par des causes constantes & régulières, il ne faudra pas se déranger pour quelques accidents particuliers & rares qu'ameneront les causes physiques.

Il est certain que parce qu'une plus longue Lunette augmente davantage le diametre apparent d'un Satellite, elle le rend plus long-temps visible, & par conséquent retarde l'Immersion apparente, & avance l'Emerfion, ce qui rapproche tout l'apparent du vrai, & de-là il semble qu'on pourroit conclurre que l'expédient de se servir de longues Lunettes, rendroit la Théorie de M. Grandjean peu utile dans la pratique. Mais des Lunettes, qui augmentent les diametres, & même quelquefois dans des rapports connus*, n'augmentent pas de même le degré ou l'intensité de Lumière, or c'est cette intensité dont M. Grandjean a considéré les effets.

* V. l'Hist.
de 1729.
P. 74.

Si l'on trouve que ces inégalités *optiques* des Eclipses des Satellites dans l'ombre de Jupiter, les rendent sujettes à trop de difficultés ou d'incertitude, on peut s'en délivrer tout d'un coup, en mesurant la durée d'une autre sorte d'Eclipses, qui

sont les passages de l'ombre des Satellites sur le disque éclairé de Jupiter dans leurs conjonctions inférieures. M. Grandjean panche à croire que ce seroit là le moyen le plus sûr, mais la vérité est que l'on n'a pas trop de tout.

V. les M.
p. 95. &
471.

Voici maintenant des choses qui tendent à amener encore de plus grands changements dans toute l'Astronomie des Satellites. Feu M. Cassini, le seul qui en ait donné des Tables, & qui, comme nous l'avons dit ailleurs, les donna après 18 ans d'observation, perfectionnées ensuite au bout de 25, avoit posé les Orbes des 4 Satellites circulaires & concentriques à Jupiter, l'inclinaison de leurs Orbes sur celui de Jupiter la même dans tous, & constante, leurs Nœuds avec cet Orbe fixes & immobiles. Ces trois hypotheses étoient contraires à ce que l'on connoît d'ailleurs certainement dans l'Astronomie Philique, sur-tout à l'égard de la Lune, seul Satellite bien connu, & qui doit avoir beaucoup d'analogie avec les autres. M. Cassini n'ignoroit pas que dans ces trois points où il supposoit la plus grande simplicité, ou une uniformité parfaite, il devoit, selon toutes les apparences, se trouver réellement des inégalités & des variations, mais il n'en avoit ni découvert ni soupçonné de suffisantes dans ses 43 années d'observation, & il étoit si bien fondé à construire ses Tables sur les principes qu'il a pris, que depuis le temps de leur publication, ou plutôt de leur correction jusqu'à présent, c'est-à-dire pendant 40 ans, elles ont toujours été assés d'accord avec le Ciel. Mais enfin le vrai & la nécessité des corrections commencent à se faire sentir. Nous avons dit en 1712* par quelle voye feu M. Maraldi s'aperçut qu'il falloit diminuer de 3' l'inclinaison de l'Orbe du 4^{me} Satellite posée par M. Cassini de 2° 52', comme celles des autres. Maintenant M. Maraldi son Neveu demande encore d'autres changements, & plus grands. Nous allons donner une idée générale de la manière dont on en découvre la nécessité.

* p. 68.
& suiv.

Il s'agit d'avoir le moment précis de l'Immersion d'un Satellite quelconque dans l'ombre de Jupiter, ou celui de son Emerision, ou la durée de son Éclipse.

1°. Si l'Orbe du Satellite, au lieu d'être un Cercle concentrique à Jupiter, est une Ellipse qui ait Jupiter pour un de ses foyers, il est clair que le Satellite sera tantôt plus proche, tantôt plus éloigné de Jupiter, & tombera plutôt ou plus tard, plus ou moins dans son ombre.

2°. Si l'inclinaison de l'Orbe du Satellite sur celui de Jupiter est moindre, le Satellite tombera plutôt, & plus avant dans l'Ombre de Jupiter, & au contraire.

3°. Comme les Éclipses d'un Satellite n'arrivent que quand il est dans un Nœud de son Orbe avec celui de Jupiter, ou à une certaine distance de part & d'autre de ce Nœud, ce qu'on appelle les *limites Écliptiques*, il faut, pour avoir le moment de l'Éclipse, avoir précisément le lieu du Nœud dans le Zodiaque, & l'étendue des limites, & il est très-important de sçavoir si ces positions ou ces grandeurs varient.

On a devant soi un grand nombre d'observations des Satellites faites depuis 1650 jusqu'à présent. On compare celles où, selon les trois hypotheses des Tables de M. Cassini, les Éclipses auroient dû être, par ex. de la même durée, si cela ne se trouve pas, & il est aisé de voir que plus les observations auront été éloignées les unes des autres, plus les différences se feront sentir, quelqueune des trois hypotheses a été fautive, peut-être toutes les trois. Il faut démêler où est le défaut, & en supposant ici qu'il ne soit que dans une, ce qui arrive le plus ordinairement, y porter le remede, ou imaginer la correction qui remettrait les Tables d'accord avec le Ciel. Ce remede doit être le moindre qu'il soit possible, mais selon la grandeur dont il est en lui-même, il doit être appliqué à une hypothese ou à une autre, selon qu'elles peuvent d'elles-mêmes produire de plus grandes, ou de moindres erreurs. Celle des Orbes circulaires produira les moindres, celle des Nœuds fixes de plus grandes, enfin celle des inclinaisons égales & constantes produira les plus grandes de toutes.

Il ne suffit pas qu'une correction convienne au cas particulier pour lequel on l'a imaginée, il faut de plus qu'on la retrouve nécessaire dans les autres pareils, & même qu'on l'y

voye suivre un certain ordre régulier. Par exemple, si un certain cas exige qu'on ait supposé variable l'inclinaison d'un Orbe, il faut que cette variation ne se montre qu'avec une certaine période d'accroissement & de décroissement qui se soutienne dans tous les cas.

Nous n'avons point parlé d'un autre défaut, parce qu'il peut être commun à toutes les Tables, c'est celui des *Epoques*. Les lieux du Zodiaque & les temps d'où l'on compte les mouvements des Astres, peuvent n'avoir pas été assés exactement posés, & cela seul influeroit sur tout le reste, avanceroit ou retarderoit les Eclipses, &c. en ce cas-là le changement de l'Epoque raccommode tout. C'est à l'Astronome à voir si ce changement suffiroit, mais ce n'est pas là celui qui peut avoir le plus de lieu dans le sujet que nous traitons.

Selon toutes les vûes que nous avons exposées en abrégé, & par toutes les comparaisons nécessaires d'observations des Satellites combinées différemment ensemble, feu M. Maraldi avoit déjà fait voir que l'inclinaison du 1^{er} * & du 2^d Satellite * sur l'Orbe de Jupiter étoit variable dans leurs Conjonctions & Oppositions, au lieu que celle de la Lune sur l'Orbe de la Terre est posée constante dans les mêmes phases, quoique variable dans le reste de son cours.

Maintenant M. Maraldi examine de la même manière le 3^{me} & le 4^{me} Satellite.

Pour commencer par le 3^{me} à cause de sa position par rapport à Jupiter, une remarque générale que M. Maraldi tire de la longue suite d'Observations qu'il a devant lui, le guide principalement dans sa recherche, & lui en applanit heureusement les difficultés ; c'est que depuis 1691 jusqu'à présent la durée des Eclipses de ce Satellite a toujours diminué, moins sensiblement depuis 1691 jusqu'en 1715, & ensuite plus sensiblement, de 7' 22" dans ce 1^{er} intervalle, & de 9' 22" dans le 2^d. A quoi rapporter cette variation ?

Que l'Orbe du Satellite soit excentrique à Jupiter, il est bien vrai que la durée des Eclipses variera, mais non pas toujours du même sens, elles seront plus longues quand le Satellite

* V. l'Hist.
de 1727.
p. 108. &
suiv.

* V. l'Hist.
de 1729.
p. 63. &
suiv.

dans son opposition à Jupiter se trouvera à l'extrémité du petit axe de son Orbe, plus courtes au contraire quand il se trouvera à l'extrémité du grand axe, & cette alternative dépendra de la révolution du Satellite autour de Jupiter, qui n'est que de 7 jours 4^h. Combien cela est-il éloigné d'une variation uniforme de 40 ans? En général on ne peut jamais tirer un grand effet de l'excentricité supposée des Orbes des Satellites; si elle étoit en elle-même d'une grandeur un peu sensible, on verroit les Satellites dans leurs plus grandes digressions ou éloignements de Jupiter tantôt plus, tantôt moins éloignés de cette Planete, & c'est ce qu'on n'apperçoit point.

Que les Nœuds de l'Orbe du Satellite aient eu un mouvement, c'est encore sûrement un principe de variation, mais il le faudroit suffisant, & l'on n'est pas le maître de faire ce mouvement aussi grand que l'on voudra. Les Éclipses sont toujours arrivées proche des Nœuds, ou dans les limites Écliptiques, & l'on sçait à quels points du Zodiaque répondent ces Nœuds, ou ces limites. Ces points ont toujours été presque les mêmes, ou enfin si peu différents, que depuis 1691 jusqu'en 1727 on ne pourroit donner aux Nœuds qu'un mouvement de 3 degrés, d'où par le calcul de M. Maraldi il résulteroit à peine 10" de temps pour la diminution totale des Éclipses depuis 1691, au lieu des 16' 44" qui se trouvent.

On ne peut pas employer ici les principes optiques de M. Grandjean. Un Satellite plus éclairé disparoît plus tard, & reparoît plutôt, ce qui, à la vérité, accourcit l'Éclipse, mais aussi quand il est moins éclairé, il disparoît plutôt, & reparoît plus tard, ce qui allonge l'Éclipse, au lieu qu'il faut ici qu'elles diminuent toujours pendant une longue suite d'années. Il est aisé de voir aussi qu'on ne peut pas avoir recours à des Taches du Satellite pour accourcir les Éclipses, il est clair qu'elles ne feroient que les allonger, & même il faudroit forger des hypotheses bien violentes pour faire qu'elles les allongeassent toujours pendant un fort long temps.

Il n'y a plus à choisir, il ne reste que la variation d'inclinaison de l'Orbe du Satellite sur celui de Jupiter. Elle aura

toûjours augmenté pendant 40 ans, & par conséquent l'axe de l'ombre de Jupiter, qui est toûjours dans le plan de l'Orbe de Jupiter, étant toûjours plus éloigné de l'Orbe du Satellite, ce Satellite aura toûjours moins rencontré l'ombre, & s'y fera moins plongé. M. Maraldi a calculé l'inclinaison du Satellite de $3^{\circ} 0' 30''$ pour 1691, de $3^{\circ} 5' 25''$ pour 1715, & de $3^{\circ} 12' 5''$ pour 1727. Selon M. Cassini, qui n'en avoit encore pû observer la variation en 1693, elle étoit de $2^{\circ} 52'$. Il est étonnant que des déterminations si postérieures aux siennes, les changent si peu, malgré le grand avantage qu'elles devoient avoir.

Comme il ne paroît pas que cette variation d'inclinaison soit encore arrivée à son terme, que du moins on n'en est pas sûr, il n'y a que le temps, & un assez long temps, qui puisse amener toutes les connoissances qu'on peut encore desirer sur ce sujet.

Le 4^{me} Satellite n'a pas donné moins d'occupation à M. Maraldi. Il a remarqué que ses Immersions ou Émersions observées prévenoient toûjours le temps où le calcul fondé sur les Tables les auroit fait attendre, & cela à tel point que la plus grande différence pouvoit être de près de 2 heures. Heureusement on y appercevoit un ordre qui paroissoit avoir rapport à la révolution de Jupiter autour du Soleil.

De plus M. Maraldi a trouvé des Éclipses de ce Satellite hors des limites Écliptiques assignées par M. Cassini, & par conséquent l'étendue de ces limites trop petite dans les Tables; & enfin dans les Éclipses où l'on a pû voir & l'Immersion, & l'Émerfion, ce qui est rare; il a trouvé la durée des Éclipses plus longue, & quelquefois de moitié, que les Tables ne la donnoient. Il faut donc une correction, reste à sçavoir où il faut la placer, & quelle elle doit être.

En la mettant sur les Nœuds, auxquels on donneroit un mouvement, M. Maraldi fait voir que ce mouvement, pour s'ajuster aux faits observés, devoit être fort irrégulier, tantôt direct, tantôt rétrograde, j'entends réellement, ce qui ne pourroit être admis sans une nécessité absoluë.

Il y a quelques cas qui s'accorderoient avec la variation d'inclinaison de l'Orbe du Satellite, mais d'autres lui seroient contraires.

Ainsi M. Maraldi se tourne d'un autre côté. Il voit qu'en changeant l'Epoque des révolutions du Satellite, & en commençant à les compter du point où Jupiter est dans sa moyenne distance au Soleil, il aura une Equation, additive dans une moitié de l'Orbe du Satellite, soustractive dans l'autre, avec laquelle les Tables se rendront plus conformes au Ciel. Je dis seulement *plus conformes*, parce que l'entière conformité demande encore une hypothèse, c'est celle de l'excentricité de l'Orbe du Satellite par rapport à Jupiter, & même avec deux conditions, l'une que le grand axe de cet Orbe soit parallèle à celui de l'Orbe de Jupiter, l'autre que l'Apogée ou plutôt *Apojove* du Satellite réponde au même point du Ciel que l'Aphélie de Jupiter.

Tout ceci commence à vérifier ce que nous avons annoncé & en quelque sorte prédit en 1727, que les hypothèses de la concentricité des Orbes des Satellites, de l'immobilité de leurs Nœuds, de la constance de leur inclinaison, pourroient bien ne pas subsister. Elles n'étoient pas assés physiques, & ce n'est pas-là la sorte de régularité que la Nature affecte. Voilà déjà la constance des inclinaisons ébranlée dans les 3 premiers Satellites, la concentricité dans le 4^{me}. L'immobilité des Nœuds tient bon jusqu'à présent, mais il y a bien de l'apparence qu'à la fin tout aura le même sort.

Cette année parut un Livre de M. de Maupertuis, intitulé, *Discours sur les différentes Figures des Astres. D'où l'on tire des Conjectures sur les Étoiles qui paroissent changer de grandeur, & sur l'Anneau de Saturne, avec une exposition abrégée des Systèmes de M. Descartes & de M. Newton*; ouvrage d'un fort petit volume, & qui se réduit, comme il le faudroit toujours, à ce qu'il peut contenir de nouveau.

Si l'on conçoit un amas d'une matière supposée homogène

& parfaitement fluide, telle que peut être le Soleil, on ne voit aucune autre cause qui puisse tenir toutes les parties de cet amas unies ensemble de manière à faire un tout, qu'une certaine tendance qu'elles auront toutes vers un même point, vers un centre commun, & ce sera une Pesanteur. En ce cas, & dans la supposition de l'homogénéité & de la fluidité parfaites de l'amas, il prendra une figure exactement Sphérique, par la nécessité de l'équilibre, qui ne pourroit pas subsister autrement.

Si l'on conçoit que cette Sphere tourne sur un de ses diametres qui sera son axe de rotation ou de révolution, ou simplement son axe, une nouvelle Force agira, la Force centrifuge, qui tendra à écarter du centre de la Sphere toutes les parties que la Pesanteur y pouffoit.

Une Pesanteur étant connuë, & la vitesse d'une rotation l'étant aussi, on sçait quel sera le rapport de la Force centrifuge à la Pesanteur. Si la Force centrifuge étoit supérieure, toute la Sphere supposée se dissiperoit, & il n'y auroit plus de figure à y considérer. Il faut donc que la Pesanteur soit toujours la plus forte, ou du moins égale dans tous les Corps qui sont ici l'objet de nos recherches, & alors la Sphere ne se dissipe pas, mais seulement sa figure est altérée.

Elle ne le feroit pas, si les deux Forces contraires agissoient de la même manière & selon les mêmes directions; le combat de la Force centrifuge contre la Pesanteur n'iroit qu'à diminuer la Pesanteur, & tout au plus à rendre les parties de la Sphere moins serrées entre elles, & à en augmenter le volume. Mais il n'en est pas ainsi. La pesanteur agit uniformément, au moins dans toute une même surface Sphérique, & la Force centrifuge y agit inégalement, elle est plus grande dans le Cercle où est le plus grand mouvement de rotation, c'est-à-dire dans l'Equateur, & de-là elle va toujours de part & d'autre en décroissant vers les Poles, où elle s'anéantit. La Pesanteur agit toujours par des rayons de la Sphere, & n'imprime que cette direction, les directions de la Force centrifuge sont à chaque instant les Tangentes de chaque point d'un

Cercle quelconque, où l'on la considère. Il est donc impossible que la figure Sphérique ne soit changée, puisque la Pesanteur qui la causeroit, si elle étoit seule, se trouve compliquée avec la Force centrifuge.

Tout ce qu'on peut appercevoir en général qui résulte de cette complication, c'est que la Force centrifuge plus puissante dans l'Équateur de la rotation de la Sphere que par tout ailleurs, y élèvera davantage les parties, & par conséquent rendra le diametre de cet Équateur plus grand que tous les autres, qui lui étoient auparavant égaux, & que celui qui est l'axe de rotation, ou, ce qui est la même chose, la Sphere deviendra un Sphéroïde applati dans le sens de son axe de rotation, ou simplement *applati*. Si l'axe de rotation étoit plus grand que le diametre de l'Équateur, le Sphéroïde seroit *allongé*.

Mais quelle sera la Règle pour trouver le rapport précis du diametre de l'Équateur & de l'Axe dans une Sphere qui aura dégénéré en Sphéroïde en vertu de sa rotation, cette rotation étant donnée, ou connue? Il faut auparavant avoir déterminé la Loi de l'action de la Pesanteur, car cette action ou est toujours la même indépendamment de la distance du centre auquel la Pesanteur se rapporte, auquel cas elle est uniforme, comme dans le Système de Galilée, ou elle varie selon la raison directe ou renversée de quelque puissance parfaite ou imparfaite de cette distance. Il n'y a encore rien sur cela de bien arrêté, seulement l'hypothese la plus ordinaire pour les grandes distances, telles que celles des Corps célestes, est que l'action de la Pesanteur y varie en raison renversée de leurs quarrés. Quant à la Force centrifuge, les Loix en sont établies d'un consentement unanime.

M. de Maupertuis a cherché quelle seroit dans toute hypothese possible de l'action de la Pesanteur la forme du Sphéroïde supposé, c'est-à-dire, quel y seroit le rapport du diametre de l'Équateur à l'axe, & il en donne une Formule générale, qui lui est venue par un calcul assez pénible & assez adroit.

Il en résulte qu'il n'y a nulle hypothèse de Pesanteur qui ne rende le diamètre de l'Équateur plus grand que l'axe, ou le Sphéroïde applati, ainsi que nous l'avons déjà trouvé par un raisonnement très-simple.

Si la Pesanteur est uniforme, le diamètre de l'Équateur sera d'autant plus grand par rapport à l'axe, que la Force centrifuge sera plus grande par rapport à la Pesanteur, & par conséquent en diminuera davantage l'action, ce qui est tout-à-fait naturel, car la Pesanteur tend à produire une Sphere, & la Force centrifuge en fait un Sphéroïde applati, & plus ou moins applati selon le degré dont elle est. Il suit de-là que si la Force centrifuge devenoit nulle par rapport à la Pesanteur, il n'y auroit plus de Sphéroïde, mais une simple Sphere, & c'est aussi ce que la Formule donne. Si dans cette même hypothèse, la Force centrifuge étoit égale à la Pesanteur, ce qui est le plus haut point où l'on puisse la porter, on voit par la Formule que le diamètre de l'Équateur seroit double de l'axe du Sphéroïde, & que par conséquent jamais dans l'hypothèse de la Pesanteur uniforme le Sphéroïde ne peut être plus applati.

Si l'on suppose que la Pesanteur agisse en raison de la distance du centre auquel elle se rapporte, on trouve que dans le cas extrême, où la Force centrifuge lui seroit égale, le Sphéroïde auroit un axe nul par rapport au diamètre de son Équateur, ou seroit infiniment applati, ou enfin, ce qui est la même chose, ne seroit plus qu'un grand plan circulaire formé de toute la matière, qui en tout autre cas auroit composé un Sphéroïde. Cette conclusion, assez surprenante au premier coup d'œil, est cependant très-conforme au raisonnement. On a supposé que la Pesanteur agissoit en raison de la distance au point central, c'est-à-dire, qu'elle agissoit d'autant plus puissamment que ce point central étoit plus éloigné, plus, par ex. à la surface d'une Sphere que dans tout l'intérieur. Par conséquent elle pousse moins cet intérieur vers le centre, & l'élève en quelque façon. D'un autre côté toute l'action de la Force centrifuge tend aussi à élever les parties de la Sphere, de sorte qu'à cet égard les deux Forces contraires s'accordent

ou sont le moins contraires qu'elles puissent être, & cela a l'avantage de la Force centrifuge, qui, lorsqu'elle est d'ailleurs la plus grande qu'il soit possible, ne peut manquer de produire le plus grand de tous les effets dont elle est capable.

Mais il est vrai que cette hypothèse de la Pesanteur agissant en raison de la distance du point central, n'est pas aussi recevable en Physique qu'en Géométrie ou en Algebre, d'où l'on n'exclut que les contradictions formelles. On peut croire que la Pesanteur soit uniforme, qu'elle agisse toujours également à quelque distance que soit le point central, on en voit un exemple sur la Terre, qui peut pourtant être trompeur, mais qu'elle acquiere de la force par une plus grande distance du point central, c'est ce qui ne s'accorderoit pas directement & immédiatement avec l'idée simple de Pesanteur, telle que nous la prenons ici; encore moins qu'elle acquiere de la force selon les quarrés, ou les cubes, &c. de ces distances. Si l'on supposoit que la Pesanteur agît selon les quarrés de distance, il en résulteroit dans le cas extrême de son égalité avec la Force centrifuge, quelque chose de moins possible encore & de moins réel que ce simple Plan circulaire que nous venons de voir dans l'hypothèse des distances simples; la Pesanteur y agiroit encore davantage en faveur de la Force centrifuge. Ainsi il faut abandonner toutes ces hypothèses à l'infini, qui nous produiroient toujours de moins en moins les figures que nous cherchons, & nous devons commencer les hypothèses possibles par celle de la Pesanteur uniforme, moyenne par sa situation algébrique, pour ainsi dire, entre toutes celles que nous venons de rejeter, & celles où la Pesanteur agira en raison renversée de quelque puissance des distances. On conçoit aisément que son point central étant moins éloigné elle en sera plus forte, & les mouvements des corps célestes donnent cette idée, quoiqu'à y regarder de près on ne voye pas bien la première origine de cette augmentation de force. Dans ces hypothèses de la raison renversée la Pesanteur est toujours aussi contraire qu'elle peut l'être à la Force centrifuge, & toujours d'autant plus contraire que la

raison renversée est celle d'une plus haute puissance.

La plus reçûe aujourd'hui de toutes ces hypothèses est celle des Quarrés. Si l'on en prend le cas que nous appelons ici *extrême*, le diametre de l'Equateur du Sphéroïde est à l'axe, par la formule de M. de Maupertuis, comme 3 à 2.

Nous avons vû que la Pesanteur étant uniforme, le diametre de l'Equateur étoit à l'axe, dans ce même cas extrême, comme 2 à 1; d'où il suit que de l'hypothèse de la Pesanteur uniforme à cette seconde, le rapport du diametre de l'Equateur à l'axe a diminué, ou que le Sphéroïde est devenu moins applati. Et en effet l'action de la Pesanteur ayant été plus forte dans la seconde hypothèse, cet effet a dû s'en ensuivre.

L'hypothèse de la Pesanteur qui agiroit en raison renversée de la simple distance, est moyenne entre celle de la Pesanteur uniforme, & celle de la Pesanteur qui agit en raison renversée des Quarrés, & par conséquent l'analogie demande que dans le cas extrême de cette hypothèse moyenne, le rapport du diametre de l'Equateur à l'axe soit moindre que de 2 à 1, & plus grand que de 3 à 2. Si ce rapport étoit un moyen arithmétique entre les deux autres, ce seroit celui de 7 à 4, le 1^{er} étant 8 à 4, & le 3^{me} 6 à 4.

Ainsi à mesure que les hypothèses sur la Pesanteur, toujours agissant en raison renversée des distances au centre, seroient plus fortes & se regleroient sur de plus hautes puissances, les Sphéroïdes seroient toujours moins applatis, ou, ce qui est le même, se rapprocheroient de la figure Spherique, jusqu'à ce qu'enfin dans l'infini ils vinssent à la prendre exactement, parce qu'alors la Pesanteur auroit une action infinie par rapport à celle de la Force centrifuge. Si l'on veut rassembler & mettre en ordre toutes les hypothèses sur la Pesanteur, tant impossibles ou peu possibles, que possibles & vraisemblables, on verra combien la suite des effets est régulière & conforme à des raisonnements fort naturels. Cette Suite partira, si l'on veut, du Plan circulaire, qui s'enflant, pour ainsi dire, par degrez, deviendra successivement tous les Sphéroïdes, & enfin une Sphere.

Dans toutes les hipothèses nous n'avons considéré que le cas extrême, parce qu'il suffit pour faire juger des autres. Si dans l'hipothèse de la Pesanteur uniforme, la Force centrifuge a besoin de lui être égale pour rendre le diametre de l'Equateur double de l'axe, il est bien sûr que quand cette Force sera moindre que la Pesanteur, & elle peut l'être selon une infinité de rapports, sans être jamais nulle, elle ne donnera pas un si grand avantage au diametre de l'Equateur, & que le Sphéroïde sera moins applati. Il en va de même de toutes les autres hipothèses, & dans toutes le cas extrême est rare, puisqu'il est unique entre une infinité d'autres, il pourroit même ne se rencontrer jamais dans la Nature.

Toute cette Théorie de M. de Maupertuis n'est que pour arriver à certains phénomènes du Ciel. Les Étoiles fixes ou Soleils sont les corps qu'on peut le plus raisonnablement considérer comme des amas de matière homogène & fluide, quoique selon toutes les apparences l'idée ne soit pas exacte. On leur suppose à tous une Pesanteur, puisque ce sont des amas de matière fluide déterminés & circonscrits, & on leur donne; sur l'exemple connu du Soleil, une rotation qui produit une Force centrifuge. Ce sont donc toujours, ou presque sans exception, des Sphéroïdes.

L'immensité & la variété de l'Univers demandent qu'il y ait des Soleils de toutes les figures possibles. Ceux où le diametre de l'Equateur sera fort grand par rapport à l'axe seront fort aplatis, & tels qu'exposés à notre vûe dans le sens de leur Equateur, ils paroîtront moins grands & moins lumineux que s'ils étoient vûs selon leur axe. Ils auront donc, selon la durée de leur rotation, des périodes d'accroissement & de décroissement apparents, & même ils en auront d'apparition & d'occultation, s'ils sont assez aplatis pour ne pouvoir être vûs quand ils ne nous présentent que leur *tranchant* ou leur Equateur. Il est vrai que nous avons vû que dans le cas le plus favorable, le diametre de l'Equateur ne pouvoit être que comme 2 à 1, ce qui pourroit ne pas paroître un assez grand applatissement pour l'effet proposé, mais d'ailleurs le Soleil

pourra être ou si petit ou si éloigné de nous qu'il aura besoin, pour être apperçû, de sa position la plus avantageuse à notre égard. Ce cas-là ne sera pas commun, aussi les Fixes qui paroissent & disparoissent ne le sont-elles pas.

Si, selon l'idée de Descartes, la Terre avoit été un Soleil, ou seulement si elle avoit été originairement formée d'une matière liquide, d'une espece de pâte molle, la Théorie de M. de Maupertuis s'y pourroit appliquer, & notre globe deviendroit un Sphéroïde applati, ainsi que l'a pensé M. Newton, qui a même déterminé que le rapport du diamètre de notre Équateur à l'axe de la rotation ou au diamètre d'un Méridien étoit celui de 230 à 229, ce qui ne nuit guere à la sphéricité parfaite. Mais d'un autre côté la Mesure de la Terre faite par l'Académie, & dont nous avons donné l'histoire entière en 1721*, nous a appris que la Terre étoit un Sphéroïde allongé, quoique très-peu aussi, du moins à en juger par une étendue de 8 degrés terrestres. Il est évident que les mesures actuelles doivent être préférées à ce qui résulte de Théories géométriques fondées sur un très-petit nombre de suppositions très-simples, d'où l'on a écarté à dessein toute la complication du Physique & du réel. Si Jupiter est un Sphéroïde applati, il se fera trouvé plus exactement dans les circonstances requises par la Théorie, mais il n'aura pas empêché la Terre d'en sortir.

* p. 66.
& suiv.

Si un grand amas ou Torrent de matière homogene & fluide qui en circulant sur son axe, auroit pris une figure par les principes qui ont été établis, venoit à circuler autour d'un autre axe pris hors de lui, parce qu'il seroit attiré vers cet axe par quelque force, comme par celle d'un Corps dont il seroit l'axe, il est certain que la figure primitive du Torrent seroit altérée, & M. de Maupertuis a déterminé géométriquement la nouvelle Figure qu'il prendroit, ce qui fait une Solution très-composée, & fort digne de la Géométrie moderne. On sent assez quel en pourra être l'usage dans l'Astronomie Physique, & M. de Maupertuis le fait entrevoir par l'explication qu'il donne de l'Anneau de Saturne, quoique fort courte, & sans aucun calcul.

Les Queuës des Cometes sont formées d'une quantité prodigieuse de vapeurs & d'exhalaisons qui se sont élevées de leur corps, quand elles ont passé assés près du Soleil pour en être échauffées à ce point là. Qu'une Comete ainsi pourvûë d'une longue queuë ait passé ensuite près de Saturne, qui est une des plus grosses Planetes, il aura attiré vers lui la matière de cette queuë avec une force proportionnée à sa masse, & avec d'autant plus de facilité que dans la Region de Saturne, si éloignée du Soleil, la vitesse des Cometes se rallentit, & resiste moins à une nouvelle impression de mouvement. Saturne aura obligé cette matière à circuler autour de lui, & la Force centrifuge qu'elle aura prise en circulant l'aura disposée, non en surface Spherique qui envelopperoit Saturne, mais seulement en grande Zone circulaire, ou Anneau concentrique à la Planete. Il faut concevoir de plus que cette matière se sera condensée en devenant Anneau, car on voit les Etoiles à travers les queuës des Cometes, & l'Anneau de Saturne est si épais qu'il jette une ombre très-sensible sur le disque de cette Planete.

De la même manière Saturne, & toute autre Planete assés puissante aura pû acquerir un ou plusieurs Satellites. Une petite Comete plus foible aura passé auprès d'elle, & lui aura été assujettie.

Voilà l'attraction qui se montre ici sans voile ; car toutes les tendances des corps vers des points centraux peuvent toujours être ramenées à des idées Mechaniques, ou du moins il ne paroît pas impossible qu'elles le soient, mais dès qu'un corps agit par sa masse sur un autre corps éloigné, on ne peut plus dissimuler que ce ne soit l'attraction proprement dite. Aussi M. de Maupertuis ne le dissimule-t-il pas. Il commence presque son Livre par un Parallele de l'impulsion & de l'attraction, où il ne convient pas des avantages de l'une sur l'autre. Il donne de même un Parallele des sentimens de Descartes & de M. Newton, & tout l'avantage est pour le Philosophe Anglois.

V. les M.
P. 452.

p. 481. &
484.

p. 498.

Nous renvoyons entièrement aux Memoires
L'Écrit de M. Cassini sur la Meridienne de l'Observatoire.

Les Observations de l'Eclipse de Lune du 1 Decembre
par Mrs Cassini, & Godin.

Et la Réponse de M. Cassini a des Remarques qui ont été
faites dans un Journal sur son *Traité de la Grandeur & de
la Figure de la Terre.*



CHRONOLOGIE.

M. l'Abbé Sauveur, Fils de feu M. Sauveur, a fait voir à
l'Académie un Calendrier perpetuel de son invention,
contenu sur un seul grand Carton, par le moyen duquel la
Lettre Dominicale & l'Épacte étant données dans la forme
Gregorienne, ou la Lettre Dominicale & le Nombre d'or
dans la forme Julienne pour l'année que l'on veut, on voit
aussi-tôt l'état de cette année précisément tel qu'il doit être
pour la Pâque, les Fêtes, &c. L'artifice consiste dans la dis-
position & le mouvement de certaines Pièces mobiles, qui
coulent comme l'on veut sous des Colonnes immobiles, &
se placent selon la recherche que l'on fait. L'Académie a
trouvé cette forme de Calendrier nouvelle, simple, ingé-
nieuse, & commode.





OPTIQUE.

Cette année M. Kurdwanowski, Gentilhomme Polonois, Capitaine dans le Regiment de Saxe, presenta à l'Académie un Mémoire assés ample, intitulé *Problemes sur la Lumière*, qui par son titre appartient à l'Optique, & est cependant au fond un pur ouvrage de Géométrie, puisqu'il n'y est pas question d'expériences, ou de recherches sur la Lumière, mais seulement de Courbes, dont la Lumière est l'occasion. C'est en quoi il diffère essentiellement d'un Livre de M. Bouguer dont nous avons donné d'avance quelque idée en 1726.* & que M. Kurdwanowski ne connoissoit pas quand il fit son Traité. * p. 11. & suiv. Les deux Auteurs ont pris des routes fort différentes.

Un point lumineux éclaire d'autant plus une surface, ou même, si l'on veut, un autre point, qu'il en est moins éloigné, & au contraire, & il est démontré en Optique que la variation, causée dans l'action du point lumineux par les différentes distances, suit le rapport renversé des quarrés de ces distances, c'est-à-dire, par ex. qu'un point lumineux deux fois plus éloigné agit quatre fois moins. Une ligne quelconque, droite ou Courbe, exposée à l'action d'un point lumineux, ou d'une Lumière, la reçoit donc différemment en ses différents points, selon le rapport de leurs distances à la lumière, tel que nous venons de le marquer. Ces différents effets de la Lumière sur chaque point de la ligne quelconque exposée à son action, peuvent être représentés par les Ordonnées de quelque Courbe, qui varieront de grandeur précisément comme ces effets. Cette Courbe, dont les Ordonnées les représenteront, s'appellera, *Courbe à la lumière*.

Une ligne quelconque, ou généralement une Courbe, puisqu'une Courbe peut être changée en droite, étant déterminée pour être exposée au point lumineux, il est évident

que l'action de ce point sur elle variera 1.^o selon qu'il sera posé par rapport à elle, plus ou moins loin, sur l'axe, ou hors de l'axe, au sommet ou ailleurs, &c. 2.^o Selon que le contour de la Courbe en approchera, ou en éloignera les différentes parties ou points par rapport à la Lumière. Car tout cela change les distances, qui font tout ici. Une Courbe demeurant la même, si la position du point lumineux, par rapport à elle, change de façon, qu'elle y soit différemment exposée, les effets de la Lumière changent aussi, & la Courbe qui les doit représenter par ses Ordonnées, ou la Courbe à la Lumière, devient différente de ce qu'elle étoit. A plus forte raison cela sera-t-il si l'on change la Courbe que l'on concevoit comme exposée à la Lumière.

M. Kurdwanowski a cherché une Formule générale telle que quand on auroit une Courbe quelle qu'elle fût, exposée à un point lumineux, & la distance ou position de ce point par rapport à cette Courbe, on eût aussi-tôt la Courbe à la lumière qui en resulteroit. On suppose que la Courbe, qui sera donnée, & la Courbe cherchée ont le même axe, & que les Ordonnées de l'une & de l'autre partent des mêmes points de cet axe. Toutes les Ordonnées d'une Courbe, & toutes celles de l'autre, n'ont qu'une expression indéterminée; de sorte que les Ordonnées de la Courbe donnée venant à être déterminées, & exprimées par leurs rapports aux Abscisses de l'axe commun, on voit naître l'équation de la Courbe cherchée. D'ailleurs la position & la distance du point lumineux par rapport à la Courbe sur laquelle il raisonne, étant des grandeurs indéterminées, on les détermine par l'hypothèse que l'on choisit, ou qui est donnée. Enfin, comme tout ne consiste qu'en rapports de quarrés des distances, on change ces rapports en grandeurs absolues, en connoissant ou en supposant connu un certain effet d'un point lumineux placé à une certaine distance. Ce seront là les grandeurs constantes de la Formule ou Equation générale, ce qui n'empêche pas qu'il n'y en entre encore d'autres dans les cas particuliers,

Si au lieu d'une Courbe exposée au point lumineux, on veut que ce soit une ligne droite, ce que l'Equation générale permet aisément, puisque l'on n'a qu'à y éгалer à Zero les Ordonnées que la Courbe auroit eues, & par conséquent tous les termes qu'elles multiplient, si l'on veut de plus que le point lumineux soit placé sur la ligne droite qu'il éclairera à sa droite & à sa gauche, ce qui anéantit encore les termes où entroient la distance ou la position de ce point, l'Equation devenue aussi simple qu'elle puisse jamais être, donne pour Courbe à la lumière une ligne du 3^{me} ordre, qui est une Hiperbole dont les deux branches égales & semblables, placées à droite & à gauche du point lumineux, s'étendent à l'infini entre des Asimptotes, dont l'une leur est commune. Les effets du point lumineux, qui doivent toujours diminuer à mesure que la ligne droite éclairée s'éloigne de ce point de part & d'autre, diminuent donc selon la raison des Ordonnées de cette espece d'Hiperbole, prises sur ses Asimptotes. En ces cas l'effet de la Lumière parvenuë à l'extrémité d'une droite infinie est un infiniment petit du 2^d ordre, & en suivant la Théorie de l'Asimptotisme établie dans les *Eléments de la Géométrie de l'Infini*, on trouve que pendant un chemin infini l'effet de la Lumière n'a été qu'un infiniment petit toujours décroissant du 1^{er} ordre, & qu'il n'a été fini ou sensible que pendant un chemin fini, mais très-long, ce qui revient aux idées Phisiques.

Si l'on met le point lumineux hors de la ligne droite éclairée, il est évident que le plus grand effet de la lumière étant à la moindre distance de ce point, il sera exprimé par la perpendiculaire qu'on en abaissera sur la ligne éclairée, & que cette perpendiculaire sera la plus grande Ordonnée de la Courbe à la lumière. Il y aura à droite & à gauche des Ordonnées décroissantes à l'infini, & par conséquent la Courbe aura ses deux branches Asimptotiques à l'égard de la droite éclairée, comme dans le cas précédent, & du même genre d'Asimptotisme, c'est-à-dire, que la dernière lumière sera un infiniment petit du 2^d ordre. Il se trouve seulement cette

différence, que dans ce 2^d cas les deux branches de la Courbe ont à une certaine distance du sommet une inflexion qu'elles n'ont pas dans le 1^{er} cas. Elles ont été d'abord concaves vers l'axe, ensuite elles deviennent convexes, & c'est alors qu'elles prennent la nature de branches Asymptotiques. Leurs Ordonnées toujours décroissantes, l'ayant été d'abord de plus en plus, le sont ensuite de moins en moins, au lieu que dans l'autre cas les Ordonnées ne l'ont été que de moins en moins.

Tant que le point lumineux peut rayonner à l'infini sur la ligne quelconque qui lui est exposée, il suit de tout ce qui vient d'être dit que la Courbe à la lumière doit toujours être Asymptotique; car la lumière toujours affoiblie par la distance, le sera toujours infiniment par une distance infinie. Mais si la ligne éclairée est un Cercle dont un point lumineux, placé au-dehors, ne peut éclairer qu'une certaine partie déterminée, alors la Courbe à la lumière n'a certainement pas besoin de s'étendre à l'infini, ni par conséquent d'être Asymptotique. Elle l'est cependant encore, & c'est une Hiperbole, mais il est vrai que de cette Hiperbole la Courbe à la lumière n'en prend qu'une partie déterminée, & que tout le reste lui est inutile.

Nous ne suivrons point M. Kurdwanowski dans les recherches où il s'engage, en exposant au point lumineux différemment placé, différentes Courbes, la Parabole, l'Ellipse, l'Hiperbole, &c. pour trouver les Courbes à la lumière qui en résultent, & leurs propriétés. Nous nous arrêterons seulement un moment à l'Hiperbole éclairée par un point lumineux placé à son centre. Au lieu que nous n'avons vu jusqu'ici dans cette Théorie que des Courbes à la lumière dont les Ordonnées décroissent toujours, ce qui est naturel, puisque la lumière diminue toujours en s'éloignant du point lumineux, ici on a une Courbe à la lumière, dont les Ordonnées sont d'abord croissantes, & par conséquent aussi les premiers effets de la lumière, après quoi ces effets & ces Ordonnées décroissent à l'infini.

Une ligne quelconque exposée à plusieurs points lumineux,

même, si l'on veut, inégaux en force, ne produira pas plus de difficultés que le cas plus simple que nous venons d'exposer, seulement l'Equation de la Courbe à la lumière sera un peu plus composée. Il ne faudra que prendre séparément l'effet de chaque point lumineux sur un même point de la Courbe éclairée, & faire de ces effets une somme que représentera l'Ordonnée correspondante de la Courbe à la lumière, qui résultera de tous ces points lumineux. S'il y en a deux égaux placés aux deux extrémités d'une ligne droite, le calcul fait voir que leur moindre effet est au point du milieu de cette ligne, quoiqu'on eût peut-être pensé d'abord qu'à ce point autant que chaque effet est affoibli par la distance d'un point lumineux, autant est-il fortifié par la jonction de l'effet de l'autre point. Ainsi le plus grand effet de chacun des deux est au point où il est placé, quoique ce soit celui où il reçoit le moins de secours de l'autre. M. Kurdwanowski a examiné aussi le cas de deux points lumineux placés aux deux extrémités du diamètre d'un Cercle, ce qui ne diffère pas beaucoup. L'Académie a trouvé dans toute cette Théorie des vûes nouvelles.





M E C H A N I Q U E.

SUR LA COMPARAISON DES FORCES

DE LA

PESANTEUR ET DE LA PERCUSSION.

PLUSIEURS habiles Géometres croient que la Force de la Pesanteur & celle de la Percussion ne peuvent se comparer. Leur raison essentielle est qu'il est démontré que dans un instant infiniment petit la Pesanteur ne peut imprimer à un Corps qu'une vîtesse infiniment petite, & qu'il est certain que dans le même instant, ou même, si l'on veut, dans un instant indivisible, la Percussion imprimera au même Corps une vîtesse finie. Or les Forces étant les produits des masses par les vîtesses, ces deux Forces qui seront entre elles comme les vîtesses, seront donc l'une infiniment petite, l'autre finie; & par conséquent nullement susceptibles de comparaison. On voit en effet qu'un Clou enfoncera bien plus dans une matière dure par de petits coups de Marteau, qu'il ne feroit étant simplement chargé de quelque grand poids. Il en est de même des Pilotis, & de plusieurs autres expériences qu'on fait tous les jours.

Cependant il y en a d'autres qui semblent prouver aussi que la simple pesanteur n'est pas sans action, & pour peu qu'elle en ait, j'entends que ce peu sera fini, la force de la percussion ne sera pas infinie par rapport à elle. Un Corps pesant suspendu à une Corde, la rompra, pourvû qu'il soit d'un certain poids. Il est vrai qu'on pourra dire qu'il ne la rompt qu'en l'allongeant, qu'à mesure qu'il l'allonge il descend, & qu'en descendant il acquiert une accélération finie: Mais n'est-ce pas par la seule pesanteur qu'il allonge la Corde?

de même un grand tas de Bled rompt quelquefois de grosses poutres d'un Grenier. On met dans un bassin d'une Balance un Corps d'un certain poids, on fait tomber de l'autre côté dans l'autre bassin de la Balance, à distance égale du point d'appui, un Corps beaucoup plus léger que le premier. Voilà donc d'un côté la seule force de la pesanteur, de l'autre celle de la percussion. Selon que le Corps qu'on laisse tomber est d'un plus grand ou d'un moindre poids, il fait monter l'autre, ou ne le fait pas monter. S'il ne le fait pas monter, la pesanteur l'emporte donc sur la percussion, & par conséquent ces deux forces sont finies & comparables.

Le dernier Memoire que M. le Chevalier de Louville ait donné à l'Académie, rouloit sur ce sujet. Il en traitoit le pour & le contre, mais en laissant voir plus de disposition à croire les deux forces comparables, & jusques-là que comme la Force centrifuge d'un Corps qui circule est censée être du même ordre que la pesanteur, il proposoit le dessein d'une Machine pour comparer la Force centrifuge à celle de la Circulation, qui est certainement finie, & analogue à la percussion. Une Table ronde horizontale, fort unie, & mobile; qu'on auroit fait circuler sur son axe vertical avec une vitesse uniforme, auroit porté à un point de sa circonférence une boule attachée à un fil, & l'auroit fait circuler avec elle. Cette Table se seroit emboîtée juste & sans frottement dans une autre Table immobile, qui n'auroit été qu'une circonférence large. On auroit coupé le fil de la boule dans un moment quelconque de la circulation, & la boule se seroit échappée aussitôt de dessus la Table mobile sur l'immobile, qu'on auroit même légèrement couverte de farine, par ex. afin de mieux voir quel chemin la boule auroit tenu en s'échappant. Ce chemin sera toujours, selon l'idée ordinaire, une Tangente de la Table mobile, & en ce cas l'effet de la Force centrifuge est infiniment petit par rapport à celui de la Circulation. Mais M. le Chevalier de Louville tenoit pour beaucoup plus probable, que le chemin seroit un angle avec la Tangente, auquel cas l'effet de la Force centrifuge aura un rapport fini

avec celui de la Circulation, & qui se déterminera aisément:

M. le Chevalier de Louville n'a pas été plus loin, & il a laissé la question indécise. En attendant qu'on la décide, nous pouvons faire une reflexion, qui abregeroit bien l'affaire. Ne considérons que la Pesanteur & la Percussion, qui suffiront ici. La difficulté vient de ce qu'il est très-certain d'un côté que la Pesanteur ne produit dans un instant infiniment petit qu'une vitesse infiniment petite, & que de l'autre la Percussion dans le même instant en produit une finie, ainsi qu'il paroît dans le choc de tous les Corps. Mais il est visible que la difficulté cesse, si ce 2^d point n'est pas vrai, si, selon ce qui est dit dans la dernière Section des *Eléments de la Géométrie de l'Infini*, la Percussion elle-même n'agit que comme la Pesanteur, imprimant d'abord à un Corps une vitesse infiniment petite, ensuite une toujours plus grande du même ordre, & enfin une finie dans un temps fini. Il est vrai que l'instant du choc de deux Corps paroît un infiniment petit, mais ce n'est réellement qu'un fini très-court. Si les deux Corps sont à ressort, comme apparemment ils sont tous, l'instant de leur choc n'est-il pas aussi court, que si on les supposoit parfaitement durs? Il faut pourtant qu'il se fasse dans cet instant des applatissements, & des renflements successifs. D'un autre côté, l'instant du choc de deux Corps n'est-il pas aussi long que celui pendant lequel on concevra qu'un Corps pesant tombera de $\frac{1}{10000}$, &c. de ligne? mais la continuation perpétuelle d'accélération qu'on a vûe dans les chûtes, a fait imaginer avec raison une première vitesse infiniment petite, & l'on n'y a pas pensé pour les chocs qui ne produisent effectivement nulle accélération sensible, quoiqu'il y en ait eu une insensible dans un premier instant fini très-petit.

Si l'on prend cette idée, que nous ne faisons ici qu'indiquer, la Pesanteur & la Percussion seront toujours comparables, & l'on verra assés aisément pourquoi dans les cas particuliers les circonstances Physiques donnent l'avantage tantôt à l'une, tantôt à l'autre.

SUR UNE NOUVELLE MACHINE

POUR MESURER

LA VITESSE DES EAUX COURANTES.

DANS tous les ouvrages où l'on employera la Force d'une Eau courante, comme des Moulins, des Pompes, &c. dans tous ceux qu'on fera pour détourner le cours d'une Rivière, ou pour la contenir en certaines bornes, dans toutes les distributions des eaux d'un Aqueduc, &c. c'est une connoissance essentielle & fondamentale que celle de la vitesse de l'Eau, puisque de-là dépend toute l'action de l'Agent qu'on met en œuvre, ou de l'Ennemi qu'on veut vaincre. Il est à souhaiter que cette vitesse soit connue le plus immédiatement qu'il se pourra, & avec le moins de ces suppositions qui, à la vérité, facilitent le calcul, mais qui sont souvent démenties par la réalité. V. les M.
p. 363.

La Méthode dont on se sert ordinairement est de mettre dans le fil de l'eau, dans l'endroit où elle va le plus vite, une boule de bois ou de cire, & d'observer en quel temps elle parcourt un certain espace qui se reconnoît à quelques marques qu'on a posées. Cela est fort simple & fort naturel, mais il s'y trouve plusieurs inconvénients. On ne peut avoir par-là que la vitesse de la surface de l'eau, & pour connoître la vitesse totale d'une Rivière, il faudroit avoir celle du milieu & du fond. Il faudroit que le chemin de la boule fût droit, & souvent il ne l'est pas. On n'est pas sûr d'avoir pris le fil où le courant est le plus rapide. Quand il l'est à un certain point, la boule va si vite, qu'il est très-difficile d'avoir juste le temps qu'elle emploie; sur-tout si l'on veut mesurer la vitesse sous l'Arche d'un Pont, ce qui est souvent important, elle passe trop promptement dans un si petit espace. La vitesse de la boule de bois est moindre que celle de l'eau, parce qu'elle est diminuée par la résistance de l'Air, & celle de la boule de cire étant moins diminuée par cette cause, elle se dérobe trop

tôt à la vûë. Il est vrai que plusieurs de ces erreurs ne peuvent être que fort légères, mais elles se multiplieront beaucoup, quand de vîteses trouvées autant en petit que celles-là, on en conclurra les vîteses en grand.

M. Pitot a trouvé une Méthode exempte de tous ces inconvénients, & si simple, qu'il a eu de la peine à s'en croire le premier Inventeur. Il n'y a pas plus de difficulté, comme il le dit, qu'à plonger un Baston dans l'eau, & à le retirer. La vîtesse quelconque d'une eau a été ou pourroit avoir été acquise par une chute d'une certaine hauteur, & il est démontré & connu de tout le monde qu'avec cette vîtesse acquise l'eau remontera à une hauteur égale à celle d'où elle étoit tombée. Il ne faut donc que présenter à une eau courante un Tuyau vertical, recourbé horizontalement, & même évasé en forme d'Entonnoir, afin qu'elle y entre plus facilement, elle y entrera, & s'élèvera dans le vertical à la même hauteur d'où elle auroit dû tomber pour acquérir la vîtesse qu'elle aura, & dans ce moment, & dans cet endroit-là. Or la hauteur d'une chute étant connue, on sçait ou par le calcul, ou par des Tables, quelle vîtesse y répond, c'est-à-dire, combien de poudes ou de pieds seront parcourus dans un temps donné.

Nous ne considérerons que le Tuyau recourbé, & nous ne parlerons point des accompagnements qui lui sont nécessaires pour en marquer les degrés, pour faire hausser & baisser les marques, &c. tout l'essentiel de la Machine est dans ce Tuyau. Il ne demande aucune observation du temps, comme les boules. On est sûr de l'avoir placé dans le fil le plus rapide de l'eau, quand on le voit dans l'endroit où elle monte le plus haut. Il n'importe plus que ce fil soit une ligne parfaitement droite. Si même, comme il arrive quelquefois, il vient un petit Tourbillon d'eau s'engouffrer dans l'Entonnoir selon la direction de ce vase, l'eau monte dans le Tuyau beaucoup plus qu'elle n'eût fait, redescend ensuite, & après quelques balancements se remet à la hauteur où naturellement elle devoit être. Si la vîtesse du même fil d'eau varie, on s'en apperçoit aussi-tôt. La vîtesse de la surface n'est pas plus aisée à prendre

prendre que celle de tout autre endroit, pourvû que le Tuyau soit assés long, & si un Tuyau de verre ne l'est pas assés pour aller jusqu'au fond d'une eau profonde, on l'allongera par un Tuyau de métal bien mastiqué avec le premier, qui fera la partie inférieure du Tuyau total.

Si l'on se servoit de Tuyaux capillaires, l'eau qui, comme on sçait, s'y élève par la seule raison qu'ils sont capillaires, s'y élèveroit trop, & donneroit une fausse hauteur. Il ne faut donc prendre, si l'on peut, que des Tuyaux qui ayent plus de 4 lignes de diamètre, car alors ils cessent d'estre capillaires, mais si on en employe d'un plus petit diamètre, il sera bien aisé de sçavoir par expérience jusqu'où une eau tranquille s'y élève, & l'on retranchera cette élévation de celle qu'une eau courante y prendra.

C'est un grand avantage à la Machine de M. Pitot de pouvoir également mesurer toutes les différentes vîtesses de l'eau depuis sa surface jusqu'à son fond, car de là dépend la vîtesse moyenne, qu'il seroit nécessaire de bien connoître pour régler juste de grands travaux qu'on auroit à faire sur le cours d'une Rivière. La seule Théorie laisseroit beaucoup d'incertitude sur ce sujet. Les eaux du fond doivent aller plus lentement, parce qu'elles ont des frottements à vaincre, d'un autre côté elles doivent aller plus vite, parce qu'elles sont poussées par tout le poids des eaux supérieures; lequel des deux arrivera, ou que résultera-t-il du combat des deux principes opposés? On ne peut pas le déterminer au vrai, & encore moins si l'on fait attention à toutes les variétés dont le fond d'une Rivière est susceptible. Mais les expériences faites par la Machine décident le tout en un moment; de la somme de toutes les vîtesses qu'elle a données, on en tirera aussi-tôt la vîtesse moyenne. Ce ne sera que pour la Rivière dont il s'agit, mais quelque chose de général seroit fort sujet à erreur.

M. Pitot a déjà joui de la facilité que lui donne sa Machine de mesurer la vîtesse de l'eau à différentes profondeurs, & il rapporte le détail & les résultats des épreuves qu'il en a faites ici tant au Pont-neuf qu'au Pont-Royal. Quand elles seront

en plus grand nombre, on verra, du moins pour la Seine qui coule à Paris, quels sont les rapports des hauteurs aux vîtesses, & en général M. Pitot paroît disposé à n'épargner ni le temps ni ses soins sur quantité de recherches importantes qui appartiennent aux Eaux, par ex. sur la proportion de leurs vîtesses à l'augmentation de leurs volumes par les accroissemens qu'elles reçoivent, sur celle de leurs volumes, & de leurs frottemens contre les bords, ou sur le fond, &c.

En attendant, M. Pitot fait voir que son idée peut être employée à mesurer le fillage d'un Vaisseau, puisque ce fillage dépend entièrement de la vitesse, & que la vitesse du Vaisseau est la même que celle d'une Eau courante sur laquelle il seroit immobile. Deux Tuyaux de métal, placés le plus près qu'il se pourra du centre de balancement du Vaisseau, en perceront le fond pour aller jusqu'à l'eau de la Mer, & il n'y aura rien à craindre de ces ouvertures si petites. Dans ces deux Tuyaux seront enchassés deux Tuyaux de verre à la hauteur nécessaire pour les observations. L'un sera droit, l'autre recourbé par embas. L'eau dans le premier montera jusqu'à son niveau, dans le second elle montera de plus à la hauteur que lui donnera la vitesse du Vaisseau, qui devient la sienne propre. La différence des deux élévations sera ce qui appartiendra à la vitesse du Vaisseau. L'ouverture du Tuyau recourbé sera toujours tournée dans la direction de la Quille à la Prouë, moyennant quoi on fera la même chose que si on se mettoit exactement dans le vrai fil d'une Eau courante.

On comprend assés que pour faire commodément les opérations de M. Pitot, il faut des Tables où l'on trouve les vîtesses en pieds & en pouces qui répondront aux élévations d'eau observées. Aussi en a-t-il construit. L'élévation causée par une eau courante ne passe guere 21 pouces auxquels répondent 10 pieds par Seconde, qui sont à peu-près la plus grande vitesse que puisse avoir une Rivière. Elle seroit donc 1050 Toises par heure, & il y a bien loin de là à la vitesse d'un Vaisseau qui dans le même temps seroit 4 Lieuës, c'est-à-dire, 8 fois plus de chemin.

SUR LE MOUVEMENT OU LA DEPENSE

DES EAUX.

C E qu'on appelle la *dépense* des Eaux, c'est la quantité d'eau qu'une source fournit, ou qui sort d'un canal ou d'une conduite en un temps quelconque donné, comme une Minute ; on suppose en ce 2^d cas que l'eau forte, non par un ajutage, qui est un canal rétréci, où l'égalité de l'écoulement ne se conserve pas, mais à *gucule-bée*, c'est-à-dire, par une ouverture égale à celle par où l'eau est entrée dans la conduite.

V. les M.
p. 113.

L'usage a établi que l'on divisât la quantité de l'eau en pouces cubiques, & voici comment M. Mariotte avoit déterminé ce pouce par des expériences. On présente à une eau qui coule horizontalement & d'une vitesse égale une plaque verticale fort mince, percée d'un trou circulaire, dont le diamètre a un pouce ; l'eau n'a qu'une ligne d'élévation au dessus du bord supérieur de ce Cercle, de sorte qu'elle est 7 lignes au dessus de son centre ; & M. Mariotte appelle 1 pouce la quantité d'eau qui sort en 1 Minute par cette ouverture de 1 pouce de diamètre. Il a trouvé que cette quantité étoit de 13 Pintes $\frac{3}{8}$ mesure de Paris, mais comme il a un peu varié sur ce sujet, M. Couplet croit qu'il est plus sûr de s'en tenir à 13 $\frac{1}{2}$ Pintes, conformément à d'anciennes expériences faites par d'autres Académiciens, M^{rs} Roëmer, Picard, & Couplet le Pere. N'y eût-il qu'une plus grande facilité de calcul, elle suffiroit pour déterminer un choix dans une si petite différence. On appellera donc source de 1 pouce celle qui dans les circonstances posées donneroit en 1' 13 Pintes $\frac{1}{2}$, ou, ce qui revient au même, on appellera 1 pouce cette quantité d'eau fournie en 1'. On sçait combien il y a de pouces cubiques d'eau dans une Pinte de Paris, & d'ailleurs le rapport de la Pinte au Muid étant connu, on sçaura combien il viendrait de Muids, ou de parties de Muid en 1 heure, combien en 1 jour, &c.

Sur ce principe, & par une simple regle de proportion, il sera très-aisé de voir de combien seroit plus forte ou plus abondante une source qui en 1' donneroit plus que 1 pouce d'eau, ou de combien au contraire elle seroit plus foible, si elle en donnoit moins. Celle, par ex. qui donneroit 1 pouce d'eau en 1" seroit 60 fois plus forte, ou donneroit 60 fois plus de pouces cubiques d'eau. Il ne faut donc que voir pendant quel temps se remplira d'eau de la source ou de la conduite proposée un vaisseau dont on connoitra exactement le nombre de pouces cubiques d'eau qu'il peut contenir, & qui sera une mesure générale, appelée pour cela *étalon*. Il seroit plus naturel & plus simple que l'étalon fût précisément de $13 \frac{1}{3}$ Pintes de Paris. M. Couplet emploie toujours pour la mesure du temps de l'écoulement le Pendule à demi-secondes. Si l'étalon se remplit en 120 demi-secondes, qui sont 1', la source est donc de 1 pouce; s'il se remplit en 1 demi-seconde, la source est de 120 pouces; c'est-à-dire, qu'elle donnera 120 pouces en 1'. M. Couplet a construit des Tables, où il marque la différente quantité de pouces d'eau, qui répondent de demi-seconde en demi-seconde aux différents temps, pendant lesquels un même étalon se remplit.

A cette occasion M. Couplet fait une remarque qui ne paroît pas devoir être oubliée. Le Pendule, qui bat les secondes à Paris, doit être accourci pour les battre encore dans des Climats plus proches de l'Equateur, & de-là il semble s'en-suivre qu'on ne pourra pas mesurer par tout avec le même Pendule le temps de l'écoulement de l'eau. Mais la nécessité d'accourcir le Pendule en approchant de l'Equateur, vient de ce que la pesanteur des corps y est moindre; or l'écoulement des eaux est un effet de leur pesanteur, & par conséquent la même cause étant également diminuée dans les deux effets, il n'y arrivera point de changement de l'un par rapport à l'autre.

Comme la mesure ou *jauge* des eaux se fait toujours extrêmement en petit avec un étalon, & que par conséquent la

moindre erreur, faite dans cette expérience fondamentale, devient considérable par être beaucoup répétée dans le calcul total, on ne peut apporter trop de soin à l'exactitude & à la précision de l'expérience; & pour cela il faut connoître la nature & la différente valeur des erreurs où l'on peut tomber.

Il est très-difficile, & presque impossible, de juger à plus d'une ligne ou une demi-ligne près, si l'étalon est plein, & cela tire à conséquence lorsqu'il est, comme à l'ordinaire, d'une figure cubique, car alors la surface supérieure de l'eau qu'il contient est une grande base qui multiplie la ligne ou la demi-ligne douteuse. On prévient cet inconvenient si en conservant la même capacité à l'étalon, on le rend de figure pyramidale si pointuë qu'une ligne de hauteur d'eau, de plus ou de moins à son extrémité supérieure, ne soit rien par rapport au volume total d'eau.

La chute d'une eau un peu rapide dans l'étalon, y causera des ondulations très-incommodes, que l'on pourroit empêcher par des diafragmes, qui les rompront, il faudra seulement avoir égard à la diminution que le volume de ces diafragmes apportera à celui de l'eau.

Outre les erreurs sur *le plein* de l'étalon, il peut y en avoir, & il y en a presque nécessairement sur le temps pendant lequel il se remplit, une demi-seconde de plus ou de moins est très-difficile à juger sûrement. Les erreurs de ces deux espèces ont de commun qu'elles tirent d'autant plus à conséquence que les sources sont plus fortes, ou, comme dit M. Couplet, ont plus de *valeur*, car il est évident que le calcul les repete dans une plus grande quantité d'eau. Mais les erreurs sur le temps ont cela de particulier que dans le même temps d'erreur il s'est écoulé une quantité d'eau plus ou moins grande selon la valeur de la source. Ainsi la valeur de la source entre deux fois dans l'expression de leur grandeur, ou, ce qui est le même, elles sont comme les quarrés des valeurs des sources, & elles en deviennent plus considérables.

Elles sont d'autant plus grandes en elles-mêmes, qu'une source est plus rapide, & puisqu'on diminuera sa rapidité en

la partageant en plusieurs rameaux, & cela selon la proportion exacte du nombre des rameaux, ce sera là un moyen de diminuer selon la même proportion les erreurs sur le temps. Si l'on s'est trompé d'une demi-seconde sur le temps de l'écoulement d'une source, & qu'on ne se trompe que de la même demi-seconde sur le temps de l'écoulement des deux rameaux égaux, dans lesquels on l'aura partagée; il est clair que comme chacun de ces rameaux aura employé à son écoulement un temps double de celui de la source, il ne se trouvera que la même erreur sur un temps double, & par conséquent elle sera 2 fois moindre. Elle le seroit 3 fois, si la source avoit été partagée en trois rameaux, &c. M. Couplet, après avoir démontré géométriquement cette Théorie, en fait voir la parfaite conformité avec ses Tables.

Il vient enfin au point le plus difficile de toute cette matière, à la diminution que causent dans la dépense des eaux les accidents Physiques, tels que les frottements de l'eau contre les parois intérieures des conduites, les sinuosités de ces conduites, l'air qui s'y trouve intercepté. On est peu instruit sur ces sujets, faute d'expériences assés en grand, les conduites courtes ne s'écartent pas beaucoup des Regles ordinaires, & de la Théorie, les longues s'en écartent quelquefois prodigieusement. Par bonheur M. Couplet a fait des expériences à Versailles, où tout est à souhait pour le grand, mais il s'en faut bien qu'il en ait fait encore assés pour en pouvoir tirer des conclusions un peu générales avec quelque sûreté. Nous ne serons que détacher de ses observations ou de ses réflexions celles qui paroissent les plus remarquables, & nous n'entrerons nullement dans la description exacte qu'il donne des lieux & des conduites, parce qu'elle n'est nécessaire que pour le détail.

La Regle que les vitesses de l'eau sont comme les racines quarrées des hauteurs d'où elle tombe, ou, ce qui est le même, des hauteurs de la colonne d'eau dont la charge fait couler l'eau inférieure, est extrêmement trompeuse dans les grandes conduites, telles que celles de Versailles, qui vont quelquefois à plus de 2000 toises. Si l'on jugeoit par cette Regle de la

quantité d'eau qui doit venir, il y a tel cas où l'on trouveroit 407 pouces, au lieu des $10\frac{1}{2}$ qui sont venus réellement à M. Couplet, lorsqu'il en a fait l'expérience. C'est une différence presque du total. Assés souvent la quantité d'eau est 20 ou 30 fois moindre que celle que la Regle promettoit.

Cette étrange diminution vient des frottements, du moins en grande partie. On voit, & on le devineroit sans expérience, que leur effet est d'autant plus grand, que les conduites sont plus longues, les diametres des tuyaux plus petits, les sinuosités ou *coudes* plus fréquents, les angles de ces coudes plus aigus, la vitesse de l'eau plus grande, mais on aura bien de la peine à sçavoir, seulement à peu-près, la valeur de chacun de ces principes de diminution, & quels seront les résultats de leurs combinaisons différentes.

M. Couplet a vû qu'en lâchant l'eau à l'embouchure d'une conduite, il se passoit près de 10 jours avant qu'il en parût une goutte à son bout de sortie. Cet accident, si bizarre en apparence, venoit, selon l'explication de M. Couplet, d'un air cantonné dans la partie supérieure de certains coudes de la conduite élevés sur l'horison. Une eau qui se présentoit pour passer, tendoit à forcer cet air dans son retranchement, & à le pousser en avant, mais une autre eau déjà passée avant que l'air se fût amassé dans le haut du coude le soutenoit, & si elle se trouvoit être à la même hauteur verticale que celle qui tendoit à pousser en avant, il se faisoit un équilibre & un repos que l'on voit bien qui pouvoit durer long-temps. On remedia à cet inconvénient en *adouciſſant* quelques coudes de la conduite, & en mettant aux angles les plus élevés des *Ventouses*, où l'air pouvoit se retirer sans nuire au cours de l'eau. Après cela l'eau venoit au bout de 12 heures, précédée de bouffées de vent, de flocons d'air & d'eau, de filets d'eau interrompus, & tout cela prenoit presque la moitié des 12 heures d'attente. Par-là on peut juger des effets de l'air dans les conduites, les cas extrêmes suffisent pour mettre sur la voye de tous les autres.

SUR L'ATTRACTION NEWTONIENNE.

V. les M.
p. 343.

L ne falloit pas moins que le grand génie & la grande autorité de M. Newton pour faire rentrer l'Attraction dans la Phisique, d'où Descartes & tous ses Sectateurs, ou plutôt tous les Philosophes l'avoient bannie d'un consentement unanime. Elle revient cependant, mais le plus souvent, un peu déguisée, ce n'est point, si l'on veut, l'Attraction proprement dite, ce n'est qu'un nom que l'on donne à une Cause inconnue dont les effets se font sentir par-tout, effets que l'on compare ensemble, & que l'on calcule pour connoître du moins la manière dont elle agit en attendant que sa nature même vienne à être développée. C'est sous cette idée, & avec ces sages ménagements que M. Newton, & ses Disciples la présentent.

L'excellent ouvrage de M. Newton dont elle est un des fondemens, a été écrit d'une manière si sçavante, si fine, si peu à la portée du commun des Géometres, qu'il lui a fallu des Commentateurs, & les plus habiles Géometres, non seulement Anglois, mais François, n'ont pas dédaigné de l'être. De grandes Théories de cet illustre Auteur sur les Forces centrales, sur les Résistances des Milieux, &c. ont été éclaircies, mais la Théorie de l'Attraction ne l'a pas encore été, du moins suffisamment, & c'est ce que M. de Maupertuis entreprend ici, invité sans doute par une occasion d'employer la plus subtile Géometrie.

Il faut concevoir l'Attraction comme une force naturelle à la matière, & par laquelle tous les Corps s'attirent mutuellement les uns les autres. Cette force est proportionnée à la masse, un grand Corps & un petit vont l'un vers l'autre, mais le petit plus puissamment attiré, fait plus de chemin vers le grand, que le grand vers le petit, & cela en raison renversée de leurs grandeurs. La distance est encore un élément essentiel de la quantité de l'Attraction, un Corps attire plus puissamment à une moindre distance, mais il n'est pas encore
tout-à-fait

tout-à-fait bien réglé selon quelle raison de la distance l'Attraction décroît, si c'est selon la distance simple, ou selon son quarré, ou son cube, &c. ou selon quelqu'une de ses racines, &c.

Ce qui rend cette détermination difficile, & peut-être impossible, c'est que les Expériences ou les Phénomènes n'offrent que des faits extrêmement compliqués. Les attractions mutuelles produisent déjà de la confusion, les directions par lesquelles doivent agir les forces attractives, aussi-bien que toutes les autres forces, varient selon les figures des Corps, selon leurs positions respectives, selon leurs mouvements particuliers, & elles se combinent ensemble de cent manières, qui peuvent nous échapper. Cependant il paroît en général, surtout par les phénomènes célestes, que l'Attraction suit la raison renversée des quarrés des distances, c'est-à-dire, l'Attraction *primitive*, telle qu'elle est naturellement dans tous les Corps, & dépouillée de toutes les circonstances accidentelles qui la peuvent modifier.

Comme M. Newton n'a donné sur cette matière que les propositions particulières dont il avoit besoin, M. de Maupertuis a voulu remonter à une Théorie générale, qui fût la source de tout. Pour simplifier la chose, il ne considère qu'un Corps infiniment petit, du moins phisiquement, par rapport à un autre Corps, qui par conséquent l'attirera sans en être attiré; le grand Corps est un Sphéroïde décrit par la révolution d'une Courbe quelconque autour d'un axe, & le Corpuscule est placé sur un point de cet axe prolongé à une distance quelconque du Sphéroïde. L'action de la Force attractive variera selon telle puissance qu'on voudra de la distance, c'est en quoi consiste principalement la généralité. M. de Maupertuis ne considère d'abord que l'Attraction de la seule surface du Sphéroïde.

Dans l'Infiniment petit, il n'y a qu'une Zone circulaire infiniment peu large de cette Surface qui agisse. Elle agit & selon sa grandeur, & selon sa distance au Corpuscule qu'elle attire. Elle est d'autant plus grande, quoique toujours de même

largeur, qu'elle est plus éloignée du sommet du Sphéroïde, ou, ce qui revient au même, qu'elle répond à une plus grande Ordonnée de la Courbe génératrice du Sphéroïde. De tous les points de cette Zone circulaire, il part des lignes d'attraction terminées au Corpuscule, & qui forment la surface d'un Cone ; ce sont là les distances de chaque point de la Zone au Corpuscule, & ce sont elles qui pourront être élevées à telle puissance qu'on voudra. Comme elles sont toutes égales, & qu'en les prenant toujours deux à deux diamétralement opposées, on voit qu'elles tirent en sens contraires, aucune ne peut avoir d'effet selon sa direction propre, mais elles ont toutes un effet commun selon l'axe de leur Cone, qui est aussi l'axe du Sphéroïde. A cause de leur égalité, il suffit d'en considérer une, qui ne fera donc avancer le Corpuscule que le long de l'axe, dont la portion parcourue aura nécessairement une certaine raison déterminée à la distance absolue du point attirant. Tout cela exprimé géométriquement, forme une Formule générale Différentielle, qu'il ne faudra plus qu'intégrer selon les suppositions particulières qu'on aura faites ou sur la Courbe génératrice du Sphéroïde, ou sur la raison de l'Attraction aux distances. Cette raison est toujours la primitive, & il est peut-être bon d'en avertir encore, parce que dans les cas particuliers elle se trouve souvent si changée, qu'elle en est presque méconnoissable.

Dès qu'on change la surface du Sphéroïde en surface Sphérique, il arrive, quoique la Sphere soit le plus simple des Sphéroïdes, que l'intégration devient si difficile que M. de Maupertuis a recours à d'autres Méthodes indépendantes de sa Solution générale. Par cette voye, & en supposant de plus que l'Attraction primitive agisse selon la raison renversée des quarrés des distances, il trouve que le Corpuscule placé sur l'axe prolongé de la surface Sphérique est attiré en raison directe du quarré du diamètre de la Sphere, & en raison renversée des quarrés des distances du Corpuscule au centre de la Sphere. Ici l'Attraction primitive que l'on a supposé, se conserve sans aucune altération, car il est bien visible que le

quarré du diametre de la Sphere représente la grandeur de la surface Sphérique, qui suit effectivement cette raison, & qui doit agir par sa grandeur, en même temps qu'elle agira selon les distances.

Si le Corpuscule est placé au centre d'une surface Sphérique, on ne sera pas étonné que l'Attraction soit nulle, on concevra aussi-tôt qu'elle l'est, parce que de tous côtés elle agit également en sens contraires. Mais elle est encore nulle en quelque endroit hors du centre que le Corpuscule soit placé au dedans de la Surface. Ce sera donc que la Surface étant coupée en deux parties inégales en grandeur, l'une plus proche, l'autre plus éloignée du Corpuscule, la plus petite aura, à cause de la proximité, une plus grande force attractive en même raison que la plus éloignée sera plus grande. Cela est vrai, mais il faut bien remarquer que c'est seulement dans l'hypothese de l'Attraction en raison renversée des quarrés des distances. Hors de-là cet équilibre de forces, quoique toujours dans une surface Sphérique, ne subsisteroit plus; il ne dépend pas seulement de cette figure, mais aussi de la qualité des forces. Il seroit donc possible, pourvû que la Nature eût pris cette hypothese, & que la Pesanteur ne soit que l'Attraction Newtonienne, qu'il y eût un Monde enfermé dans une grande Sphere creuse, destitué des phénomènes de la Pesanteur. Les Habitants iroient en tous sens avec une égale facilité, à cela près qu'ils s'attireroient encore les uns les autres.

Il est aisé de passer géométriquement de la surface Sphérique à la Sphere, & c'est en effet la Sphere qui dans le sujet présent nous intéresse plus que tout Corps d'une autre figure, tant parce qu'elle est celle de tous les Corps célestes, que parce que les Corps terrestres qui ne l'ont pas en sont si peu éloignés, quant au point dont il s'agit, qu'on peut la leur supposer sans erreur sensible.

Dans l'hypothese de l'Attraction primitive selon les quarrés, une Sphere solide agit sur le Corpuscule placé au dehors précisément comme faisoit la surface Sphérique, mais cette conformité cesse, si le Corpuscule est placé au dedans de la même

Sphere, le Corpuscule qui n'étoit nullement attiré par la surface, l'est par la Sphere en raison directe de sa distance simple au centre. Ici l'Attraction primitive est bien altérée, non seulement le Corpuscule est attiré selon la distance simple, mais encore selon la raison directe de cette distance, c'est-à-dire, d'autant plus attiré par la Sphere qu'il est éloigné de son centre, ce qui est tout le contraire de la première idée qu'on a établie.

Si l'on prenoit l'attraction de ce dernier cas pour la primitive, ou, ce qui est le même, si l'Attraction primitive suivoit la raison directe simple des distances, un Corpuscule placé soit au dehors, soit au dedans de la Sphere, & qui auroit reçu une impulsion en ligne droite que l'attraction perpétuelle de la Sphere modifieroit à chaque instant, feroit des révolutions autour du centre, & les feroit toujours en des temps égaux à quelque distance de ce centre qu'il fût placé, car quand il en seroit plus loin, & qu'il décriroit par conséquent un plus grand arc, il le décriroit avec une vitesse à proportion plus grande, & au contraire.

Quelque parfaite que puisse être pour le géométrique la Théorie de l'Attraction, il est aisé de s'apercevoir que l'application à la Nature en sera toujours difficile, & sur-tout le choix de la véritable Loi primitive de l'Attraction. Celle de la raison renversée des quarrés des distances réussit dans l'Astronomie Physique, & tout le monde sçait avec quelle adresse infinie & avec quel succès M. Newton l'a maniée. D'autres Sçavants Anglois ont crû avec beaucoup de raison qu'elle devoit s'étendre aussi aux phénomènes terrestres, principalement aux Chimiques, qui portent une idée d'attraction sans comparaison plus frappante que tous les phénomènes célestes. Avec quelle impétuosité certains Acides vont-ils pénétrer les Alkali qui leur sont propres ! quelle tempête dans le Vaisseau ! mais tout cela est trop violent pour le Système qu'il paroîtroit favoriser. Quoiqu'il soit bien sûr que l'Attraction est la plus forte qu'il soit possible dans le contact des deux Corps, elle l'est trop ici, par rapport à la petitesse des accroissemens qu'elle auroit pris hors de ce contact. Il faudroit, selon M. Newton

même, que l'Attraction primitive fût en raison renversée, non pas des quarrés des distances, mais de leurs cubes, ou même de leurs 4^{mes} puissances, ce qui lui donneroit des accroissemens plus grands & plus rapides. Ce sera l'affaire des Phisiciens de faire voir qu'une certaine Attraction primitive supposée satisfait à tous les Phénomènes, tant terrestres que célestes. Les Phisiciens n'ont pas à craindre de manquer d'occupation, les Géometres en manqueroient plutôt.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
Le Métrometre de M. d'Onzembray.

V. les M.
p. 182.

Les Observations de M. de la Condamine dans un Voyage
de Levant.

p. 295.

Une nouvelle Bouffole de M. Buache.

p. 377.

MACHINES OU INVENTIONS
APPROUVEES PAR L'ACADEMIE
EN M. DCCXXXII.

I.

UNE Pendule à Equation du S^r Mathias Krigsfeissein, Horloger Allemand, dont nous avons déjà parlé en 1726 *, à l'occasion d'une autre Horloge, inventée aussi par lui, & qui marquoit tout ce qu'on pouvoit demander à un Calendrier fort ample. Celle-ci n'est qu'une Pendule à Equation, mais d'une construction nouvelle & ingénieuse. Une grande partie de tout le fin du Mécanisme consiste dans les deux diametres d'une Ellipse, de l'un desquels doit couler sur l'autre une espece de Verrouil. Mais comme ils ne sont que peu inégaux, ce passage n'est pas difficile; & l'Equation se faisant par un simple avancement ou retardement de Rouës, qui vont toujours du même côté, le jeu des engrainages ne peut empêcher l'effet qu'on se propose.

* p. 69.

I I.

Une Machine à élever des eaux de M. Kernilien le Demour. Ce n'est presque pas une Machine, tant elle est simple. Il est certain que si l'on fait mouvoir dans une Eau avec un peu de force un Tuyau incliné, l'eau y montera jusqu'à une certaine hauteur, & en sortira par le bout d'enhaut, pourvu que le Tuyau ne soit pas trop long. Il faut de plus, que le bout inférieur soit taillé en bec-de-flûte, afin qu'il prenne mieux l'eau, & la ramasse plus aisément. Voilà tout le principe, il n'y a plus qu'à faire une petite Charpente qui tienne le tuyau fixement incliné, & telle que par son moyen on puisse le mouvoir commodément dans l'eau, ce qui est très-aisé à imaginer & à exécuter. La Machine ayant été mise en mouvement par un seul homme appliqué à une Manivelle, a fait 34 tours en autant de secondes, & a élevé environ 220 pintes d'eau à la hauteur de 6 pieds. Le tuyau étoit incliné de 50 degrés. Cette quantité d'eau est la même que donne le meilleur Chapelet à la hauteur de 8 pieds, en y appliquant 4 hommes. On voit par-là combien la nouvelle Machine épargneroit de peine & de dépense. La principale intention de l'Auteur a été qu'elle servît à arroser des terres à peu de frais quand on auroit des sources ou des rivières, à changer des terres labourables en prairies, à améliorer des fonds, ce qui n'est que trop négligé par ceux qui en sont les maîtres.

I I I.

Une Chaîse de Poste proposée par le S^r le Lièvre, qui se change en Phaëton quand on veut. On a trouvé qu'il seroit assés difficile d'y mettre des Glaces. Mais elle sera de quelque utilité à la Campagne, où l'on pourra à son gré prendre l'air, ou se renfermer dans sa voiture, sans multiplier les équipages.

I V.

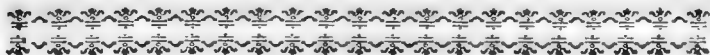
Un Clavecin du S^r Bellot, Facteur, dont le grand chevalet d'Unisson est construit de manière qu'à chaque couple de l'Unisson les deux Cordes se trouvent de même longueur, ce que l'on ne sçait pas avoir été pratiqué jusqu'ici, & ce qui,

toutes choses d'ailleurs égales, doit procurer à ces instruments une plus grande uniformité d'harmonie.

V.

Un Instrument à observer les hauteurs en Mer par M. de Quereineuf. Le fin de l'invention, qui a paru ingénieux, consiste en ce que les hauteurs, depuis l'Horison jusqu'au Zénit, que l'on a par les Tangentes de leurs Arcs, y sont partagées en deux moitiés; de sorte que l'on a d'un côté les Tangentes des Arcs moindres que 45 depuis l'Horison ou Zero jusqu'à 45, & de l'autre les Tangentes de tous les Arcs plus grands depuis 45 jusqu'à Zero, qui est alors le Zénit. Cela épargne la prodigieuse inégalité des divisions qu'il faudroit à l'Instrument, si les Tangentes étoient prises tout de suite depuis l'Horison jusqu'au Zénit, car on sçait que la dernière Tangente seroit infinie, ce qui suffit pour faire juger de la marche de cette progression. Dans l'Arbalestrille on est obligé à changer très-souvent de Marteaux, & le fréquent changement de situation des Marteaux doit empêcher que l'angle droit ne s'y conserve aussi-bien qu'il fera dans l'Instrument de M. de Quereineuf.





E' L O G E

D E M. C H I R A C.

PIERRE CHIRAC naquit en 1650 à Conques en Roüergue, de Jean Chirac, & de Marie Rivet, Bourgeois de cette petite Ville, & dont la Fortune étoit fort étroite. Quoique Fils unique, il n'eut point de meilleur parti à prendre, après ses études, que de se destiner à l'Eglise, qui lui parut une ressource presque absolument nécessaire. En étudiant la Théologie, il ne laissa pas de s'appliquer par curiosité à la Philosophie de Descartes, qui avoit déjà pénétré jusque dans le Roüergue. Quand il s'en fut rempli autant qu'il l'avoit pû sans aucun secours, il crut pouvoir sortir de Conques, & il alla à Montpellier, où cette même Philosophie, naissante aussi, commençoit à remuer les esprits. Il fut bientôt connu dans cette Ville, quoiqu'accoûtumée depuis long temps à la science & au mérite.

M. Chicoineau, Chancelier & Juge de l'Université de Montpellier, prit chés lui en 1678 M. Chirac, qu'il regardoit déjà comme grand Phisicien, pour lui confier la direction des études de deux de ses Fils, qu'il destinoit à la Médecine. Il fut si content du Maître qu'il leur avoit donné, qu'il voulut songer solidement à ce qui pouvoit lui convenir, & comme il lui trouvoit peu de véritable vocation pour l'Etat dont il portoit l'habit, & d'ailleurs beaucoup d'acquis dans la Phisique, il le détermina à en profiter pour embrasser la profession de Médecin.

M. Chirac devenu membre de la Faculté de Montpellier en 1682, y enseigna, 5 ans après, les différentes parties de la Médecine. On sentit bientôt le prix des Leçons qu'il dictoit à ses Auditeurs. Elles n'avoient pas le sort ordinaire de périr entre les mains de ceux qui s'étoient donné la peine de les écrire,

écrire, on se les transmettoit des uns aux autres, & c'étoit une faveur, & encore aujourd'hui elles sont un trésor que l'on conserve avec soin. On recueilloit avec le même empressement les discours qui en étoient l'explication, toujours plus étendus & encore plus approfondis que les Leçons, on rassembloit, on réunissoit ce que différentes personnes en avoient retenu, & on travailloit à en faire un Corps, tant on étoit animé par l'espérance d'une grande instruction.

Outre les leçons publiques, M. Chirac faisoit chés lui des Cours particuliers, plus instructifs encore pour ses Disciples, & même pour lui, à cause de la liberté de la conversation. Les Etrangers y couroient en foule, & Montpellier se remplissoit d'Habitants qu'il lui devoit.

Quand il fut assés plein de Théorie, il se mit dans la Pratique. M. Barbeyrac y tenoit alors le premier rang à Montpellier, & son nom vivra long-temps. M. Chirac le prit pour guide & pour modelle, avec les restrictions néanmoins qu'un grand homme met toujours à l'imitation d'un autre, sans renoncer aux connoissances particulières qu'il pouvoit avoir acquises, ni à des vûes dont la nouveauté eût peut-être empêché M. Barbeyrac lui-même d'oser les approuver.

En 1692, M. le Maréchal de Noailles lui donna, de l'avis de M. Barbeyrac, la place de Médecin de l'Armée de Roussillon. Il fut en 1693 au Siège de Roses, après lequel une Dissenterie Epidémique se mit dans l'Armée. Le Ministre de la Guerre lui envoya de Paris de l'Ipecacuana, qui y étoit encore nouveau, & connu seulement sous le nom de *Remede du Medecin Hollandois*. Il en donna avec opiniâtreté, & de toutes les façons, sans en pouvoir tirer aucun bon effet. A la fin, réduit à trouver sa ressource en lui-même, il donna du Lait coupé avec la lessive de Sarments de Vigne, & il eut le plaisir de voir presque tous ses Malades guéris.

Quelques années après il y eut à Rochefort une autre maladie épidémique, qu'on appelle de *Siam*, beaucoup plus cruelle que la Dissenterie, nouvelle dans nos Climats, & effrayante par le seul spectacle. M. Begon, Intendant de cette

Ville, demanda au Roy M. Chirac, déjà très-célebre, singulièrement pour les cas extraordinaires. Il eut recours à l'ouverture des Cadavres, plus nécessaire que jamais dans un mal inconnu. Il en ouvrit peut-être 500, travail énorme, & qui demandoit une violente passion de s'instruire. Il vit le mal dans ses sources, & s'en assûra si bien, que comme il crut qu'il en pourroit être attaqué lui-même, il composa un grand Mémoire de la manière dont il vouloit être traité en ce cas-là, & de tout ce qu'il y avoit à faire selon les différens accidents dont la maladie étoit susceptible, car il prévoyoit tout, il détaillait tout. Il chargeoit de l'exécution un Chirurgien seul, en qui il avoit pris confiance, & prioit instamment M. Begon de ne pas permettre qu'aucun autre s'en mêlât. Pour l'honneur de M. Chirac, il fut attaqué de la Maladie, traité selon ses ordres, & guéri. Il lui en resta seulement la suite ordinaire, une Jaunisse, & sa convalescence fut très-longue.

Ce fut pendant ce séjour de Rochefort, où il traita beaucoup de petites Véroles, qu'il découvrit que dans ceux qui en étoient morts il y avoit inflammation de Cerveau. Il eût donc fallu les saigner pour la prévenir, & même saigner du pied pour faire une diversion, ou *révulsion* du sang en embas. Mais saigner dans la petite Verole ! saigner du pied, sur-tout des Hommes ! quelle étrange pratique ! n'en meurt-on pas toujours ? Et en effet la saignée du pied dans les Hommes étoit presque toujours suivie de la mort, parce qu'on n'y avoit recours que trop tard, & dans les cas désespérés. Un violent préjugé sur ce sujet bien établi, bien enraciné chés le peuple, ne l'étoit pas moins chés les Médecins, qui de plus ne se vouloient pas laisser renvoyer à l'Ecole. Ils ne l'accusoient que d'ignorance, ou de témérité, tandis que le peuple l'accusoit d'un dessein formé contre les jours du Genre humain. Il soutint courageusement sa Pratique, malgré les clameurs qui s'élevoient de toutes parts ; ses Malades guérissoient, les autres mouraient, du moins en beaucoup plus grand nombre, & il n'étoit encore guere justifié.

C'est lui qui a réglé aussi, mais avec moins de contradiction,

la manière généralement reçue dont on conduit aujourd'hui le Remede d'une autre Maladie du même nom. Les grands Medecins sont ceux dont la pratique fondée sur les principes d'expérience établis, est la plus sûre, & la plus heureuse, mais ceux qui établissent solidement de nouveaux principes, sont d'un ordre plus élevé. Les uns portent l'Art, tel qu'ils le trouvent, jusqu'où il peut aller, les autres le portent plus loin qu'il n'alloit. Aussi M. Silva, si bon juge en ces matières, & si intéressé à ne pas souffrir des Usurpateurs dans les premiers rangs, a dit qu'il appartenait à M. Chirac d'être *Législateur en Médecine.*

Après s'être entièrement remis des fatigues & de sa maladie de Rochefort, il avoit repris à Montpellier ses anciennes fonctions de Professeur & de Médecin. Là il eut deux contestations à essuyer, & même plus que des contestations, car elles devinrent des procès en Justice. Il s'agissoit de la découverte de l'Acide du Sang avec M. Vieussens, célèbre Docteur de la même Faculté, & de la structure des Cheveux avec M. Sorazzi, Medecin Italien. Ni l'un ni l'autre sujet n'étoient dignes de la chaleur qui s'y mit. On est assez persuadé de son propre mérite, cependant il ne nous rassure pas assez pour nous procurer quelque tranquillité, quand on nous attaque. Le nom de M. Chirac ne laissoit pas de croître de jour en jour, les Provinces voisines profitoient souvent de la proximité; on l'appelloit pour les Malades de distinction, & sa réputation contribuoit beaucoup à affermir celle de la fameuse École de Montpellier.

En 1706 feu M. le Duc d'Orleans partit pour aller commander l'Armée de France en Italie. Il laissoit son premier Medecin à Paris, & comme il lui en falloit un auprès de sa personne, M. le Comte de Nocé, qui avoit fort connu M. Chirac à Montpellier, le proposa par zele pour un Prince à qui il étoit infiniment attaché. La voix publique parloit comme lui, le choix fut fait, & eut les suites les plus heureuses. M. le Duc d'Orléans au Siège de Turin fut très-dangereusement blessé au Poignet, & se trouvoit sur le point d'en perdre

le Bras, lorsque M. Chirac imagina de lui mettre ce Bras dans des Eaux de Balaruc, qu'on fit venir. Ce remede si simple, & auquel il eût été si naturel de ne pas penser, produisit une parfaite & prompte guérison, presque miraculeuse. Il en a fait l'histoire dans une grande Dissertation en forme de Thèse *sur les Playes*, ouvrage qui par la solidité & l'abondance de l'instruction, se fait pardonner sans peine une grande négligence de stile.

L'année suivante ce Prince mena encore avec lui en Espagne M. Chirac, que la grande réputation qu'il y acquit obligea d'y demeurer quelque temps après la campagne finie.

Au retour d'Italie & d'Espagne il vint à Paris, & il en goûtoit fort le séjour. M. le Duc d'Orléans qui avoit M. Homberg pour premier Médecin, & ne croyoit pas que toute autre place fût digne de M. Chirac, voulut le renvoyer à Montpellier avec toutes les récompenses dûes à ses services; il craignoit d'ailleurs qu'un homme de ce mérite ne fût pas vû de trop bon œil à Paris, & peut-être à la Cour, qui n'avoit pas été consultée sur ce choix. Mais M. Chirac avoit trop bien senti les avantages de Paris, il obtint sans peine d'y demeurer, & il acheta le droit d'y exercer la Médecine par une des Charges de la Maison du Prince.

Il lui manquoit assés de choses, presque nécessaires en ce pays-ci. Il parloit peu, sèchement, & sans agrément. Il ne faisoit guere aux Malades ces explications circonstanciées & détaillées de leurs maux, qu'ils ne sont pas ordinairement capables d'entendre, & qu'ils écoutent pourtant avec une espece de plaisir. Il leur présentoit dans les occasions l'idée desobligeante, quoique vraie, qu'il y avoit de la fantaisie & de la vision dans leurs infirmités, il leur nioit sans détour jusqu'à leur sentiment même, & combien les Femmes principalement en devoient-elles être choquées? Il se prêtoit peu aux objections souvent puériles des Malades, ou de leurs familles, & on n'arrachoit jamais de lui aucune complaisance, aucune modification à ses décisions laconiques; heureux les Malades, quand il avoit pris le bon chemin! Il n'étoit guere

consolant, & n'avoit presque qu'un même ton pour annoncer les événements les plus opposés. De plus il apportoit des pratiques nouvelles, & certainement il devoit avoir quelques mauvais succès, qui plus certainement encore seroient bien mis en évidence, & bien relevés.

Malgré tout cela, à peine fut-il fixé à Paris qu'il y eut une vogue étonnante. Sa Ruë étoit incommodée de la quantité de Carrosses qu'on lui envoyoit de tous côtés. On peut croire que la nouveauté y avoit quelque part, puisque Paris étoit le lieu de la Scene, mais il falloit au fond que de grandes & de rares qualités eussent surmonté à ce point-là tout ce qui lui étoit contraire. En effet il avoit ce qu'on appelle *le coup d'œil*, d'une justesse & d'une promptitude singulière, & peut-être unique. C'étoit une espece d'inspiration, dont la clarté & la force prouvoient la vérité, du moins pour lui. Par-là le plus difficile étant fait, il formoit en lui-même le Plan de la Cure, & le suivoit avec une constance inébranlable, parce qu'il n'auroit pû s'en départir sans agir contre des lumières qui le frappaient si vivement. Ceux qui n'en ont que de moindres ou de moins vives, peuvent n'être pas si constants, & même ne le doivent pas. Les Malades prenoient d'autant plus de confiance en lui, qu'ils se sentoient conduits par une main plus ferme, son inflexibilité leur assûroit combien il comptoit d'avoir pris le bon parti, & ils s'encourageoient par ses rigueurs. Ils voyoient encore que si les occasions le demandoient, il hazardoit volontiers pour eux sa propre réputation. Lorsqu'il jugeoit nécessaire un de ces coups hardis qui lui étoient particuliers, & que le Malade étoit important, il sçavoit qu'il se rendoit responsable de l'événement, & que s'il étoit fâcheux, les cris d'une famille puissante soulevoient aussi-tôt le Public contre lui, cependant il ne mollissoit point, il ne préféroit point la route ordinaire plus périlleuse pour le Malade, mais moins pour le Médecin, & il vouloit, à quelque prix que ce fût, avoir tout fait pour le mieux.

A la mort de M. Homberg, qui arriva en 1715, M. le Duc d'Orléans, déjà Régent du Royaume, le fit son premier

Médecin, choix presque nécessaire, qui lui donnoit un nouvel éclat, & eût augmenté, s'il eût été possible, sa grande pratique de Paris. L'année suivante il entra dans l'Académie en qualité d'Associé libre, & sans ses occupations continuelles & indispensables, on lui reprocheroit d'avoir trop joui des privilèges de ce titre.

En 1718 il succéda à M. Fagon dans la Surintendance du Jardin du Roy. Il étoit à la source des grâces, puisque le Prince Régent en étoit le maître, & qu'il aimoit tant à en faire.

En 1720 Marseille fut attaquée d'une maladie d'abord inconnue, mais qui dès sa naissance faisoit de grands ravages. M. Chirac offrit au Régent d'y aller, afin que la Ville, qui se verroit secourue par le Gouvernement, en prît plus de courage pour se secourir elle-même. Son offre ne fut pas acceptée, il proposa en sa place M^{rs} Chicoineau & Verny, célèbres Médecins de Montpellier, dont il garantit le sçavoir, le zèle & l'intrépidité, & les ordres pour leur voyage furent donnés par S. A. R. M. Chicoineau étoit le même dont il avoit été Précepteur, & de plus c'étoit son Gendre, car la Fille unique du Précepteur étoit devenue un assez bon parti pour épouser le Disciple. Il étoit juste que la maison par où il avoit commencé sa fortune, & qui lui en avoit ouvert la route, en profitât.

M^{rs} Chicoineau & Verny arrivés à Marseille trouverent la Peste, accompagnée de toute la desolation, de toute la consternation, de toutes les horreurs qu'elle a jamais trainées après elle. La Ville n'étoit presque plus habitée que par des Cadavres, qui jonchoient les Rues, ou par des Mourants abandonnés qui n'avoient pas eu la force de fuir. Nulles provisions, nuls vivres, nul argent. M. Chirac fut, pour ainsi dire, le Médecin general de Marseille par le soin assidu dont il veilloit à tous ses besoins auprès du Régent, par les secours de toute espece qu'il obtenoit pour elle, par toutes les lumieres dont il fortifioit celles des habiles gens qu'il y avoit fait envoyer. Il procura encore à cette malheureuse Ville quatre Médecins de Montpellier, & ses amis, qu'il crut

dignes d'une Commission si honorable, & si peu recherchée. M. Boyer, de qui je tiens cette Relation, & qui aujourd'hui pratique avec succès à Paris, fut l'un d'entre eux. Ils rassurèrent d'abord le peuple par l'extrême hardiesse dont ils abordèrent les Malades, & par l'impunité de cette hardiesse, toujours heureuse. Peut-être, & cela ne diminueroit guere la gloire de l'Héroïsme, étoient-ils dans le sentiment de M. Chirac, que la Peste ne se communique pas par contagion. Quoi qu'il en soit de cette opinion si paradoxale, il seroit difficile qu'elle fût plus dangereuse & plus funeste aux Peuples que l'opinion commune.

M. Chirac avoit conçu depuis long temps une idée, qui eût pû contribuer beaucoup à l'avancement de la Médecine. Chaque Médecin particulier a son sçavoir qui n'est que pour lui, il s'est fait par ses Observations & par ses Réflexions certains principes, qui n'éclairent que lui; un autre, & c'est ce qui n'arrive que trop, s'en sera fait de tout differents, qui le jetteront dans une conduite opposée. Non seulement les Médecins particuliers, mais les Facultés de Médecine semblent se faire un honneur & un plaisir de ne s'accorder pas. De plus les Observations d'un Pays sont ordinairement perduës pour un autre. On ne profite point à Paris de ce qui a été remarqué à Montpellier. Chacun est comme renfermé chés soi, & ne songe point à former de société. L'Histoire d'une Maladie qui aura regné dans un lieu, ne sortira point de ce lieu là, ou plutôt on ne l'y fera pas. M. Chirac vouloit établir plus de communication de lumières, plus d'uniformité dans les Pratiques. Vingt-quatre Médecins des plus employés de la Faculté de Paris auroient composé une Académie, qui eût été en correspondance avec les Médecins de tous les Hôpitaux du Royaume, & même des Pays étrangers, qui l'eussent bien voulu. Dans un temps où les Pleuresies, par ex. auroient été plus communes, l'Académie auroit demandé à ses Correspondants de les examiner plus particulièrement dans toutes leurs circonstances, aussi-bien que les effets pareillement détaillés des Remedes. On auroit fait de toutes ces Relations un

Résultat bien précis, des especes d'Aphorismes, que l'on auroit gardés cependant jusqu'à ce que les Pleuresies fussent revenueës, pour voir quels changements ou quelles modifications il faudroit apporter au premier Résultat. Au bout d'un temps on auroit eu une excellente Histoire de la Pleuresie, & des Regles pour la traiter, aussi sûres qu'il soit possible. Cet exemple fait voir d'un seul coup d'œil quel étoit le Projet, tout ce qu'il embrassoit, & quel en devoit être le fruit. M. le Duc d'Orleans l'avoit approuvé & y avoit fait entrer le Roy, mais il mourut lorsque tout étoit disposé pour l'exécution.

Par cette mort, que le plus grand nombre sentit douloureusement, M. Chirac perdoit non seulement un Prince de la Famille Royale, mais encore un Premier Ministre. Privé de ce Maître & de ce Protecteur, mais toujourns attaché à son auguste Maison, il quitta la Cour, & recommença à se livrer absolument à la Ville, qui regarda comme un bien pour elle le malheur d'un si grand Médecin. On lui donnoit la première place dans sa Profession, & les plus illustres de ses Confreres y consentoient, sans prétendre même diminuer sa supériorité par l'avantage qu'il avoit des années & de l'expérience. Il dominoit dans les Consultations comme auroit fait Hippocrate, on l'auroit presque dispensé de raisonner, & son autorité seule eût suffi.

Il obtint du Roy en 1728 des Lettres de Noblesse, & enfin en 1730 le plus grand honneur où il pût arriver, la place de premier Médecin vacante par la mort de M. Dodart. Tous les François zélés pour les jours de leur Maître, l'avoient nommé d'une commune voix, & pour cette fois seulement les intrigues de la Cour n'eurent rien à faire.

Il attira aussi-tôt à la Cour M. Chicoineau son gendre, qui indépendamment de ce titre avoit pour lui l'histoire de la Peste de Marseille, une grande capacité en Médecine, employée principalement au service des Malades indigents. Le Roy le mit auprès des Enfants de France.

La nouvelle autorité de M. Chirac lui réveilla les idées de son Académie de Médecine. Les fonds nécessaires, article
le

le plus difficile, étoient réglés & assurés, mais quand le dessein fut communiqué à la Faculté de Paris, il se trouva beaucoup d'opposition. Elle ne goûtoit point que vingt-quatre de ses Membres composassent une petite Troupe choisie, qui auroit été trop fière de cette distinction, & se seroit cruë en droit de dédaigner le reste du Corps. Les plus employés devoient la former, & les plus employés pouvoient-ils se charger d'occupations nouvelles ? n'étoit-on pas déjà assez instruit par les voyes ordinaires ? Enfin comme il est aisé de contredire, on contredisoit, & avec force, & le premier Médecin trop engagé d'honneur pour reculer, persuadé d'ailleurs de l'utilité de son Projet, tomboit dans l'incertitude de la conduite qu'il devoit tenir à l'égard d'un Corps respectable. La douceur & la vigueur sont également dangereuses, & il se déterminoit pour les partis de vigueur, lorsqu'il fut attaqué de la maladie dont il mourut le 1 Mars 1732, âgé de 82 ans. Il avoit annoncé lui-même, pour pousser jusqu'au bout la science du Pronostic, qu'il n'en pouvoit échapper.

Il a laissé une fortune considérable, bien due à un travail aussi long, aussi assidu, aussi pénible, aussi utile à la Société. Il lègue par son Testament à l'Université de Montpellier la somme de trente mille livres, qui seront employées à fonder deux Chaires pour deux Professeurs, dont l'un fera des leçons d'Anatomie comparée, l'autre expliquera le Traité de Borelli *De Motu Animalium*, & les matières qui y ont rapport.

On peut juger par-là combien il estimoit l'Anatomie, & puisqu'il l'estimoit tant, on peut juger qu'il la possédoit à fond. Il alloit encore plus loin, jusqu'à la Chirurgie, & à tous les détails de cet Art, dont assez communément les Médecins ne s'inquiètent pas. Convaincu qu'ils ne devoient pas regarder les opérations manuelles comme indignes d'eux, & que toute leur gloire est de guérir, il avoit obtenu en 1726 l'établissement de six places de Médecins-Chirurgiens entretenus par le Roy, qui seroient reçûs gratuitement dans la Faculté de Montpellier, à condition qu'ils exerceroient eux-mêmes la Chirurgie dans l'Hopital de cette Ville, mais ce dessein, qui

à peine commençoit à s'exécuter, fut arrêté par des accidents étrangers, & le préjugé contraire à la réunion des deux professions, qui peut-être eût été ébranlé par cet exemple, demeura dans toute sa force. Du moins M. Chirac l'attaqua toujours par sa conduite autant qu'il le pouvoit, il ne manquoit pas d'opérer de sa main, lorsqu'il trouvoit des Malades sans secours, ou avec de mauvais secours. Aussi les plus habiles Chirurgiens de Paris l'appelloient dans toutes les grandes occasions, ravis d'avoir un témoin & un juge si éclairé, qui se faisoit un honneur d'être alors l'un d'entre eux. C'est à lui que l'on doit M. de la Peyronnie, qui étoit à la veille de prendre ses degrés de Docteur en Médecine à Montpellier, quand M. Chirac le détermina à prendre le parti de la Chirurgie, qu'il aimoit trop pour ne lui pas procurer un si grand Sujet. Il accompagna même ses conseils d'une prédiction de ce qui arriveroit à son Ami, & il a eu le plaisir de la voir accomplie.





E' L O G E

DE M. LE CHEVALIER DE LOUVILLE.

JACQUES EUGENE D'ALLONVILLE, Chevalier de Louville, naquit le 14 Juillet 1671 de Jacques d'Allonville, Chevalier Seigneur de Louville, & de Catherine de Moyencourt. Il y avoit au moins 300 ans que ses Ancêtres possédoient la Terre & Seigneurie de Louville dans le Pays Chartrain.

Il étoit cadet; il fut destiné à l'Eglise, & on lui en donna l'habit, qui assés souvent accoûtume les Enfans à croire qu'ils y sont appellés. Pour lui, il ne se le laissa pas persuader si aisément; & quand il fut question de le tonsurer à 7 ans, il attendit le jour de la cérémonie pour déclarer en quatre paroles, avec une fermeté froide, inébranlable, & fort au-dessus de son âge, qu'il ne vouloit point être Ecclésiastique. Il fit ses Etudes d'une manière assés commune, & il ne se distingua que par un caractère plus sérieux, & plus sensé que celui de ses pareils, & par son dédain pour leurs divertissemens. Le hasard lui fit tomber entre les mains ce qu'il lui falloit, & qu'il eût cherché s'il en eût eu quelque idée, les Elements d'Euclide par Henryon. Il n'avoit que 12 ans, & les lisant seul il les entendit d'un bout à l'autre sans difficulté. C'est de lui que l'on tient ce fait, mais ceux qui l'ont connu n'ont pas hésité à l'en croire sur sa parole.

Sa naissance ne lui laissoit plus d'autre parti à prendre que celui de la Guerre, qui d'ailleurs s'accordoit assés avec son goût pour les Mathématiques. Il entra d'abord dans la Marine, & se trouva à la Bataille de la Hougue en 1690. De-là il passa au Service de Terre, & fut Capitaine dans le Regiment du Roi. A la fin de 1700 M. le Marquis de Louville son frere aîné, Gentilhomme de la Manche du Duc d'Anjou, suivit en Espagne ce Prince devenu Roi de cette grande Monarchie, & bientôt après

il fit venir le Chevalier dans une Cour où toutes sortes d'agréments l'attendoient. Il les y trouva en effet, il fut Brigadier des Armées du Roi d'Espagne, il eut un Brevet d'une Pension assés considérable sur l'Assiente, mais qui lui demeura inutile. Au bout de 4 ans il fut obligé par de malheureux événements, qui ne sont que trop connus, à repasser en France, où il reprit le Service. Il fut pris à la Bataille d'Oudenarde, absolument dépouillé de tout, & envoyé prisonnier en Hollande, d'où il ne sortit qu'au bout de 2 ans qu'il fut échangé. Quand la Paix se fit, il avoit un Brevet de Colonel à la suite des Dragons de la Reine avec une Pension de 4000 livres accordée par le feu Roi.

Le peu de temps qu'une vie agitée & tumultueuse lui avoit permis jusque-là de donner aux Mathématiques, n'avoit fait qu'irriter sa passion pour elles, mais on entroit alors dans une Paix qui ne pouvoit être que longue, & qui lui assuroit en même-temps & beaucoup de loisir, & une fortune honnête. Naturellement il devoit se contenter de cette situation, du moins jusqu'à une nouvelle Guerre, cependant il voulut absolument rompre avec tout ce qui n'appartenoit pas à son goût dominant, & malgré les remontrances de sa famille & de ses amis, malgré une brèche considérable qu'il faisoit à son revenu, il alla avec cette fermeté invincible dont il avoit déjà donné un essai en refusant la Tonsure, remettre entre les mains du Ministre de la Guerre son Brevet de Colonel & les Appointements.

Maître enfin de lui-même, il se dévoua aux Mathématiques, & principalement à l'Astronomie. Il alla à Marseille en 1713 ou 14 dans le seul dessein d'y prendre exactement la hauteur du Pole, qui lui étoit nécessaire pour lier avec plus de sûreté ses Observations à celles de Pytheas anciennes d'environ 2000 ans. En 1715 il fit le voyage de Londres exprès pour y voir l'Eclipse totale de Soleil, & il n'eut point de regret à un Contrat de 8000 livres sur la Ville, que cette curiosité lui coûta, & qui n'étoit pas un fort petit objet dans sa fortune.

Il n'y a guère dans Paris d'autre habitation que l'Observatoire, qui puisse parfaitement convenir à un Astronome. Il lui faut un grand Horison, des lieux d'une disposition particu-

liere , & qu'il ne soit pas obligé de quitter selon les intérêts ou le caprice d'autrui. M. le Chevalier de Louville , très-porté d'ailleurs à la retraite par son caractère , fixa son séjour dans une petite Maison de campagne , qu'il acheta en 1717 à un quart de lieuë d'Orleans , ce lieu s'appelle Carré. La Nature lui offroit là tout ce qu'il pouvoit désirer de commodités Astronomiques , & il sçut bien s'y procurer celles qui dépendoient de lui. Il étoit de l'Académie dès 1714 , & cette demeure éloignée ne s'accordoit pas tout-à-fait avec nos Regles , mais les Astronomes sont rares , il promit d'apporter tous les ans à Paris les fruits de sa retraite , & s'en acquitta régulièrement.

On aura peut-être peine à croire combien dans ce siècle-ci , en France , à 30 lieuës de Paris , un Astronome , avec tout son équipage & ses pratiques ordinaires , fut un spectacle étonnant aux yeux de tout le Canton de Carré. Nous ne rapporterions pas ces bagatelles , si elles n'étoient de quelque utilité pour l'Histoire des connoissances du Genre humain , & si elles ne faisoient voir avec quelle extrême lenteur les Nations en corps cheminent vers les vérités les plus simples. Les Eclipses de Soleil & les Cometes , qui effrayoient le peuple de Paris , il n'y a pas 100 ans , lui sont devenuës indifférentes , mais encore aujourd'hui les Payfans d'auprès d'Orleans ne peuvent pas prendre une autre idée d'un homme qu'ils voyent observer le Ciel ; sinon que c'est un Magicien. Quand leurs Vignes ont manqué , ils l'en accusent. Un Mât de 30 ou 35 pieds qu'il a planté dans son Jardin pour y attacher une Lunette de 30 pieds , est destiné à lui faire voir les Étoiles de plus près , & plusieurs l'ont vu se faire *hiffer* au haut de ce Mât , & y rester long-temps. Les honnêtes gens du Pays , trop éclairés pour donner dans la Magie , viennent de toutes parts lui demander quel temps il fera , ou si la récolte sera abondante. Il est vrai que Paris même n'est pas encore bien parfaitement desabusé de faire le même honneur à M^{rs} de l'Observatoire.

M. le Chevalier de Louville eût été accablé par le nombre excessif de visites qu'une folle curiosité lui amenoit , comme s'il eût été un Brachmane , ou un Gimnosophe , mais il y

mit ordre le mieux qu'il put par la manière dont il sçavoit les recevoir. Il avoit établi qu'on pouvoit venir dîner avec lui, mais à condition d'y dîner seulement. Quand on arrivoit avant l'heure, on prenoit un Livre dans la Bibliotheque pour s'amuser, ou bien on alloit se promener dans un Jardin assés agréable, & bien tenu, on étoit le maître; mais lui, il ne sortoit de son Cabinet que pour se mettre à Table, & le repas fini il rentroit dans ce Cabinet, laissant à ses Hôtes la même liberté qu'auparavant. On voit assés combien il gagnoit de temps par un retranchement si rigoureux & si hardi de toutes les inutilités ordinaires de la Société.

Il faisoit de ses propres mains dans ses Instruments Astronomiques tout ce qu'il y avoit de plus fin & de plus difficile, tout ce que les plus habiles Ouvriers n'osent faire dans la dernière perfection, parce qu'il leur en coûteroit un temps & des peines dont on ne pourroit pas se résoudre à leur tenir assés de compte. Pour lui, il ne les épargnoit point, fort satisfait d'en être payé par lui-même, si ses Observations en étoient plus justes. Nous avons donné en 1724 * un exemple assés remarquable de toutes les attentions scrupuleuses & presque vetilleuses qu'il avoit apportées à la détermination de la grandeur des Diametres du Soleil, point fondamental pour la Théorie de cet Astre, dont il donna de nouvelles Tables imprimées dans le Volume de 1720. Nous y avons expliqué * les principes de leur construction, qui demandoit également & une fine recherche de spéculation, & une grande exactitude de pratique. Les Calculs Astronomiques, qui ne roulent que sur des *à peu-près*, quoi-qu'extrêmement approchans, il les vouloit amener à être des Calculs Algébriques, exempts de tout tâtonnement. L'Astronomie acquéroit par-là une certaine noblesse, & devenoit plus véritablement Science. Ce que nous avons dit en 1724 * sur sa nouvelle Méthode de calculer les Eclipses explique suffisamment ses pensées sur ce sujet.

Il en avoit une plus singulière & plus sujette à contestation sur l'obliquité de l'Ecliptique par rapport à l'Equateur. Tous les Astronomes la posent constante, & il la croyoit décrois-

* p. 82.
& suiv.

* p. 80.
& suiv.

* p. 74.
& suiv.

fante, mais seulement de 1 Minute en 100 ans, de sorte que dans un temps très-long, qui se détermine aisément, l'Ecliptique viendrait à se mettre dans le plan de l'Equateur, & les deux Poles verroient ensemble le Soleil pendant quelques années. M. de Louville se donna la peine de ramasser de tous côtés, & depuis l'antiquité la plus reculée jusqu'à nous tout ce qui pouvoit appartenir à ce sujet directement ou indirectement, & à quelque exception près, tout aboutissoit à rendre l'obliquité de l'Eplitique décroissante, souvent assés juste selon la proportion posée. Il crut même pouvoir prouver dans certaines circonstances heureuses que ce décroissement, * qui ne peut être que d'une extrême lenteur, avoit été 5 ans précifément des 3 Secondes qu'il falloit. Il n'ignoroit pas que cette grandeur est en Astronomie un Infiniment petit, mais le soin singulier qu'il mettoit à ses Observations pouvoit justifier une confiance qu'il ne se fût pas permise autrement.

* V. l'Hist.
de 1714.
p. 68.
de 1716.
p. 48.
de 1721.
p. 65.

Quoiqu'il parût s'être renfermé dans l'Astronomie, il se mêla de la célèbre Question des *Forces vives*. Il fut le premier de l'Académie, qui osa se déclarer contre M. Leibnitz *. Quel nom ! quelle autorité ! Mais si le Géometre par lui-même est fait pour ne pas déferer aux noms & aux autorités, le caractère de M. de Louville le rendoit à cet égard plus Géometre qu'un autre. Il continua en 1728 * la même entreprise, & M. de Mairan se joignit à lui avec une nouvelle Théorie. C'étoit alors l'illustre M. Bernoulli qu'ils attaquoient. Le procès des *Forces vives* n'est pas encore jugé en forme. Il ne faut pas s'attendre qu'il sorte du Monde sçavant une voix générale qui le décide, mais dans la suite du temps les Géomètres, que des occasions inévitables forceront à prendre un parti, tomberont dans le bon par l'enchaînement des vérités, & l'autre demeurera oublié. Il y a eu, & il y aura encore de ces décisions sourdes du Public.

* V. l'Hist.
de 1721.
p. 81. &
suiv.

* V. l'Hist.
de 1728.
p. 73. &
suiv.

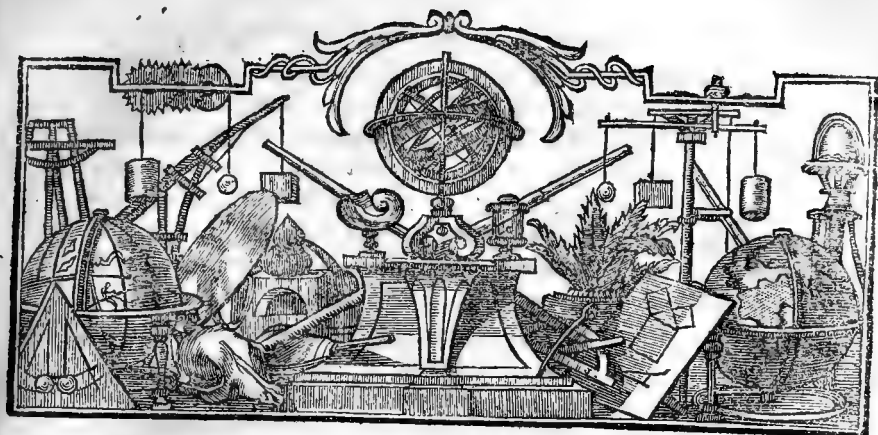
Au commencement de Septembre 1732, M. le Chevalier de Louville eut deux accès de fièvre léthargique, qui ne l'étonnerent point. Il avoit coutume de regarder ses maux comme des phénomènes de Phisique, auxquels il ne s'intéressoit

136 HIST. DE L'ACAD. ROYALE DES SCIENCES.
que pour en trouver l'explication. Il continuoit sa vie ordinaire, lorsque la même fièvre revint, & l'emporta le 10 du mois au bout de 40 heures, pendant lesquelles il fut absolument sans connoissance.

Il avoit l'air d'un parfait Stoïcien, renfermé en lui-même; & ne tenant à rien d'extérieur, bon ami cependant, officieux, généreux, mais sans ces aimables dehors, qui souvent suppléent à l'essentiel, ou du moins le font extrêmement valoir. Il étoit fort taciturne, même quand il étoit question de Mathématiques; & s'il en parloit, ce n'étoit pas pour faire parade de son sçavoir, mais pour le communiquer à ceux qui l'en prioient sincèrement. Le Sçavant qui ne parle que pour instruire les autres, & qu'autant qu'ils veulent être instruits, fait une grace, au lieu que lorsqu'il ne parle que pour étaler, on lui fait une grace, si on l'écoute. Dans les Lectures que M. de Louville faisoit à nos Assemblées, il ne manquoit point de s'arrêter tout court, dès qu'on l'interrompoit, il laissoit avec un flegme parfait un cours libre à l'objection, & quand il l'avoit désarmée, ou lassée par son silence, il reprenoit tranquillement où il avoit quitté, apparemment il faisoit ensuite ses réflexions, mais il ne l'avoit seulement pas promis. On prétend que ce Stoïcien, si austère & si dur, ne laissoit pas d'avoir sur sa Table, sur ses habillements certaines délicatesses, certaines attentions raffinées, qui le rapprochoient un peu des Philosophes du parti opposé.

Faute à corriger dans l'Histoire de 1728.

Page 102. ligne 28. en raison renversée des distances au centre. Lisés, des racines des distances au centre.



MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRES DES REGISTRES
de l'Academie Royale des Sciences.
De l'Année M. DCCXXXII.

SUR DE NOUVELLES COURBES
ausquelles on peut donner le nom de LIGNES
DE POURSUITE.

Par M. BOUGUER.

DEPUIS qu'on trouve avec plus de facilité les
symptomes de toutes les lignes courbes, la découverte
même de ces lignes n'attire plus la même attention.
Mais on doit cependant continuer à remarquer celles qui ont
Mem. 1732.

16 Janvier
1732.

. A

des propriétés curieuses, celles principalement qui forment des familles entières, ou qui étant susceptibles d'une infinité de genres, sont en même temps rectifiables, & qui ne renferment que des espaces dont on peut avoir la quadrature. Comme ce sont-là en effet des singularités qui ne vont encore que rarement ensemble, malgré l'application réitérée des méthodes, j'ai crû que je ne devois pas supprimer l'analyse, quoique très-simple, des courbes dont les longueurs ont un rapport constant avec les parties de l'axe interceptées entre les tangentes & le sommet.

On peut donner à ces courbes le nom de lignes de *poursuite*, parce qu'elles sont décrites par le mouvement uniforme d'un point qui en poursuit un autre. Considérées sous cette idée, on voit qu'elles sont tracées presque tous les jours, & elles l'étoient le temps passé encore plus souvent, lorsqu'on commettoit fréquemment cette faute dans la Marine, de diriger exactement la Prouë vers les Vaisseaux auxquels on donnoit chasse. Aussi-tôt que le Navire qui poursuivoit l'autre, n'étoit pas situé sur la route que suivoit ce dernier, il étoit obligé de se détourner sans cesse de la ligne droite, & de décrire la courbe dont il est ici question. La droite tracée par le Navire qui fuyoit, étoit l'axe, & très-souvent l'asymptote; les lignes tirées d'un Navire à l'autre étoient tangentes à la courbe: & il est clair que supposé que les vitesses de ces deux Vaisseaux fussent constantes, les parties de l'axe tracées par le premier, & interceptées entre les tangentes, étoient continuellement proportionnelles aux parties de la courbe que l'autre Navire décrivait en même temps.

Fig. 1. Soit $ABDQ$ (*Fig. 1.*) cette courbe dont nous nous proposons de découvrir la nature. AV est son axe, & A son sommet; FG, BC, DE , des tangentes en différents points: il faut que toutes les longueurs AF, AB, AD , &c. soient en même raison avec les parties AG, AC, AE , &c. de l'axe, comprises entre le sommet & les tangentes FG, BC, DE , &c. Je prends n & m pour les exposants de ce rapport; & il est clair que chaque partie, comme BD de la courbe, doit être

aussi à la partie CE de l'axe, interceptée entre les tangentes BC & DE , comme n est à m ; & que les parties infiniment petites de la courbe & de l'axe doivent conserver encore le même rapport. Ainsi si l'on conçoit deux tangentes DE , de , ou FG , fg , infiniment proche l'une de l'autre, il faut que la petite partie Dd ou Ff de la ligne de poursuite soit à la petite partie de l'axe Ee ou Gg parcourue en même temps, comme n est à m . Cela supposé par ces points D & d qui sont infiniment proche l'un de l'autre, je conduis les deux perpendiculaires DI , di , à l'axe, & je nomme y ces perpendiculaires que je prends pour ordonnées. Quant aux abscisses, il seroit, ce semble, naturel de prendre le point A pour leur origine; mais comme il y a plusieurs cas dans lesquels la courbe & son axe avancent continuellement de A vers Y , sans jamais se rencontrer, nous ferons commencer les abscisses au point C , où la tangente BC est perpendiculaire à l'axe: nous nommerons a cette tangente qui est en même temps la première des ordonnées, & nous appellerons x les abscisses, & dx leur différentielle. Conduisant ensuite la petite ligne Md parallèle & égale à $Ii = dx$, je forme le petit triangle DMd qui a pour hypoténuse la petite portion Dd de la courbe, & les différentielles $dy = MD$ & $dx = Md$ pour côtés; de sorte que $Dd = \sqrt{dy^2 + dx^2}$. La ressemblance de ce petit triangle DMd & du grand DIE , nous donnera d'une autre part $\frac{ydx}{dy}$ pour la sous-tangente IE ; & si nous en retranchons l'abscisse x , il nous viendra $\frac{ydx}{dy} - x$ ou $\frac{ydx - xdy}{dy}$ pour la partie CE comprise entre l'origine C des abscisses & la tangente DE . Or nous n'avons qu'à prendre la différentielle de cette quantité $\frac{ydx - xdy}{dy}$, pour avoir la partie infiniment petite Ee de l'axe qui doit être à la petite portion Dd de la ligne de poursuite dans le rapport constant de m à n . Cette différentielle (en supposant dy constante) est $\frac{y ddx}{dy}$; & faisant la proportion,

n est à m comme $\sqrt{dy^2 + dx^2} = Dd$ est à $\frac{y ddx}{dy} = Ee$,

on en tire l'équation $\frac{ny ddx}{dy} = m \sqrt{dy^2 + dx^2}$ qui exprime en secondes différences la nature de nôtre ligne courbe, & qu'il nous faut résoudre.

Je change cette équation en $\frac{n ddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{m dy}{y}$, dont

le second membre est une différentielle logarithmique; & je reconnois qu'on peut donner la même forme au premier, parce qu'il a rapport aux secteurs d'une hyperbole équilatère infiniment petite, dont dy est la longueur du demi-axe, & qu'il suffit de transformer ces secteurs en segments asymptotiques qui leur soient égaux. Il est évident que le premier terme de nôtre équation a rapport aux secteurs d'une hyperbole équilatère. Car si on en conçoit une FAH (Fig. 2.) qui soit infiniment petite, dont CB & CD soient les deux asymptotes, & dont le demi-axe CA soit égal à la constante dy , & qu'après avoir pris sur l'autre axe les parties CE , Ce , égales à la variable dx , on tire les parallèles EF , ef , au premier axe, les secteurs élémentaires FCf auront pour expression $\frac{dy^2 ddx}{2\sqrt{dy^2 + dx^2}}$, tout comme ils auroient pour

expression $\frac{a^2 dz}{2\sqrt{a^2 + z^2}}$, si la constante a désignoit le demi-axe

CA , & z les variables CE : & ainsi le premier terme $\frac{n ddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}}$ de nôtre équation différentielle est égal au petit

secteur élémentaire FCf multiplié par la quantité constante $\frac{n}{2 dy^2}$. Mais nous transformerons ce premier terme, en substi-

tuant à la place du petit secteur FCf , le petit segment asymptotique $FBbf$ qui lui est égal; & pour cela nous n'avons qu'à chasser de cette expression les parties CE du second axe, & introduire celles Ce de l'asymptote. Si l'on prend la nouvelle indéterminée ds pour désigner ces dernières

Fig. 2.

Fig. 1.

parties, on aura $\sqrt{\frac{1}{2}} ds - \frac{dy^2}{2\sqrt{2} ds}$ pour la valeur des premières. Car BF est par la propriété de l'hyperbole égale à $\frac{dy^2}{2 ds}$, c'est-à-dire, au rectangle $\frac{1}{2} dy^2$ de CG par GA divisé par $CB (ds)$; & si après avoir retranché de CB la partie BI qui est égale à BF , pour avoir $CI = ds - \frac{dy^2}{2 ds}$, on fait attention que dans le triangle rectangle isoscele CEI , l'hypoténuse CI est à CE comme $\sqrt{2}$ est à l'unité, on aura $\sqrt{\frac{1}{2}} ds - \frac{dy^2}{2\sqrt{2} ds}$ pour la valeur de CE ou de dx . Or si l'on introduit cette valeur à la place de dx , & si différentielle $\sqrt{\frac{1}{2}} dds + \frac{dy^2 dds}{2\sqrt{2} ds^2}$ à la place de ddx dans notre équation $\frac{n ddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{m dy}{y}$, on la changera en

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2}} n dds + \frac{n dy^2 dds}{2\sqrt{2} ds^2}}{\sqrt{dy^2 + \frac{1}{2} ds^2 - \frac{1}{2} dy^2 + \frac{dy^2}{8 ds^2}}} = \frac{m dy}{y} \text{ qui se réduit à}$$

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2}} n dds + \frac{n dy^2 dds}{2\sqrt{2} ds^2}}{\sqrt{\frac{1}{2}} ds + \frac{dy^2}{2\sqrt{2} ds}} = \frac{m dy}{y} \text{ \& à } \frac{n dds}{ds} = \frac{m dy}{y}.$$

Chaque membre de cette dernière équation peut déjà être intégré séparément par le moyen des logarithmes; mais si l'on fait encore cette préparation de multiplier par $y^{-m} ds^n$, on changera l'équation en $ny^{-m} ds^{n-1} dds - my^{-m-1} dy ds^n = 0$, qu'on peut intégrer sans avoir recours aux expressions logarithmiques, on aura $y^{-m} ds^n$ pour l'intégrale qu'il ne reste plus qu'à évaluer à une quantité constante. Cette quantité est $\frac{a^{-m} dy^n}{\frac{n}{2}}$, comme on le reconnoît sans peine, en

examinant la valeur de $y^{-m} ds^n$ au point B , où $y = a$, & où $ds = \sqrt{\frac{1}{2}} dy$ (puisque dx étant nulle dans ce point, $\sqrt{\frac{1}{2}} ds - \frac{dy^2}{2\sqrt{2} ds}$ qui est égale à dx , donne $ds^2 = \frac{1}{2} dy^2$.)

Nous avons donc $y^{-m} ds^n = \frac{-^m dy^n}{\frac{n}{2}}$, ou $y^{-\frac{m}{n}} ds$

$$= \frac{a^{-\frac{m}{n}} dy}{\sqrt{2}}; \text{ \& si à la place de } ds \text{ nous substituons sa}$$

valeur $\sqrt{\frac{1}{2}} dx + \sqrt{\frac{1}{2} dy^2 + \frac{1}{2} dx^2}$ tirée de $\sqrt{\frac{1}{2}} ds = \frac{dy^2}{2\sqrt{2} ds}$

$$= dx, \text{ il viendra } y^{-\frac{m}{n}} dx + y^{-\frac{m}{n}} \sqrt{dy^2 + dx^2}$$

$= a^{-\frac{m}{n}} dy$, pour la relation exprimée en premières différences des ordonnées & des abscisses de nôtre ligne courbe.

La méthode que nous venons d'employer pour intégrer

$$\text{l'équation } \frac{nyddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{mdy}{y}, \text{ ou } nyddx - mdy\sqrt{dy^2 + dx^2}$$

$= 0$, emprunte différentes choses de la synthese : mais nous pouvons suivre une autre voye qui est plus immédiate, & qui réussit en quelques autres cas. Comme chaque terme de

l'équation $nyddx - mdy\sqrt{dy^2 + dx^2} = 0$ ne peut pas être intégré séparément, je remarque le changement qu'il faut faire au second, pour qu'on puisse l'intégrer conjointement avec le premier. Il faut le multiplier par $\frac{dx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}}$;

car il se change en $mdydx$, qui est intégrable, si on le prend avec $nyddx$. Mais comme il suffit de faire aussi le même changement sur le premier terme, pour qu'on puisse l'intégrer avec le second, c'est une marque qu'on peut résoudre fort aisément l'équation. En effet, multipliée par $\frac{dx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}}$,

$$\text{elle nous donne } \frac{nydxddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} - mdydx = 0; \text{ \& puisque le}$$

premier terme de celle-ci peut être intégré avec le second de l'autre, & le second de celle-ci avec le premier, nous n'avons qu'à ajouter ensemble ces deux équations, & il en

réfultera une troisiéme, composée de quatre termes qui seront intégrables, lorsqu'on les prendra deux à deux, il nous vient $nyddx - mdydx + \frac{nydxddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} - mdy\sqrt{dy^2 + dx^2}$

$$= 0; \text{ \& si on multiplie par } \frac{1}{n} y^{-\frac{m-n}{n}}, \text{ nous aurons}$$

$$y^{-\frac{m}{n}} ddx - \frac{m}{n} y^{-\frac{m-n}{n}} dydx + \frac{y^{-\frac{m}{n}} dxddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} -$$

$$- \frac{m}{n} y^{-\frac{m-n}{n}} dy\sqrt{dy^2 + dx^2} = 0, \text{ dont l'intégrale est}$$

$$y^{-\frac{m}{n}} dx + y^{-\frac{m}{n}} \sqrt{dy^2 + dx^2}, \text{ qu'il ne reste plus}$$

qu'à éгалer à la quantité constante $a^{-\frac{m}{n}} dy$, pour avoir

$$\text{la même équation } y^{-\frac{m}{n}} dx + y^{-\frac{m}{n}} \sqrt{dy^2 + dx^2}$$

$$= a^{-\frac{m}{n}} dy, \text{ que ci-devant.}$$

Mais cette équation n'est encore délivrée que de secondes différences, & pour la réduire à des quantités finies, il faut avoir recours à une nouvelle intégration. Je transpose le

terme $y^{-\frac{m}{n}} dx$, & élevant le tout au quarré, il vient

$$y^{-\frac{2m}{n}} dy^2 + y^{-\frac{2m}{n}} dx^2 = a^{-\frac{2m}{n}} dy^2 - 2a^{-\frac{m}{n}}$$

$$y^{-\frac{m}{n}} dydx + y^{-\frac{2m}{n}} dx^2 \text{ qui se réduit à } y^{-\frac{2m}{n}} dy$$

$$= a^{-\frac{2m}{n}} dy - 2a^{-\frac{m}{n}} y^{-\frac{m}{n}} dx, \text{ dont on tire } dx = \frac{1}{2}$$

$$a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{m}{n}} dy - \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{-\frac{m}{n}} dy. \text{ Enfin en integrant terme}$$

$$\text{à terme, on trouve } x = \frac{n}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n-2m}$$

$$a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}. \text{ Mais pour reconnoître si les intégrales dont}$$

cette équation est formée, sont complètes, il est à propos de voir dans quelque cas particulier qui rende l'examen plus facile, si les deux membres sont parfaitement égaux. Or si l'on suppose $y = a$, comme elle l'est au point B , le second terme se réduit à $-\frac{n^m}{p^2 - m^2} a$; au lieu qu'il devoit être nul, pour être égal au premier. Ainsi il faut ajouter au second membre la quantité constante $\frac{n^m}{n^2 - m^2} a$, & nous aurons $x = \frac{n}{2n + 2m} a - \frac{m}{n} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n - 2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{n^m}{n^2 - m^2} a$, pour l'équation que nous cherchions de la ligne de poursuite.

Cette équation qui montre que la courbe ABQ est géométrique aussi-tôt que les quantités n & m sont de nombre à nombre, en renferme aussi toutes les propriétés, & il est facile de les en déduire. Si l'on suppose, par exemple, que les arcs BD , DH , &c. sont doubles des parties CE , EZ , &c. de la ligne de fuite, on aura $n = 2$ & $m = 1$, & on trouvera que la ligne de poursuite devient une des cinq paraboles divergentes de Monsieur Newton, sçavoir celle que ce fameux Géometre nomme *Noyée*, & qu'il regarde comme la 68^{me} du second genre. Cette courbe dont l'équation est ici $9ax^2 - 12a^2x + 4a^3 = y^3 - 6ay^2 + 9a^2y$ a deux branches parfaitement égales ABQ & ASL qui forment un *folium* dont la longueur AH est triple de la tangente BC , & dont la largeur SB ou TC est égale à $\frac{4}{3} BC$. On trouve la moitié AC de cette largeur, en supposant y nulle, comme elle l'est au point A où la courbe rencontre son axe. L'équation $9ax^2 - 12a^2x + 4a^3 = y^3 - 6ay^2 + 9a^2y$ se réduit par cette supposition à $9ax^2 - 12a^2x + 4a^3 = 0$ qui nous donne $x = \frac{2}{3} a$, & c'est donc la valeur de AC . Si l'on substitue ensuite $\frac{2}{3} a$ à la place de x dans l'équation de la courbe, pour la déterminer à marquer les diverses grandeurs qu'a y au point A , on aura $y^3 - 6ay^2 + 9a^2y = 0$, qui outre la

valeur

valeur de y qui est nul, à cause du point de rencontre, nous en indique deux autres égales entr'elles, $y = 3a$, & $y = 3a$ pour la longueur AH du *folium*. Il n'y a qu'à operer de la

même maniere sur l'équation $x = \frac{n}{2n+2m} a - \frac{m}{n} y^{\frac{n+m}{n}}$

$-\frac{n}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{nm}{n^2-m^2} a$, pour trouver qu'en gé-

néral AC est égal à $\frac{nm}{n^2-m^2} a$ ou à $\frac{nm}{n^2-m^2} BC$; & AH

$= \frac{\frac{n+m}{n-m}}{\frac{n}{n-m}} \times BC$. Il est vrai que pour que la courbe

rencontre son axe, il faut que les parties soient plus grandes que les parties de l'axe auxquelles elles sont proportionnelles; ou ce qui revient au même, il faut que n surpassé m .

Car si ces deux quantités sont égales & qu'on suppose y

$= 0$, les deux derniers termes de l'équation $x = \frac{n}{2n+2m}$

$a - \frac{m}{n} y^{\frac{n+m}{n}} -$ &c. deviendront infinis, puisqu'ils seront

divisés par une quantité nulle $n - m$ ou $n^2 - m^2$, ce

qui nous montre que x ou CA est alors infinie. Pareille-

ment si les parties de la courbe sont plus petites que celles

de l'axe, ou si n est moindre que m , l'exposant de la puis-

sance de y sera négatif dans le second terme $-\frac{n}{2n-2m}$

$a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$, & ainsi lorsqu'on supposera $y = 0$, ce second

terme sera divisé par une quantité nulle, ce qui le rendra

encore infini. Mais ce ne sera plus la même chose pour peu

que les parties de la courbe soient plus grandes que celles

de l'axe; il y aura toujours un point de rencontre, de

quelque manière même que soient situés d'abord les deux

points mobiles.

Si l'on veut trouver à quelle distance se rencontrent ces points (*Fig. 3.*), lorsqu'ils sont situés au commencement de leur marche en E & en D sur une ligne oblique DE

Mem. 1732.

. B

par rapport à l'axe ou à la ligne de fuite EA ; on n'a qu'à faire attention que la position de ces points étant donnée, on connoît DI qui sert d'ordonnée au point D de la courbe, & IE qui sert de soûtangente. D'un autre côté la formule

$y \frac{dx}{dy}$ appliquée à l'équation générale $x = \frac{n}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}}$

$y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{nm}{n^2-m^2} a$ de nôtre courbe;

donne $\frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$ pour les soûtangentes;

& ainsi nous aurons $IE = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{1}{2}$

$a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$. Otant ensuite $x = CI$ de IE , on aura

$CE = \frac{m}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} + \frac{m}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$

$- \frac{nm}{n^2-m^2} a$, & si on ajoute CA qui est égale à $\frac{nm}{n^2-m^2} a$, comme nous l'avons vû ci-dessus, on trouvera $AE =$

$\frac{m}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} + \frac{m}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} = \frac{m}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}}$

$\times DI^{\frac{n+m}{n}} + \frac{m}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} \times DI^{\frac{n-m}{n}}$; de sorte que si nous

connoissons BC (a) qui se trouve compliquée dans cette expression, nous aurions l'espace EA en grandeurs entièrement connus.

Je cherche dans l'équation $IE = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}}$

$y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$, ou $IE = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} \times DI^{\frac{n+m}{n}}$

$- \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} \times DI^{\frac{n-m}{n}}$, cette grandeur dont nous avons be-

soin; & trouvant $a^{\frac{m}{n}} = \frac{DE-IE}{DI^{\frac{n-m}{n}}}$, il est facile de chasser

la lettre a de l'expression de EA . Il vient enfin $\frac{nm}{n^2-m^2} DE$

— $\frac{m^2}{n^2 - m^2} IE$ pour l'espace requis EA que parcourt le point E avant que d'être atteint par le point D , qui trace de son côté une portion DBA de nôtre courbe, égale à $\frac{n^2}{n^2 - m^2} DE - \frac{nm}{n^2 - m^2} IE$; puisque les espaces parcourus par les deux points sont comme leurs vîtesses, ou comme m & n . On peut ici remarquer que toutes les fois que la rencontre A se fait par la ligne courbe, elle se peut faire aussi, & même beaucoup plus promptement, par une ligne droite DX , & qu'au contraire la rencontre se fait une infinité de fois par la ligne droite; sans qu'elle se puisse faire par la courbe. En effet, quoique le mobile D ait moins de vîtesse que le mobile E , il peut l'atteindre par la droite DX , à cause de l'avance qu'il a, ou parce que DX est plus courte que EX : mais si le point D trace la courbe DBA , il perdra son avantage, & il ne rencontreroit pas même le mobile E , supposé qu'il eût précisément autant de vîtesse que ce mobile, puisque la courbe auroit encore dans ce cas son axe pour asymptote.

Il est facile de découvrir toutes les autres affections des lignes de *poursuite*, & même aussi la quadrature des espaces qu'elles renferment: mais il est cependant encore un cas qui échappe à nos recherches, & dans lequel nous ne connoissons pas la nature de cette courbe, quoiqu'en apparence ce soit le cas le plus simple. C'est lorsque $n = m$, ou que les parties de la ligne de poursuite sont égales aux parties de l'axe: car

l'équation $x = \frac{n}{2n + 2m} a - \frac{m}{n} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n - 2m} a^{\frac{m}{n}}$

$y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{nm}{n^2 - m^2} a$, ne nous apprend rien touchant cette

courbe, sinon que son axe lui sert d'asymptote. C'est pourquoy il nous faut remonter à l'équation différentielle dont

celle-ci est tirée. Cette équation est $dx = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{m}{n}} dy$

— $\frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} y^{-\frac{m}{n}} dy$, qui se réduit dans la circonstance

dont il s'agit, à $2 a dx = y dy - \frac{a^2 dy}{y}$, & cette dernière nous indique une courbe mécanique, dépendante de la quadrature de l'hyperbole. Ainsi ce que nous avons dit ci-devant, que les lignes de poursuite sont géométriques aussi-tôt que n & m sont commensurables, a besoin de quelque restriction ; & l'exception est en même temps singulière, que parmi une infinité de courbes géométriques il s'en trouve une mécanique, précisément lorsque n & m sont égales. Au surplus, comme il est extrêmement facile de construire l'équation $2 a dx = y dy - \frac{a^2 dy}{y}$ par le moyen des aires de l'hyperbole, ou par le moyen de la logarithmique, nous ne croyons pas devoir nous y arrêter.

Fig. 1.

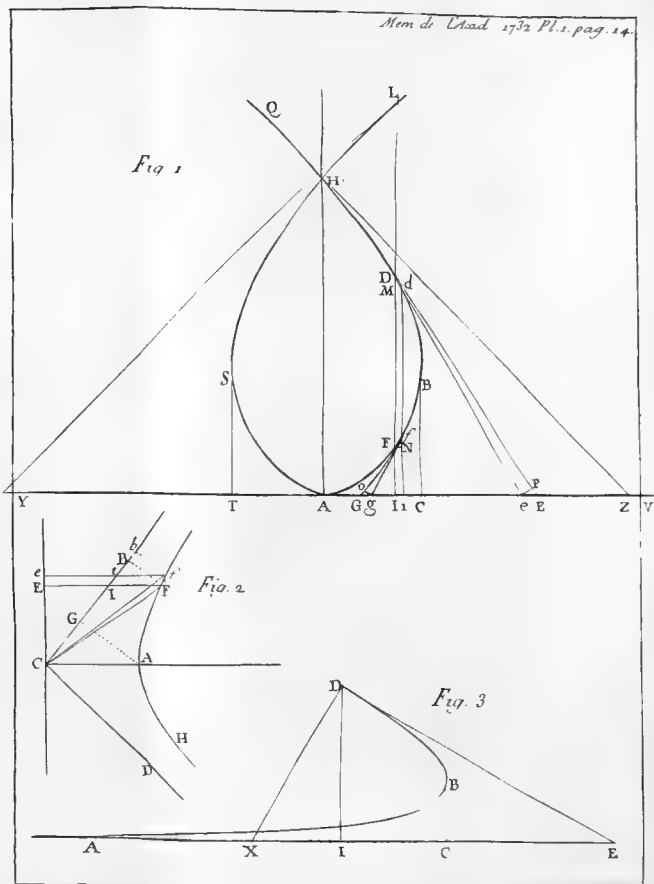
Mais nous terminerons ce Memoire en faisant remarquer dans les lignes de poursuite une ou deux propriétés qui se présentent comme d'elles-mêmes, sans qu'il soit nécessaire de les aller puiser dans l'équation qui exprime la nature de ces courbes. Si l'on considère deux tangentes infiniment proche l'une de l'autre, comme FG & fg , on voit qu'à mesure qu'elles sont plus éloignées du point A , elles sont plus longues par l'extrémité d'en haut de la petite portion Ff de la courbe comprise entre les points d'attouchement, mais qu'elles sont en même temps plus courtes par l'extrémité d'en bas de la petite partie GO retranchée par la petite ligne gO abaissée perpendiculairement du point g sur FG . Mais les petits triangles GOg & FNf étant semblables, parce qu'ils sont tous les deux rectangles, & que l'angle G de l'un est égal à l'angle F de l'autre, nous avons cette proportion, le petit arc Ff est à la petite partie Gg , ou ce qui revient au même, n est à m , comme $FN = Ii$ est à GO ; ce qui nous montre que $\frac{m}{n} \times FN$ ou $\frac{m}{n} Ii$ est égale à GO . Nous avons donc $Ff - \frac{m}{n} Ii$ pour l'élément des tangentes GF ou pour leurs petits accroissemens : & il est clair que pour avoir les longueurs de ces tangentes, lorsqu'il y a un point de ren-

contre A où elles sont nulles, il faut de l'arc AF qui est la somme de toutes les petites augmentations Ff qu'elles reçoivent par l'extrémité d'en haut, retrancher la somme de toutes les diminutions $GO = \frac{m}{n} Ii$ qu'elles souffrent par l'extrémité d'embas. Mais puisque chaque de ces petites diminutions est égale à chaque petite partie Ii multipliée par la fraction constante $\frac{m}{n}$, leur somme sera égale à celle des petites parties Ii , multipliée par la même fraction; c'est-à-dire que toutes les petites diminutions jointes ensemble doivent être égales à $\frac{m}{n} AI$; & de-là il suit que la tangente GF est égale à l'arc AF moins $\frac{m}{n} AI$. Par la même raison la tangente BC est égale à l'arc AB moins $\frac{m}{n} AC$.

Cette propriété convient non-seulement à la partie AB de la courbe, mais aussi à la partie BQ ; c'est-à-dire que si l'on prolonge l'ordonnée IF jusqu'en D & qu'au point D , on tire la tangente DE , elle sera encore égale à l'arc ABD moins $\frac{m}{n} AI$. C'est ce qu'on verra évidemment, en faisant attention, que si les tangentes souffrent par en bas une infinité de petites diminutions GO , en passant de FG en BC , elles reçoivent ensuite avant que de parvenir en DE , une infinité de petites augmentations PE , qui reparent précisément les diminutions précédentes; puisque PE & GO sont égales, étant égales l'une & l'autre à $\frac{m}{n} Ii$. De-là il suit que la tangente DE ne doit surpasser la tangente FG que de la somme des petites augmentations qu'elle a reçues par en haut, c'est-à-dire qu'elle doit la surpasser de l'arc DBF , & puisque la tangente FG est égale à l'arc $AF - \frac{m}{n} AI$, la tangente DE sera donc égale à tout l'arc ABD moins $\frac{m}{n} AI$. Ainsi l'on voit qu'en faisant commencer les abscisses au point A , les tangentes sont toujours égales aux longueurs

de la courbe moins une certaine portion ou fraction $\frac{m}{n}$ de ses abscisses. Au reste cette propriété est digne d'attention ; que si l'on tire deux tangentes DE & FG par des points D & F qui sont sur la même ordonnée, la plus grande de ces tangentes surpasse l'autre précisément de l'arc intercepté DBF . La tangente LY surpasse de même la tangente DE de toute la portion $LSABD$ de la courbe : mais comme les tangentes LY & FG vont dans le même sens, ce n'est pas l'excès de l'une sur l'autre, mais leur somme qui est égale à la portion interceptée LSF . Une remarque encore qui est une suite des précédentes & par laquelle nous finissons ; c'est que si du point H , on conduit la tangente HZ , elle sera exactement égale à l'arc HBA , puisque la tangente en A est nulle.





SUR LES COURBES DE POURSUITE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

LE Memoire que M. Bouguer lût, il y a quelques jours, m'a fait penser à une Solution affés courte du même Probleme:

PROBLEME I. *Trouver la courbe de poursuite, c'est-à-dire, la courbe par laquelle un Vaisseau doit en poursuivre un autre qui s'enfuit par une ligne droite, en supposant que les vitesses des deux Vaisseaux soient toujours dans le même rapport.*

SOLUTION. Ce Probleme se réduit à trouver la courbe où la recte est proportionnelle à l'arc (j'appelle *Recte*, la partie de l'abscisse prise depuis l'origine jusqu'à la rencontre de la tangente). Prenant donc x pour l'abscisse, y pour l'ordonnée, & s pour l'arc, on a $\frac{y dx}{dy} - x = ms$, ou $\frac{dy^2 dx + y dy ddx - y dx ddy}{dy^3} - dx = m ds$. Cette équation, si l'on fait dy constant, se réduit à $\frac{ddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{m dy}{y}$, ou (intégrant par logarith.) $l(dx + \sqrt{dy^2 + dx^2}) - l dy = mly - mlA$, ou, passant aux nombres, $dx + \sqrt{dy^2 + dx^2} = y^m A^{-m} dy$, ou $\sqrt{dy^2 + dx^2} = y^m A^{-m} dy - dx$, ou $dy^2 + dx^2 = y^{2m} A^{-2m} dy^2 - 2y^m A^{-m} dy dx + dx^2$, ou $dy = A^{-2m} y^{2m} dy - 2A^{-m} y^m dx$, ou $dx = \frac{1}{2} A^{-m} y^m dy - \frac{1}{2} A^m y^{-m} dy$, ou enfin $x = \frac{1}{2m+1} A^{-m} y^{m+1} + \frac{1}{2m-1} A^m y^{-m+1} + B$.

Ou dans le cas $m=1$, $x = \frac{1}{4} A^{-1} y y - \frac{1}{2} A l y + C$.

Voilà la Solution du Probleme de M. Bouguer. Voici maintenant un autre Probleme, dont le premier n'est qu'un cas particulier.

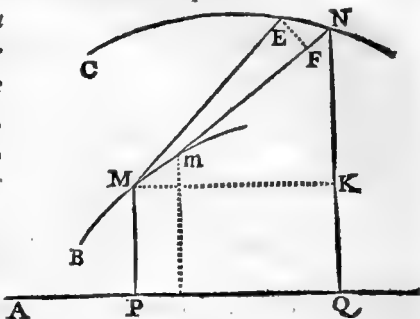
Je vais chercher les courbes que doit décrire un Vaisseau

pour en poursuivre un autre qui fuit par quelque courbe donnée que ce soit, (en supposant aussi le rapport des vitesses constant); & le Probleme se peut résoudre de la même maniere, lorsque le rapport des vitesses seroit donné par quelque fonction des coordonnées des courbes.

Le Probleme général se réduit à ce qui suit.

PROBLEME II. La courbe CE étant donnée; trouver la courbe BM, telle que ses tangentes ME, coupent sur la courbe CE des arcs proportionnels aux arcs BM?

Soit $AQ = t$, $NQ = z$, $AP = x$, $PM = y$, $BM = s$. L'on



a $dx \cdot ds :: t - x \cdot ME = \frac{t ds - x ds}{dx}$. Et $dME = FN - Mm =$ (faisant ds constant) $\frac{dtdxds - dx^2ds - tdsddx + xdsddx}{dx^2}$, d'où l'on tire $FN = \frac{dtdxds - tdsddx + xdsddx}{dx}$. L'on a de plus (faissant toujours ds constant) $dx \cdot ddy :: (ME) \frac{t - x ds}{dx} \cdot EF = \frac{t ds ddy - x ds ddy}{dx^2}$.

On a donc par la condition du Probleme

$$A.. \frac{(dtdxds - tdsddx + xdsddx)^2 + (t ds ddy - x ds ddy)^2}{dx^4} = m(ds^2):$$

$$\text{ou } A.. (dtdx - tddx + xddx)^2 + ddy^2(t - x)^2 = m dx^4:$$

On a aussi $dx \cdot dy :: t - x \cdot z - y$, d'où l'on tire

$$B... t dy - x dy = z dx - y dx.$$

Par l'équation de la courbe CE, l'on a $z = T$ (prenant T pour une fonction de t). Et substituant cette valeur de z dans l'équation B, elle ne contient plus que t .

L'on en tirera la valeur de dt . Et substituant les valeurs de t & dt prises dans B, dans l'équation A, l'on aura l'équation de la courbe BM en secondes différences. C. Q. F. T.



SUITE

S U I T E
 DE L'EXAMEN CHIMIQUE
 DES
 CHAIRS DES ANIMAUX,
 O U
 DE QUELQUES-UNES DE LEURS PARTIES,
Auquel on a joint l'analyse chimique du Pain.

Par M. GEOFFROY.

DE l'analyse des Viandes les plus succulentes, dont j'ai Os de Bœuf.
 donné le détail dans mon premier Mémoire, je passe
 à celle des parties les plus solides des Animaux, qui sont
 leurs Os. Ayant choisi ceux de la jambe du Bœuf, parce
 qu'ils ont peu de moëlle, je les ai fait nettoyer exactement;
 & ensuite raper entre les deux têtes de l'Os, évitant d'at-
 teindre la dernière lame qui couvre la moëlle. J'ai fait mettre
 une livre de cette rapure, fine & bien séchée, dans une
 marmite d'étain fermée exactement, avec huit pintes d'eau;
 & j'ai fait répéter cinq fois l'ébullition avec de nouvelle eau,
 en versant à part celle qu'on retiroit. Ces os se sont réduits
 en une bouillie blanche, & le bouillon, chargé de leurs
 parties les plus subtiles, ne s'est éclairci que par le filtre, où
 il a passé même avec peine. Mis à évaporer dans un bassin
 d'argent, il ne s'est épaissi en gelée qu'à la fin de l'évapo-
 ration, pendant laquelle il ne s'est fait aucune précipitation.

Cette gelée ou extrait s'étant séchée très-promptement à
 l'air, s'est réduite en une matière gommeuse transparente,
 très-sèche, qui pesoit 3 onces 3 gros 3 6 grains. Je la nomme
matière gommeuse, parce qu'elle demeure claire & transparente;
 qu'elle devient cassante en séchant, & qu'à l'extérieur, elle

Mem. 1732,

. C

ressemble parfaitement à la gomme que fournit la sève extra-
vasee des arbres.

Une once 45 grains de cette matière, mise en distillation, a donné d'abord 3 gros 18 grains de sel volatil bien blanc, qui s'est cristallisé sous la forme ordinaire des sels volatils, c'est-à-dire, en ramifications. La tête-morte ou le charbon resté dans la cornue ne pesoit que 2 gros 36 grains : sa lessive a donné des marques légères de sel marin, comme le *caput mortuum* de la chair de Bœuf de mon premier Memoire.

Quatre onces de la pâte blanche sèche des os bouillis, restée sur le filtre, mises en distillation au feu de réverbère, ont donné très-peu de sel volatil, qui étoit formé en cristaux plats de figure de parallelepipedes, comme ceux que j'ai eus de l'extrait du bouillon de la chair de Bœuf. La tête-morte lessivée a donné par les essais quelques marques d'alkali fixe. Aussi cette matière, après une nouvelle calcination à feu ouvert, doit-elle être regardée comme une espece de chaux. Sa lessive examinée avec plus d'attention, ne m'a plus laissé de doute sur ce caractère d'alkali fixe, puisqu'elle a précipité en rouge la dissolution du sublimé corrosif, comme le fait la Corne de Cerf calcinée au blanc.

Corne
de Cerf.

Le bois de Cerf traité comme les Os de Bœuf & au même poids d'une livre, a donné un bouillon clair qui a formé une gelée aussi-tôt qu'il a été refroidi. Il a laissé après l'évaporation une matière gommeuse qui, après avoir été séchée, pesoit 4 onces 2 gros 63 grains.

Une once 45 grains de cette matière, analysée au feu de réverbère, a produit seulement 2 gros de sel volatil en ramifications, & 3 gros 30 grains d'esprit volatil de couleur citrine, mêlé d'un peu d'huile fétide d'un rouge foncé. Le *caput mortuum* pesoit 2 gros 36 grains : son infusion a précipité la dissolution de Mercure & la solution du sublimé corrosif en couleur d'un blanc grisâtre.

La masse restée après les ébullitions répétées, ne pesoit bien sèche, que 9 onces 3 gros 36 grains. Quatre onces de cette matière, analysées, m'ont fourni 1 gros 18 grains de

sel volatil de la même figure que celui du bouillon de Bœuf, & comme lui, chargé d'huile & de flegme, qui séparé autant qu'il a été possible, pesoit environ un gros. Le *caput mortuum* de cette matière pesant 3 gros 24 grains, a donné par la lessive toutes les preuves de sel marin. Puis dépouillé par la calcination de ce qui pouvoit y être resté d'huile volatile, il a précipité en rouge la dissolution du sublimé corrosif.

J'ai fait les mêmes opérations sur l'Yvoire, ayant crû qu'il convenoit d'en comparer les produits avec ceux des autres matières osseuses, puisqu'on l'employe assés souvent dans les tisannes, dans les bouillons, & dans la gelée des malades.

Une livre de rapure d'Yvoire a donné un bouillon limpide, qui s'est coagulé en refroidissant; mais dans l'évaporation il a déposé insensiblement une terre blanche très-fine, chargée d'une portion de sel essentiel, ce qui m'a obligé de refiltrer la liqueur. La partie gommeuse qui est restée après l'évaporation de ce bouillon filtré pour la seconde fois, est devenue plus sèche, plus dure & plus solide que celle des os de Bœuf, mais moins unie & moins liée que celle du bois de Cerf. Cette matière gommeuse pesoit 4 onces 7 gros 1 grain. Analysee, elle a donné d'abord un peu de flegme, puis un esprit de couleur orangée, ensuite un sel volatil blanc en ramifications qui a pesé un gros 48 grains. L'huile épaisse & noire qui est venuë la dernière, pesoit avec l'esprit 3 gros 36 grains.

Yvoire.

La lessive du charbon, lequel pesoit 3 gros 12 grains, a précipité en blanc la dissolution de Mercure, & n'a que légèrement troublé celle du sublimé corrosif.

La pâte blanche restée après la filtration du bouillon n'a point fourni de sel volatil concret dans la distillation. Elle n'a donné qu'une huile citrine & un esprit volatil tirant un peu sur le bleu. Le tout ensemble pesoit 4 gros 36 grains.

La lessive de la tête-morte a troublé un peu la solution du sublimé corrosif, & à la longue elle l'a précipitée en blanc, mais elle n'a rien fait sur la dissolution du Mercure.

Ces trois analyses fournissent une observation remarquable.

Il sembleroit qu'on devroit avoir plus de peine à séparer le sel volatil des matières solides, par la cuisson, que des matières tendres : cependant elles déposent dans l'eau, en bouillant, & plutôt & plus abondamment leurs principes, & leurs sels volatils, que les chairs des animaux ; puisque dans mes premières analyses de l'année précédente, quoy qu'on eût enlevé, pour ainsi dire, à ces chairs tous leurs principes, par l'ébullition, leurs fibres séchées ne laissoient pas que de fournir encore une assez bonne quantité de sel volatil. M. Dodard l'avoit annoncé, l'expérience l'a confirmé. En comparant les analyses de la chair du Bœuf, avec l'analyse de ses os, on trouvera que 6 gros 3 6 grains de fibres desséchées restans de 4 onces de chair ont fourni 2 gros de sel volatil & d'huile, pendant que 4 onces de la masse blanche séchée des os bouillis, n'ont donné que 3 gros & demi d'esprit chargé d'une si petite quantité de sel volatil qu'il n'a pû être pesé, & d'un peu d'huile fétide. Ce sel qui dans l'analyse des bouillons des chairs, m'a paru être un sel essentiel, reste apparemment uni intimement aux os dans leur accroissement, puisque dans l'analyse des os, il ne se produit pas dans le même ordre que ces mêmes sels ont suivi dans l'analyse des viandes. L'extrait des viandes m'a fourni d'abord un sel ammoniacal urineux, de figure de parallelepipedes ; leurs fibres, un sel volatil en ramifications qui doit être plus fixe, puisqu'il est chassé par la violence du feu qui l'alkalise. Les os de Bœuf, au contraire, ont abandonné dans les bouillons, les sels volatils ramifiés, contenus dans les lames osseuses, & ces mêmes lames osseuses, après une longue coction dans l'eau, ont donné un sel ammoniacal urineux, quoiqu'en très-petite quantité, pareil à celui que j'ai tiré de l'extrait des viandes. Ainsi on peut conjecturer que les os sont plus faciles à pénétrer par l'eau, que les fibres des chairs qui, par leur souplesse, échappent à l'action de ce liquide.

Le bois de Cerf est d'abord une substance charnuë, comme on l'observe dans les andouillers naissans de cet animal ; mais à mesure que ce bois se nourrit & s'accroît, ce qui étoit

fibre charnuë, & peau épaisse, garnie & parsemée de vaisseaux, tout se dessèche jusqu'au point que les suc n'y pouvant plus passer, ce bois tombe par la muë, chassé par un nouveau bois naissant. Si l'inspection du bois de Cerf ne suffisoit pas pour prouver que c'est une matiere charnuë, l'analyse chimique en donneroit un témoignage presque convaincant, puisque c'est la matiere qui fournit les principes les plus approchans de ceux de la chair des animaux. Son extrait donne assés de sel volatil qui est à la vérité, en ramifications ; & son marc donne un gros 18 grains d'un autre sel volatil, de nature urineuse : ce qui est une quantité considérable, qui rapproche plus le bois de Cerf de l'espece des substances charnuës, que de celle des os, puisque les os n'ont presque pas fourni de ce sel.

L'Yvoire est une matiere assés semblable aux os : comme eux, il est formé par lames ou couches. Si on scie l'Yvoire en rouelles minces, qu'on les fasse bouillir dans l'eau, on separe facilement ces lames, qui se déboîtent les unes de dedans les autres, en conservant leur figure presque circulaire. Il y a apparence que ces dents, ou deffenses de l'Elephant, n'ont pas eû d'abord toute la solidité qu'on leur trouve, qu'elles ont eû leurs vaisseaux correspondants au pivot qui remplissoit le creux conique de la base de ces dents, & qu'enfin, arrivées au dernier degré de leur accroissement, qui se fait par couches en plusieurs années, les vaisseaux qu'on y doit supposer se sont desséchés, & ont disparu. L'analyse de l'Yvoire ne m'a pas fourni d'autres principes que celle des os ; c'est-à-dire, tout le sel volatil dans l'extrait, & presque point dans la masse blanche dépouillée de ces suc. L'Yvoire contient un suc plus abondant que les os, mais dans lequel il y a moins de sel volatil. La raison qu'on en peut donner est que l'Yvoire vient des païs chauds, & que dans le trajet qu'il faut faire pour l'apporter dans les ports d'Afrique, la chaleur du climat a pû dissiper insensiblement les sels volatils.

L'analyse du Poulet confirme ce que j'ai avancé, que plus les os sont jeunes, plus ils approchent de la nature des chairs ;

puisque les os de Poulet au poids de 3 gros 9 grains ont donné 3 5 grains de sel urineux ou ammoniacal. L'extrait du bouillon de Poulet n'a fourni son sel volatil qu'au feu le plus fort, & ce sel étoit de l'espèce des sels urineux, c'est-à-dire en parallelepipedes; au lieu que celui des fibres dépouillées de leur suc étoit en belles ramifications, & sous une forme plus sèche.

Petit-Lait.

J'ai aussi examiné le petit lait. J'ai fait prendre 12 livres pesant de lait recent, & sans aucun autre mélange; après l'avoir fait cailler avec 1 gros de présure, on l'a mis sur un feu très-doux, pour en mieux séparer le petit lait que j'ai fait filtrer; & j'en ai eû 8 livres: le caillé cependant ne s'est trouvé peser que 2 livres 7 onces. Après avoir évaporé ce petit lait au bain-marie presque à siccité (car le petit lait ne se dessèche point entièrement, au contraire il s'humecte très-vîte pour peu qu'on l'éloigne du feu) son poids étoit de 9 onces 24 grains.

Cet extrait analysé a fourni du flegme, un esprit acide de couleur de citron, puis de l'huile assés épaisse. Il s'est trouvé en tout 4 onces 6 gros 36 grains de liqueur, sans aucune apparence de sel volatil. La tête-morte qui pesoit 3 onces 6 gros, étant exposée à l'air, s'y est humectée, & sa lessive a donné des indices de sel marin. Comme il y en avoit assés pour en tirer le sel, j'ai eû des cristaux cubiques semblables à ceux du sel gemme, ou au sel regeneré par l'esprit de sel sur le sel de tartre: ainsi voilà une preuve du sel marin, qui se trouve même dans les premières liqueurs des animaux. Le charbon séché & calciné à grand feu, a donné dans la lessive des preuves d'un sel alkali: il a précipité en rouge la dissolution du sublimé corrosif.

Comme on employe aussi quelquefois la chair des poissons dans les bouillons, j'en ai examiné quelques-uns.

Carpe.

Une livre de chair de Carpe, sans peau ni arrêtes, bouillie dans quatre livres d'eau comme les viandes, & à plusieurs ébullitions répétées. Le bouillon filtré a précipité, comme celui de Bœuf, à la moitié de l'évaporation: filtré de nouveau, l'extrait sec a pesé 1 once 8 grains.

Un gros 56 grains de cet extrait, analysé pour le comparer avec le même poids d'extrait de chair de Bœuf, a fourni un demi-gros de sel volatil bien formé en ramifications. Son huile d'un jaune brun mêlée avec l'esprit, pesoit demi-gros, & le charbon de la cornuë 48 grains : ainsi il y a eu 8 grains de perte.

La lessive de ce charbon a précipité en blanc la dissolution de Mercure, preuve de sel marin, & celle du sublimé corrosif, en couleur grisâtre.

La masse des fibres desséchées pesoit une once 6 gros 12 grains.

Six gros & demi de cette masse ont rendu un gros & demi de sel volatil en ramifications. L'huile & l'esprit ont pesé 2 gros 60 grains, & le charbon resté dans la cornuë, un gros 6 grains. Sa lessive a précipité en blanc la solution de sublimé corrosif, & n'a point altéré la dissolution du Mercure.

L'opinion commune est que le poisson étant nourri dans l'eau, ne doit pas contenir tant de suc nourricier que les chairs des animaux qui vivent sur terre. Il sera aisé de s'en assurer par le rapport suivant.

Le Bœuf n'a d'humidité de moins qu'une once 2 gros 60 grains.

L'extrait de Bœuf a 38 grains de sel volatil de plus que la Carpe, & 2 grains de plus en huile & en esprit.

Les fibres desséchées du Bœuf comparées à celles de la Carpe contiennent 36 grains de plus de sel volatil, & la Carpe a fourni en esprit volatil & en huile fétide 2 gros 24 grains plus que le Bœuf.

Quatre onces de pure chair de Brochet qu'on a fait bouillir Brochet. comme la Carpe, ont fourni 2 gros 24 grains d'extrait solide. Par l'analyse cet extrait a donné 49 grains d'huile citrine mêlée avec l'esprit. Le sel volatil qui est venu le dernier étoit de nature urineuse, & pesoit 30 grains. Le *caput mortuum* pesoit un gros 11 grains. Sa lessive a précipité la dissolution de Mercure en blanc, & n'a point agi sur la solution du sublimé corrosif. Les fibres desséchées qui ne pesoient que

24 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

4 gros 59 grains, ont donné 2 gros 56 grains d'huile & d'esprit jauneâtre, & 16 grains de sel volatil urinaire. La lessive du *caput mortuum*, qui pesoit un gros 50 grains, a précipité d'abord la dissolution de Mercure en blanc, puis en jaune, & enfin le tout a noirci. Versée sur la solution du sublimé corrosif, il s'est fait un précipité blanc qui a toujours resté au même état.

Grenouilles.

Deux livres de chair de Grenouilles, dont on n'a pris que les cuisses & la moitié des jambes avec les petits os, ont donné un bouillon blanc, qui a fourni 1 once 1 gros 36 grains, & sans avoir formé de gelée. Un gros 56 grains de cet extrait a donné 36 grains de sel volatil urinaire, ensuite 48 grains d'esprit volatil & d'huile un peu épaisse. Le charbon qui a resté dans la cornue, pesoit 36 grains. Sa lessive n'a point agi sur la dissolution de Mercure, mais elle a précipité en blanc la solution du sublimé corrosif.

Les fibres desséchées avec leurs os pesoient 3 onces 4 gros 36 grains. Six gros 36 grains de ces fibres ont donné 2 gros de sel volatil en ramifications, & très-sec, & un demi-gros d'esprit & d'huile de couleur jaune-foncée : le charbon restant pesoit 2 gros. Sa lessive n'a point précipité la dissolution du Mercure, mais elle a précipité en blanc celle du sublimé corrosif.

Tortuë.

Une petite Tortuë de terre, qui pesoit 13 onces 18 grains; ayant été séparée de son écaille, la chair a pesé avec la tête, les pattes & la queue dépouillées de peau, 8 onces, sans compter les entrailles qui ont été rejetées. Le bouillon qu'elles ont fourni, est devenu un peu gelatineux : filtré & évaporé à siccité, il a formé un extrait qui pesoit 5 gros 6 grains. En le distillant, j'en ai retiré un flegme, puis un esprit volatil rougeâtre, & ensuite une huile assez foncée, le tout ensemble pesant 54 grains. La lessive de la tête-morte, qui pesoit 2 gros 24 grains n'a fait aucun changement à la solution du sublimé corrosif, mais sur le champ elle a précipité en blanc la dissolution de Mercure, puis en gris noirâtre, parce que cette lessive étoit chargée de soufre. Les fibres charnuës, dépouillées

dépouillées de fuc avec les os bien séchés, ont pesé 6 gros 48 grains. En les analysant, ils ont fourni un flegme, un esprit & une huile au poids de 2 gros & 66 grains de sel volatil en ramifications. La masse restante dans la cornuë n'a plus pesé que 3 gros 46 grains. Sa lessive, comme la précédente, a seulement précipité en blanc la dissolution du Mercure.

Quatre onces d'Ecrevisses concassées, après avoir été bien lavées, ont donné un bouillon gélatineux, dont l'extrait bien sec a pesé 2 gros 33 grains. Cet extrait a fourni du flegme, un peu d'esprit volatil, & un peu d'huile avec très-peu de sel volatil urineux, mais qu'on n'a pû rassembler pour le peser; le tout ensemble pesoit 1 gros 20 grains, & le charbon de la cornuë 1 gros. Sa lessive a précipité en blanc la dissolution du Mercure, qui est devenue ensuite d'un gris-noirâtre : elle n'a point altéré la solution du sublimé corrosif. Le marc dont on avoit tiré l'extrait, étant sec, a pesé 6 gros 39 grains. Il a donné par l'analyse un flegme, un esprit & une huile fétide qui ont pesé 2 gros 4 grains, & il y a eu assés de sel volatil pour en retirer 20 grains en forme sèche & en ramifications. La lessive de la tête-morte, qui ne pesoit qu'un gros, a précipité la dissolution de Mercure en blanc qui a tiré sur le jaune, mais elle n'a produit rien de remarquable sur la solution du sublimé corrosif.

Comme la Vipere s'employe en bouillons, en poudre & en trochisques, je l'ai examinée avec assés d'attention pour qu'on puisse compter sur le détail que je vais en donner. Viperes.

J'ai fait peser exactement deux Viperes vives : elles se sont trouvées du poids de 3 onces 2 gros 18 grains. On en a séparé les têtes & les queuees qui ont pesé 2 gros & demi. Elles ont fourni 54 grains de sang en les coupant. On les a écorchées pour en séparer les ovaires & les foyes. Les deux peaux & les entrailles ont pesé 4 gros 54 grains. Les deux troncs avec les œufs & les foyes pesoient ensemble 1 once 6 gros 36 grains. Il y a eu de perte ou d'évaporation 36 grains. J'ai pris ensuite une portion d'une autre Vipere pour

achever le poids de deux onces. On a fait un bouillon de ces Viperes coupées par tronçons à la manière ordinaire. On l'a filtré & évaporé, il s'est réduit en un extrait gélatineux qui a pesé, étant sec, un gros 36 grains.

Les fibres & arrêtes séchées après le bouillon, ont pesé 3 gros 66 grains : ainsi il y a eu en deux onces de troncs de Vipere une once 2 gros 42 grains de flegme.

Pour m'assurer encore plus exactement du poids de toutes les parties de la Vipere, je recommençai mes pesées sur de nouvelles, & j'en pris une des plus grosses qui pesoit toute vive 3 onces 6 gros $\frac{1}{2}$.

La tête & la queue coupées pesoient ensemble un gros 6 grains.

Le sang que la Vipere rendit, 1 gros 8 grains.

La peau, 4 gros 62 grains.

Le Foye, 1 gros 14 grains.

Le cœur, 6 grains.

La vesicule du fiel, 7 grains.

La graisse, 3 gros 44 grains.

Les entrailles, 4 gros 60 grains.

Le tronc net, 1 once 3 gros 63 grains.

Ainsi il y a eu en total 1 gros 52 grains de perte d'humidité qui s'est dissipée.

Le tronc sec a pesé 3 gros 71 grains : ainsi 7 gros 64 grains d'humidité.

Le sang sec, 17 grains $\frac{1}{2}$. Humidité, 62 grains $\frac{1}{2}$.

Le cœur sec, 1 grain $\frac{1}{4}$. Humidité, 4 grains $\frac{3}{4}$.

Le foye sec, 43 grains $\frac{1}{2}$. Humidité, 42 grains $\frac{1}{2}$.

La vesicule du fiel séchée, 1 grain $\frac{1}{2}$. Humidité, 5 grains $\frac{1}{2}$.

La peau sèche, 1 gros 17 grains. Humidité, 3 gros 45 grains.

La tête & la queue sèches, 28 grains $\frac{1}{2}$. Humidité, 49 grains $\frac{1}{2}$.

Un tronc de Vipere écorchée, du poids de 4 gros 54 grains, a fourni par la cuisson 30 grains d'extrait gélatineux. La chair desséchée & séparée des arêtes pesoit 67 grains.

Les arêtes desséchées, 36 grains & demi; par conséquent ce tronc de Vipere contenoit 2 gros 64 grains & demi de flegme. On peut être assuré présentement que le bouillon ordinaire de Vipere ne se charge que d'environ 30 grains de substance de la Vipere, lorsqu'elle ne pèsera que 4 gros 54 grains, & que lorsqu'on prendra la plus petite dose de poudre de Vipere, qui est de 12 grains & demi, ou trois quarts de grain; le trait de la balance pouvant varier; ce sera comme si on employoit 37 grains & demi de chair de Vipere récente. On sçaura aussi par ce même calcul ce qu'on doit trouver de parties gélatineuses, lorsqu'on veut les tirer des troncs des Viperes pour être employées dans les trochisques: car supposé qu'on employe 4 onces de troncs de Viperes nouvellement écorchées, on en tirera une once 14 grains & un quart de grain d'extrait de bouillon ou de chair desséchée, & il s'y trouvera en vertebres ou arêtes sèches 3 gros 33 grains & 3 quarts de grain, & 2 onces 3 gros 24 grains de flegme & d'humidité.

Un foye de Vipere avec son cœur qui pesoient 61 grains, ont donné par l'évaporation du bouillon 3 grains d'extrait gélatineux. Ce foye & ce cœur séchés après la cuisson n'ont plus pesé que 18 grains & $\frac{1}{2}$.

J'ai pris l'extrait du bouillon de 2 onces de Vipere, y compris les cœurs & les foyes: il pesoit 1 gros 36 grains: il a fourni en huile, esprit & sel volatil de figure ammoniacale, 54 grains. Le charbon resté dans la cornue pesoit aussi 54 grains, & sa lessive a donné des marques de sel marin. Les fibres sèches & les arêtes qui pesoient 3 gros 66 grains, ont donné en esprit, en huile, & en sel volatil ammoniacal, 1 gros 54 grains. Le charbon qui ne pesoit que 2 gros 6 grains, a précipité par sa lessive la dissolution du Mercure en blanc.

Analyse
de l'extrait
du Bouillon
de Vipere.

Pour avoir l'analyse complète, j'ai pris des vertebres & des arêtes de Viperes, qui par la cuisson avoient été dépouillées de tout leur suc, & ensuite de toutes leurs fibres, en les lavant à grande eau avec beaucoup de soin pour les

bien nettoyer. Deux onces de ces os bien secs ont donné par l'analyse 2 gros 44 grains d'esprit volatil & d'huile. Le sel volatil qui s'étoit attaché en forme sèche au parois du balon, & qui étoit cristallisé comme le sel volatil d'urine, s'est trouvé peser 70 grains. En poussant le feu encore pendant cinq heures, il y a eu 12 grains de sel volatil en ramifications, semblable à celui que l'on tire de la corne de cerf. J'ai eû 82 grains de sel volatil en forme sèche, de 2 onces d'os de Vipères qu'on auroit dû croire être dénués de tous principes, & cette abondance de sel volatil est égale presque à celle qu'on tire du bois de cerf. La lessive du *caput-mortuum* de ces os n'a point altéré la solution du sublimé corrosif, mais elle a donné seulement quelques indices de soufre.

Cette analyse des arêtes des Vipères prouve que les anciens ont eû raison de faire cuire les Vipères, pour en développer les principes dans les trochisques qu'ils destinoient à la thériaque, & que les vertebres & les arêtes n'ont rien de nuisible, ni même d'inutile dans cet antidote, puisque étant développées & rendues friables par la cuisson, elles y fournissent une matière semblable à la corne de cerf préparée à l'eau. Mais ce qui détermine à les devoir regarder comme utiles dans cette confection, c'est que la précédente analyse démontre qu'elles contiennent presque autant de sel volatil que le bois de cerf.

Pain.

Je terminerai ce Mémoire par l'analyse du Pain, afin de donner une idée de ce que le pain, traité comme les viandes, pourra fournir d'extrait & de parties grossières, par les cuissons répétées en plusieurs eaux, & ensuite de ce qu'il contiendra de principes en l'analysant par les distillations. Mais j'avertis que les opérations sur le Pain varient selon la différence des Pains, selon que la farine en est plus ou moins fine, & aussi selon que le Pain est plus ou moins cuit.

J'ai choisi pour mes principaux essais le Pain de Gonesse, parce qu'il m'a paru qu'il y avoit dans ce Pain moins de mélange de matières hétérogènes, & parce qu'il n'y a dedans ni levûre de bière, ni lait, ni sel. J'ai pris en différents temps

4 onces de ce Pain, le jour du marché, & par conséquent cuit de la veille. J'en ai séparé la croûte, parce qu'elle peut, aussi bien que le degré de la cuisson, accélérer ou retarder l'exsiccation, laquelle se fait plus également sur la mie.

Quatre onces de cette mie bien séchée n'ont plus pesé que 2 onces 7 gros 36 grains.

La mie & la croûte taillées en tranches, comme pour le potage, n'ont pas diminué si considérablement, à cause de la croûte qui est plus sèche, & 4 onces de l'une & de l'autre, séchées au même feu, & pendant le même temps, pesoient 3 onces 6 grains.

L'extract en a été fait avec tout le soin possible, mais on n'en a pû filtrer le bouillon, quoiqu'on eût très-étendu la liqueur. Ainsi j'ai été obligé de le laisser déposer à chaque ébullition, & de mettre à part ce que j'en retirois de plus clair.

Les bouillons clarifiés de la mie de pain se sont réduits par l'évaporation, en un extract gommeux, médiocrement transparent, qui a pesé 6 gros. Son résidu après toutes les lotions & coctions ayant été séché jusqu'à se casser, n'a plus pesé qu'une once 7 gros 54 grains, ou 2 onces moins 18 grains.

Le pain qui avoit sa croûte a fourni, par le même procédé, une once 2 gros 18 grains d'extract; & la masse restée après les ébullitions, pesoit une once 4 gros 54 grains.

Les six gros de l'extract cy-dessus analysés, ont donné du flegme, de l'esprit acide, de couleur orangée, & une huile fétide, qui pesoient ensemble 3 gros. Le *caput-mortuum* pesoit 2 gros. Sa lessive a précipité fort légèrement la dissolution de Mercure dans l'esprit de Nitre; ce qui indiqueroit un léger urineux ou ammoniac, dans lequel l'acide dominerait, puisque cette même lessive n'a rien produit sur la solution du sublimé corrosif.

La pâte séchée, restée de l'ébullition, qui pesoit 2 onces moins 18 grains, a produit les mêmes principes que l'extract, & les liqueurs qu'on en a tirées, pesoient ensemble 7 gros.

30 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

18 grains. Le charbon resté dans la cornuë, pesoit 6 gros
40 grains. Sa lessive n'a rien produit dans les essais.

Par ces expériences, on peut être assuré que dans une livre
de pain de Gonesse, pris le jour du marché, il y aura 3 onces
7 gros 48 grains d'humidité, puisqu'étant séchée, cette livre
ne pesera plus que 12 onces 24 grains; qu'elle fournira
5 onces 1 gros d'extrait, qui, selon les apparences, est la
matière que la digestion en sépare pour la nourriture du
corps, & 6 onces 3 gros de matière grossière.



DISSERTATION

*Sur les moyens dont on s'est servi, & dont on se sert
présentement pour arrêter les Hemorragies causées par
l'ouverture des Veines & des Arteres dans les Playes.*

Par M. PETIT le Médecin.

LORSQUE par quelque cause que ce soit, une veine ou une artere un peu grosse est ouverte ; le sang coule continuellement jusqu'à ce qu'on ait trouvé le moyen de l'arrêter, sans quoy l'homme est dans un péril évident de perdre la vie avec le sang. Il se trouve dans un danger d'autant plus grand que le vaisseau ouvert est plus gros, & que ce vaisseau est une artere plutôt qu'une veine. 1 Février 1732.

Il n'y a pas lieu de douter que le premier secours qui s'est présenté d'abord à l'esprit, a été de comprimer la partie avec la main, & de mettre le doigt sur l'embouchûre du vaisseau. Mais comme le sang recommençoit à couler, aussitôt que l'on cessoit de l'y tenir, à moins que le vaisseau ne fût petit, & plutôt une veine qu'une artere, & même qu'on ne l'y laissât un très-long temps, ce qui est incommodé ; on s'avisâ d'y mettre des compresses de linge, ou des étoupes sèches, ou trempées dans l'eau froide, ou même dans le vinaigre, & de les serrer avec un bon bandage ; mais ce moyen ne réussissoit pas, si ce vaisseau étoit un peu considérable. Il a donc fallu chercher d'autres remedes, on s'est servi de plusieurs sortes de terre, & de sel que l'on s'est imaginé pouvoir arrêter le sang. On a reconnu, par expérience, qu'il y en avoit pour cela de plus propres les uns que les autres ; soit qu'ils coagulent le sang à l'embouchûre du vaisseau, & qu'ils en bouchent le passage, soit qu'ils donnent occasion aux fibres des parties charnuës, de se resserrer & de se mettre dans une forte contraction. On a donné le

nom d'astringents à ces remedes, tels que sont le bol d'Armenie, la terre sigillée, la terre simollée, la craye, le plâtre, la chaux éteinte, l'amidon, la toile d'araignée, la pierre hematite, le cachou, le poil de lièvre, le cotton grillé, la noix de galle, le chalcitis, le vitriol, qu'ils appelloient *chalchantum*^a, le colcotar, l'alun, & d'autres.

Tous ces remedes resserrent très-fort les fibres des chairs & des vaisseaux, & par ce moyen ils en diminuent le volume & les cavités. Cela n'arrive, que parce que ces remedes absorbent facilement l'humidité qui se trouve dans les pores des chairs, dans leurs fibres & entre leurs fibres qui par leur ressort naturel pressent & poussent les parties aqueuses de proche en proche à mesure qu'elles sont absorbées par les astringents; & cela joint à un bandage bien serré qui comprime les chairs & les vaisseaux, aide à resserer d'autant plus leur cavité.

On s'est encore servi des sucres & des gommess de plantes. Tels sont les sucres d'acacia, d'aloès, les gommess de bdellium, de lentise, le sang-dragon, la gomme ammoniac, la résine, &c.

J'avois d'abord crû que ces remedes étoient seulement empastiques, & qu'ils arrêtoient le sang en s'appliquant & s'agglutinant sur l'embouchure des vaisseaux, d'où ils empêchoient le sang de sortir; mais j'ai reconnu qu'ils étoient très-absorbants, comme les expériences que je rapporterai le prouvent.

Hippocrate^b s'est servi de la plupart de ces remedes. Celse^c & Galien^d les ont mis en usage; mais comme ces remedes n'arrêtent pas toujours le sang, parce que leur action est lente, ce qui ne convient guere aux arteres ouvertes un peu considérables, & dans un sang très-coulant & poussé avec force, ils ont quelquefois coupé en travers les vaisseaux qui ne l'étoient pas, & pour lors les extrémités de ces vaisseaux se retirent de chaque côté au dedans des chairs par leur ressort. Ces mêmes chairs comprimées contre les vaisseaux

^a *Eo quod fit a substantia aeris, selon Galien, ou chalcanthus. Voy. Camperius, 163. 4.*

^b *Lib. 5. cap. 1. & 18.*

^c *Lib. 5. cap. 26.*

^d *Meth. medend. lib. 5. cap. 3.*

par des compresses, les obligent de se resserrer & de se boucher eux-mêmes. Si la playe dans laquelle le vaisseau étoit ouvert, étoit faite par un instrument tranchant, ils cousoient les levres de la playe, qui venant à se joindre l'une contre l'autre, bouchaient l'embouchure du vaisseau.

Ils ont fait aussi la ligature des vaisseaux, lorsqu'ils ont pu la faire commodément ; mais lorsqu'ils ont trouvé trop de difficulté, ils ont cautérisé l'embouchure de ces vaisseaux avec le cautere actuel. Ils employoient encore le vitriol calciné, & que nous appellons *colotar*, lorsqu'il est calciné à rougeur, ils le méloient en poudre avec d'autres astringents qu'ils appliquoient sur la playe. Ils aidoient l'action de ces remèdes par l'application des ventouses & des saignées révulsives, pour détourner l'abondance du sang de la partie blessée. Ils ne pansoient les playes que le 3^{me} ou le 4^{me} jour.

Ætius, Paul Æginete, Rhasis, Alfaravivius, Avicenne, Actuarius, Tagaut, enfin presque tous les Médecins qui sont venus depuis Galien jusqu'à présent, se sont servis des mêmes moyens pour arrêter le sang. Il ne paroît pas qu'on ait rien inventé de nouveau à ce sujet. Nous voyons seulement dans Théodoric, dont la Chirurgie a été imprimée en 1490, qu'il s'est servi de sublimé d'arsenic qui arrête, selon lui, subitement le sang. Ce remède fait escharre, mais nous ne voyons pas qu'on ait continué de le mettre en usage pour l'hémorragie ; on a mieux aimé se servir du bouton de vitriol. On se sert en Allemagne & en Hollande de la vessie de loup, qu'ils appellent *bouist*.

On a inventé dans ces derniers siècles plusieurs machines pour comprimer les vaisseaux & suspendre la circulation du sang jusqu'à ce que leurs embouchures fussent consolidées, en sorte que le sang n'en puisse plus sortir.

L'on voit dans l'Arcenal de Chirurgie de Jean Scultet une machine inventée pour comprimer l'artere du poignet ouverte par quelque accident que ce soit. La pièce essentielle de cette machine consiste dans une plaque de fer qui est poussée tant que l'on veut, & assujettie sur l'artere qu'elle

comprime au moyen d'une vis qui passe d'abord à travers une autre plaque immobile qui lui sert de point fixe, le tout monté sur un châssis accommodé à la partie, & telle que la représente Scultet dans les deux figures qu'il en a données. Elle est le fondement & le modèle de plusieurs machines que l'on a imaginées depuis pour suspendre l'hémorragie des artères. C'est peut-être sur le modèle de cette pièce que l'on a inventé une machine pour comprimer l'artère du bras dans l'anéurisme, on la nomme le *ponton de Bourdelot*, parce qu'elle a servi pour l'anéurisme dont ce sçavant Abbé a été atteint.

La pièce essentielle de cette machine n'est différente de celle de Scultet, qu'en ce que celle du ponton de Bourdelot est enveloppée d'un cuir rembouré en pelote, & attachée à l'extrémité de deux demi-circulaires d'acier réunis en angle par une de leurs extrémités, & recourbés de manière qu'ils représentent deux cornes de bœuf, ce qui ne se trouve point à celle de Scultet.

On a inventé au commencement du siècle présent plusieurs autres machines pour suspendre l'hémorragie, dont les pièces essentielles sont semblables à celles du ponton de Bourdelot, & dont je parlerai dans un autre Mémoire. Je me bornerai dans celui-ci à expliquer l'action des astringents. J'ai dit ci-dessus qu'ils absorbent l'humidité qui se trouve entre les fibres des chairs & des vaisseaux. Je vais rapporter des expériences qui prouvent en quelque manière que les chairs enveloppées d'astringents diminuent de poids & de volume.

Bol commun.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton dans une tasse de fayence avec du bol commun. J'ai fait pour cela une couche de bol dans la tasse, j'ai mis le morceau de chair dessus; je l'ai recouvert de bol dont la chair se trouvoit ainsi enveloppée, ce que j'ai exécuté de même dans toutes les expériences suivantes, dans lesquelles j'ai employé des drogues en poudre. J'ai retiré la chair 24 heures après, je l'ai bien nettoyée de tout le bol qui y étoit adhérent. Cette chair

pesoit 14 gros 32 grains, elle avoit diminué d'un gros 40 grains. Je l'ai remis dans la tasse avec le bol, & au bout de 24 heures elle pesoit 13 gros 21 grains, elle a diminué d'un gros 11 grains. Je l'ai remis dans le même bol pendant 24 heures, elle s'est trouvée diminuée d'un gros 3 grains, elle pesoit 12 gros 18 grains. Je l'ai enfin remis pour la quatrième fois dans le bol, elle y a diminué de 42 grains, elle pesoit 11 gros 48 grains; elle avoit diminué en tout de 4 gros 24 grains. Cette chair avoit pour lors un peu de mauvais odeur, elle étoit pourtant un peu sèche en dehors, brune, mais ferme en dedans, moins sèche, & de couleur rouge.

J'ai mis de la même manière 16 gros de chair de mouton avec de la terre sigillée en poudre, je l'ai pesée toutes les 24 heures. Le 1^{er} jour elle pesoit 14 gros 57 grains, elle avoit diminué d'un gros 15 grains. Le 2^d jour elle pesoit 13 gros 45 grains, elle avoit diminué d'un gros 12 grains. Le 3^{me} jour elle avoit diminué d'un gros 14 grains, car elle pesoit 12 gros 31 grains. Enfin le 4^{me} elle pesoit 11 gros 24 grains, elle avoit diminué d'un gros 7 grains, & en tout de 4 gros 48 grains. Elle avoit la même odeur, la même consistance, & la même couleur que la chair mise avec le bol. La chair de cadavre humain m'a donné à peu-près les mêmes changements & les mêmes diminutions.

Terre sigillée.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec du plâtre, de la même manière pendant quatre fois 24 heures. Le 1^{er} jour elle a diminué d'un gros 12 grains. Le 2^d jour d'un gros 15 grains. Le 3^{me} elle a diminué d'un gros 16 grains, & le 4^{me} d'un gros 19 grains; ce qui fait en tout 4 gros 62 grains. Elle avoit la même odeur & la même couleur que la chair des expériences précédentes, mais elle étoit un peu plus sèche, aussi-bien que la chair que j'ai mis avec la chaux éteinte.

Plâtre.

J'ai mis dans une tasse de fayence 16 gros de chair de mouton avec de la chaux éteinte. Le 1^{er} jour elle a diminué de 58 grains. Le 2^d jour elle a diminué de 62 grains. Le 3^{me} jour elle a diminué d'un gros 16 grains, & le 4^{me}

Chaux éteinte.

36 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

d'un gros 8 grains. Elle a donc diminué de 4 gros en quatre fois 24 heures. Il faut remarquer que la chair a moins diminué avec le plâtre & la chaux les deux premiers jours que les deux derniers, ce qui ne se trouve point dans les expériences précédentes, cela m'a engagé de répéter ces expériences.

J'ai mis la même quantité de chair avec du même plâtre, elle a diminué le 1^{er} jour d'un gros 2 1 grains, le 2^d jour d'un gros 6 grains, le 3^{me} jour d'un gros 5 grains, & le 4^{me} d'un gros 2 grains. Elle a diminué en quatre jours de 4 gros 34 grains, c'est 28 grains de moins que la précédente expérience faite avec le plâtre.

J'ai mis aussi la même quantité de chair avec de pareille chaux éteinte. Elle a diminué le 1^{er} jour d'un gros 8 grains, le 2^d jour d'un gros 5 grains, le 3^{me} jour de 6 1 grains, & le 4^{me} de 6 5 grains : c'est en tout 3 gros 67 grains, c'est 5 grains de moins que l'expérience précédente faite avec la chaux. On voit par ces expériences qu'il est bon de répéter celles qui semblent être hors de la règle ordinaire.

Yeux
d'Ecrevisses.

Les yeux d'écrevisses qui sont astringents, ont causé moins de diminution à la chair, elle n'a contracté aucune mauvaise odeur. J'ai mis 16 gros de chair de mouton dans une tasse de fayence avec des yeux d'écrevisses en poudre pendant quatre fois 24 heures. Le 1^{er} jour la chair a diminué de 2 gros 12 grains, le 2^d jour d'un gros 10 grains, le 3^{me} jour de 22 grains, le 4^{me} jour elle a diminué de 3 5 grains : c'est en tout 4 gros 7 grains dont elle a diminué en quatre fois 24 heures. Cette chair étoit ferme & sans odeur. L'on sçait que les yeux d'écrevisses ne sont pas simplement terreux, ils contiennent des parties salines volatiles. Nous verrons dans la suite de ce Mémoire, que tous les sels & leurs fortes dissolutions préservent les chairs de corruption, c'est-à-dire, qu'ils empêchent les principes qui composent les parties intégrantes des chairs de se développer ; mais pour cela il faut que le sel ne soit point trop embarrassé dans les parties terrestres.

J'ai voulu voir ce que produiroit le coton, dont on s'est quelquefois servi pour arrêter le sang. J'en ai fait sécher au feu jusqu'à ce qu'il fût un peu grillé. J'en ai mis avec 16 gros de chair de bœuf. Cette chair a diminué le 1^{er} jour de 61 grains, le 2^d jour de 69 grains, le 3^{me} jour elle a diminué de 50 grains, & le 4^{me} de 42 grains, & en tout de 3 gros 6 grains. Elle étoit molle, un peu gluante, brune en dehors, rouge en dedans, avec un peu de mauvaise odeur. Il me sembloit que la toile d'araignée devoit produire le même effet, & que la chair y prendroit de la mauvaise odeur. Mais l'expérience m'a détrompé. J'ai pris de la toile d'araignée dans ma cave, j'en ai ôté tous les corps étrangers qu'elle pouvoit contenir, je l'ai fait sécher, j'en ai mis en poudre, j'y ai mis 16 gros de chair de mouton. Le 1^{er} jour cette chair a diminué de 2 gros 12 grains, le 2^d jour elle a diminué d'un gros 14 grains, le 3^{me} jour de 68 grains, & le 4^{me} elle a diminué de 58 grains. Elle a diminué de 5 gros 9 grains en quatre fois 24 heures. La chair étoit brune en dehors, rouge en dedans, sans aucune odeur.

Coton,

Toile
d'Araignée.

On ne doutera point que la toile d'araignée ne contienne beaucoup de sel volatil, comme toutes les matières animales; ce sel volatil doit être même assez dégagé, puisqu'il a empêché la chair de se corrompre, ce que n'a pas fait le coton qui est du genre végétal, où pour l'ordinaire les sels sont plus unis avec les autres principes que dans le genre animal. Cette toile d'araignée a absorbé plus d'humidité de la chair qu'aucune des matières terrestres dont j'ai parlé ci-dessus, & plus que les yeux d'écrevisses. Neantmoins les coquilles d'œufs & celles de moules, qui sont des matières animales, ont absorbé autant d'humidité que les yeux d'écrevisses; mais elles n'ont pû garantir la chair de corruption, car le 4^{me} jour cette chair sentoit un peu mauvais, ces matières ont sans doute très-peu de parties salines; la chair a contracté encore une plus mauvaise odeur, lorsque je l'ai mise avec ces mêmes matières calcinées.

En général on s'imaginer bien que les chairs diminuent

d'autant plus de poids, & acquièrent plus de fermeté en temps égaux & en égale quantité, & qu'elles ont moins d'épaisseur: & qu'elles contractent plus ou moins de mauvaise odeur, selon que les matières qu'on employe sont plus ou moins sèches. J'ai remarqué que lorsque j'ai coupé ces morceaux par la moitié, la chair intérieure avoit plus de mauvaise odeur que l'extérieure. Lorsque cette odeur est légère, si l'on les laisse encore plusieurs jours avec les matières terreuses, elles perdent leur mauvaise odeur & se séchent, & cela se fait d'autant plus facilement, si l'on prend le soin d'y mettre tous les jours de nouvelles terres ou de nouveaux sels, ou bien de sécher tous les jours celles dont on se sert. Les chairs diminuent davantage dans un temps chaud & sec que dans un temps froid & humide. La plus grande partie des expériences rapportées dans ce Mémoire ont été faites cet été, qui a été fort chaud.

Il faut encore remarquer que dans la plupart de ces expériences les chairs ont plus diminué les premiers jours que les derniers. Il est rare que les diminutions soient plus fortes les derniers jours que les premiers, & j'ai quelquefois trouvé le contraire en réitérant ces expériences comme je l'ai fait voir ci-dessus.

Pierre
hématite.

La pierre hématite bien pulvérisée, que l'on employe comme un grand astringent, a eu quelque chose de singulier, c'est qu'elle n'a fait diminuer 16 gros de chair de mouton que de 38 grains en quatre fois 24 heures, & elle a diminué le 1^{er} jour de 30 grains, & a commencé à sentir mauvais.

Coralline.

Il y a peu de plantes astringentes qui ayent empêché la chair de prendre une mauvaise odeur. J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec de la coralline en poudre. Le 1^{er} jour la chair a diminué de 44 grains, le 2^d jour de 50 grains, le 3^{me} jour elle a diminué de 60 grains, & le 4^{me} de 62. Elle a diminué seulement de 3 gros en quatre fois 24 heures. Cette chair a commencé à avoir un peu de mauvaise odeur dès le 2^d jour, & sentoît très-mauvais le 4^{me}.

Sumach.

La chair a diminué avec la graine de sumach de 3 gros

67 grains, & n'a pas contracté une si mauvaise odeur. Elle a diminué le 1^{er} jour de 2 gros 5 grains, le 2^d jour d'un gros 12 grains, le 3^{me} jour de 33 grains, & le 4^{me} de 17 grains. Elle a diminué de 4 gros dans une autre expérience.

Les balaustes en poudre ont fait diminuer 16 gros de chair de 5 gros 10 grains. Elle a moins de mauvaise odeur que celle qui a été dans le sumach. La diminution s'est faite à peu-près dans le même ordre que celle du sumach. Balaustes.

La racine de bistorte a produit presque le même effet : la chair y a diminué de 4 gros 67 grains, & a contracté un peu de mauvaise odeur, ce qui n'est point arrivé avec la racine de tormentille, où la chair a diminué de 4 gros 57 grains. Racine
de Bistorte.

On voit par toutes ces expériences que ce n'est pas toujours la diminution de l'humidité dans les chairs, qui empêche qu'elles ne se gâtent, & ne se pourrissent, quoiqu'en général les chairs se pourrissent d'autant plus facilement qu'il y a plus d'humidité. Racine
de
Tormentille.

De tous les astringents végétaux que j'ai employés, j'en ai peu trouvé qui ait absorbé plus d'humidité que la noix de gale. Seize gros de chair mise avec la noix de gale en poudre y ont diminué de 6 gros 19 grains en quatre fois 24 heures. Il s'est fait dès le 1^{er} jour une diminution de 3 gros, le 2^d jour cette chair a diminué d'un gros 50 grains, le 3^{me} jour d'un gros, & le 4^{me} de 41 grains. La chair n'avoit point du tout de mauvaise odeur, la poudre de noix de gale qui touchoit immédiatement à cette chair étoit glutineuse & brune, elle y étoit fort adhérente, & ressembloit par sa consistance à de la gluë, ou à de la gomme fondue. Il paroît par cette expérience, que la noix de gale a quelque chose de gommeux que l'on n'y avoit pas soupçonné. Noix
de Gale.

J'avois toujours crû, comme je l'ai déjà dit, que toutes les gommes & les sucres gommeux des plantes que l'on emploie dans les emplâtres, ne pouvoient arrêter les hémorragies que parce qu'elles sont capables de s'appliquer sur l'embouchure des vaisseaux : mais les expériences suivantes prouvent que ce sont encore de grands absorbants très-

capables de mettre dans une grande contraction les fibres des vaisseaux.

Sang-dragon. J'ai mis 16 gros de chair avec du sang-dragon en poudre. Cette chair a diminué le 1^{er} jour d'un gros 32 grains, le 2^d jour d'un gros 4 grains, elle a diminué d'un gros le 3^{me} jour; & le 4^{me} d'un gros, enforte qu'elle a diminué de 4 gros 36 grains en quatre fois 24 heures. Le sang-dragon devient humide & très-glutineux, il s'attache à la chair dont il faut le séparer avec patience pour pouvoir le peser. Cette chair avoit un peu de mauvaise odeur.

Suc d'Acacia. La chair mise avec le suc d'acacia-vera au poids de 16 gros, a diminué de 7 gros en quatre fois 24 heures. Elle n'avoit aucune odeur.

Aloes. La chair mise au même poids avec l'aloès, a diminué de 6 gros 36 grains en quatre fois 24 heures, & étoit sans odeur. Je n'ai pû peser tous les jours ces deux derniers à cause de la grande adhérence de ces suc avec la chair, & c'est avec beaucoup de temps & de peine que je les ai détachés le 4^{me} jour pour peser la chair.

Gomme Oppoponax. J'ai mis 16 gros de chair avec la gomme oppoponax en larmes, la chair a diminué le 1^{er} jour d'un gros 30 grains, le 2^d jour d'un gros 12 grains; elle a diminué le 3^{me} jour de 49 grains, & le 4^{me} de 38 grains; ainsi elle a diminué de 3 gros 57 grains en quatre fois 24 heures. La chair avoit l'odeur d'opponax seulement, je l'ai laissée encore deux jours dans cette gomme, pendant lesquels elle a encore diminué d'un gros 36 grains.

Poix-Resine. J'ai mis 16 gros de chair dans la poix resine en poudre; elle y a diminué de 5 gros en quatre fois 24 heures, mais moins dans les premiers jours, que dans les deux derniers. Elle a diminué d'un gros le 1^{er} jour, le 2^d jour d'un gros 9 grains; elle a diminué le 3^{me} jour d'un gros 30 grains, & d'un gros 33 grains le 4^{me} jour; elle sentoît pour lors fort mauvais.

Storax. La chair mise avec le storax avoit un peu de mauvaise odeur, elle avoit pourtant diminué de 5 gros en quatre fois

24 heures; néanmoins la même quantité de chair mise avec du benjoin, n'a contracté aucune mauvaise odeur, quoiqu'elle n'ait diminué que de 3 gros 48 grains, ce qui est arrivé de même à la gomme opponax : toutes ces chairs étoient fermes & rouges en dedans. Les suc d'acacia & d'aloës ont causé plus de diminution à la chair, que les gommes & les résines dont j'ai parlé; la gomme arabique & le sucre ont produit le même effet.

J'ai mis 16 gros de chair de Mouton avec la gomme arabique en poudre, elle a diminué le 1^{er} jour de 2 gros, le 2^d jour de 2 gros 2 grains, le 3^{me} jour de 2 gros 50 grains, & le 4^{me} de 42 grains; elle a diminué de 7 gros 22 grains en quatre fois. 24 heures. La gomme s'est détachée de cette chair très-difficilement; la chair étoit sans odeur, & très-ferme, & d'un beau rouge dehors & dedans.

Gomme
arabique.

La même chose est arrivée à la chair mise avec du sucre en poudre; car elle a diminué de 7 gros 10 grains, mais différemment. Le 1^{er} jour elle a diminué de 3 gros 5 grains, le 2^d jour de 2 gros 10 grains, le 3^{me} jour d'un gros 2 grains; & le 4^{me} de 65 grains : elle étoit d'un beau rouge & sans odeur; ainsi l'on peut bien mettre la gomme arabique & le sucre au nombre des astringents.

Sucre.

Venons présentement aux expériences que nous avons faites sur les sels. On a employé fort souvent les vitriols pour l'hémorragie, & principalement le vitriol verd calciné, & le vitriol bleu : c'est par eux que je vais commencer.

J'ai pris 16 gros de chair que j'ai mis dans une tasse de fayence avec du vitriol verd calciné à blancheur tirant sur le jaune. Je l'ai laissé 24 heures, au bout desquelles j'ai retiré la chair; je l'ai bien essuïée avec un linge pour en ôter tout le vitriol & toute l'humidité, elle pesoit 13 gros; elle est donc diminuée de 3 gros en 24 heures. Je l'ai remise dans la tasse avec le même vitriol, & l'ayant retirée au bout de 24 heures, & bien essuïée, elle s'est trouvée diminuée d'un gros 51 grains; la chair étoit ferme au dehors, molle au dedans, & sans odeur. Je l'ai remise dans le vitriol, & au bout

Vitriol verd
calciné.

42 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

de 24 heures elle étoit diminuée d'un gros 8 grains. Le vitriol étoit humide, j'y ai remis la chair pour la quatrième fois, elle y a diminué de 62 grains en 24 heures; elle a diminué en tout de 6 gros 19 grains en quatre fois 24 heures; la chair étoit sans odeur, sèche en dehors, quoique le vitriol fût très-humide, elle étoit molle en dedans, & d'un beau rouge foncé. J'ai suivi le même procédé dans toutes les expériences sur les fels.

Vitriol verd
qui n'est point
calciné.

J'ai fait cette expérience avec du vitriol verd en poudre, qui n'étoit point calciné, il s'en est fallu presque le tiers que la diminution de la chair ait été aussi forte. Seize gros de chair de mouton ont diminué le 1^{er} jour de 2 gros 68 grains, le 2^d jour de 61 grains, le vitriol étoit humecté, il y avoit même un peu de liquide; la diminution a été le 3^{me} de 37 grains, & le 4^{me} jour elle a été de 35 grains; elle a diminué de 4 gros 57 grains en quatre fois 24 heures. J'avois mis avec le mouton 16 gros de bœuf, la diminution a été de 4 gros 67 grains, qui est 10 grains de plus, ce qui m'avoit donné lieu de croire que le bœuf diminuë plus que le mouton. Mais j'ai trouvé la même chose avec le mouton, lorsque j'en ai mis plusieurs morceaux, comme nous le verrons dans quelques expériences suivantes.

Pour revenir à nôtre expérience, ces chairs étoient fermes au dehors, molles en dedans, & tant soit peu vertes, tirant sur le rouge, sans aucune odeur.

Vitriol bleu.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec du vitriol bleu en poudre. Le 1^{er} jour cette chair a diminué de 2 gros 10 grains, le 2^d jour de 64 grains, elle a diminué le 3^{me} jour d'un gros 35 grains, & le 4^{me} de 35 grains: elle a donc diminué de 5 gros en quatre fois 24 heures. Cette chair étoit sans odeur, bleuë en dehors & en dedans, le vitriol étoit humide. J'ai laissé encore quatre jours la chair avec le vitriol, elle s'est trouvée diminuée toutes les 24 heures, en sorte que la chair ne pesoit plus que 10 gros. Cette expérience réitérée a donné à peu-près le même poids.

Vitriol blanc.

Quoiqu'on ne se serve pas de vitriol blanc dans les hé-

morragies, j'ai voulu néanmoins voir l'effet qu'il produiroit. J'ai donc mis 16 gros de chair de mouton avec du vitriol blanc en poudre. Le premier jour elle a diminué de 2 gros 45 grains, & le 2^{me} jour d'un gros; elle a diminué le 3^{me} jour de 65 grains, & le 4^{me} de 40 grains: elle a donc diminué de 5 gros 6 grains en quatre fois 24 heures. Une autre fois la chair a diminué de 5 gros 20 grains. Elle avoit l'odeur de hareng saur, elle étoit très-ferme, jaunâtre en dehors, & rouge en dedans, le vitriol humecté, mais très-peu. J'ai remis dans le même vitriol cette chair pendant six jours, elle y a diminué d'un gros 34 grains, & en tout de 6 gros 40 grains, elle ne pesoit que 9 gros 32 grains.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec de l'alun de roche en poudre; elle a diminué le 1^{er} jour de 3 gros 2 grains, & le 2^d jour de 2 gros, ainsi elle a diminué de 5 gros 2 grains en deux fois 24 heures, mais le 3^{me} jour elle s'est trouvée augmentée d'un gros 2 grains; elle pesoit 12 gros, & elle étoit encore augmentée le 4^{me} jour de 62 grains. Cette chair étoit grise en dehors, rouge en dedans, très-ferme, & sans aucune odeur, elle n'est donc augmentée en deux jours que d'un gros 64 grains.

Alun
de roche.

J'ai mis trois morceaux de chair de mouton, pesant chacun 16 gros, dans la même jatte de fayence, avec du sel commun bien pilé & bien sec, je les ai pesés tous les 24 heures. Ils étoient distingués par des fils. Le premier a diminué le 1^{er} jour de 3 gros 21 grains. Il a diminué le 2^d jour de 43 grains seulement, il a donc diminué en deux fois 24 heures de 3 gros 64 grains. Le 3^{me} jour il a augmenté de 25 grains, & le 4^{me} de 8 grains. Cette augmentation n'a été que de 33 grains en deux fois 24 heures.

Sel commun,

Le second morceau a diminué le 1^{er} jour de 3 gros 12 grains, le 2^d jour de 39 grains, c'est en tout 3 gros 51 grains, puis il a augmenté le 3^{me} jour de 20 grains, & le 4^{me} de 17 grains, c'est 37 grains dont ce morceau a augmenté.

Le 3^{me} morceau a diminué le 1^{er} jour de 2 gros 66 grains, mais le 2^d jour il a augmenté de 2 grains, le 3^{me} jour de

7 grains, & le 4^{me} jour de 39 grains, c'est 48 grains dont il a augmenté en trois fois 24 heures.

On voit par cette expérience que les chairs ont d'abord diminué de poids, & qu'elles ont ensuite augmenté comme il est arrivé à l'alun.

La diminution ne vient certainement que de ce qu'une partie de l'humidité a passé dans le sel, mais en même temps une portion du sel est entrée dans les chairs, & c'est ce que l'expérience confirme. Si on coupe un morceau de chair qui a été 24 heures dans le sel commun, on trouve que la couleur de la chair a changé intérieurement, & qu'à l'ieu d'être rouge, elle se trouve grise de l'épaisseur d'une ligne, de deux lignes, & quelquefois plus; que le 2^d jour le sel a pénétré davantage, & a continué de pénétrer encore plus les jours suivants. Si l'on goûte cette chair intérieure le 1^{er} jour, elle est salée, si la chair a été dans le sel commun: mais celle qui a été dans l'alun, a le goût d'alun, & est d'un brun rouge; celle qui a été dans le vitriol-vert est verdâtre, & a le goût de vitriol-vert; elle est bleuë dans celle qui a été dans le vitriol bleu. Ces sels ne peuvent pénétrer les chairs qu'ils n'y soient portés par un véhicule, *salia non agunt, nisi dissoluta*. Ce véhicule est l'humidité qui sort des chairs, & dissout le sel, au moyen de laquelle il pénètre les pores des chairs, sans cela on trouveroit une plus grande diminution à la chair, mais toute l'humidité ne pénètre pas, il en reste la plus grande partie dans les sels. Plus les sels sont capables de se charger d'abord de cette humidité, plus il en rentre dans les chairs, ce qui doit augmenter d'autant plus le poids des chairs; ainsi il doit être entré une plus grande quantité de sel dans la chair le 3^{me} & le 4^{me} jour, qu'il n'en est sorti de parties aqueuses, & le sel qui s'y introduit doit être en plus grande quantité que la liqueur qui lui sert de véhicule: mais en quelque petite quantité que soit cette liqueur, elle y est pourtant nécessaire pour l'augmentation du poids. Si l'on prend la précaution de sécher tous les jours le sel, ou bien si on en met de nouveau à la place de celui qui est humecté, la chair diminuë toujours de poids.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec du sel marin Sel marin
 bien sec, je l'ai changée tous les jours en y mettant de nouveau sel. Le 1^{er} jour la chair s'est trouvée diminuée de 4 gros 2 grains, le 2^d jour elle a diminué de 3 2 grains, le 3^{me} jour de 3 6 grains, & le 4^{me} de 3 0 grains, elle a donc diminué de 5 gros 28 grains en quatre jours.

J'ai fait la même expérience avec l'alun renouvelé tous Alun
 les jours. Le 1^{er} jour la chair a diminué de 3 gros, le 2^d jour de 2 gros 4 grains, le 3^{me} jour de 4 0 grains, & le 4^{me} de 2 4 grains. Elle a diminué de 5 gros 68 grains en quatre jours.

Quoique les vitriols se soient chargés d'humidité, ils n'ont point augmenté le poids de la chair le 3^{me} ni le 4^{me} jour, mais il faut prendre garde qu'ils se sont simplement humectés, & qu'ils ne se sont pas liquéfiés, il n'y a que le vitriol verd qui n'a point été calciné, qui s'est très-peu liquéfié, ce qui est cause qu'il a beaucoup moins diminué la chair que le même vitriol calciné. Voici encore une preuve que c'est l'humidité chargée de sel qui rentre dans la chair qui en augmente le poids.

J'ai pris de la dissolution de vitriol verd très-forte, elle Dissolution
de Vitriol,
très-forte.
 contenoit cinq parties de vitriol sur huit parties d'eau, c'est ce qu'elle en peut tenir en dissolution à froid. J'y ai mis 16 gros de chair de bœuf, cette chair a diminué le 1^{er} jour de 8 4 grains, & le 2^{me} jour de 4 4 grains, elle a donc diminué d'un gros 5 6 grains en 48 heures. Le 3^{me} jour elle a augmenté de 4 grains, & le 4^{me} jour de 1 6 grains. Dans d'autres expériences faites avec la même dissolution, la chair a quelquefois augmenté le 1^{er} jour, & diminué le 2^d jour, puis elle a augmenté le 3^{me} jour & le 4^{me}.

J'ai mis 16 gros de chair dans une forte dissolution de Dissolution
de Sel marin,
forte.
 sel marin, c'est-à-dire, qui contenoit une partie de sel marin sur trois parties d'eau. La chair a diminué le 1^{er} jour de 2 2 grains, mais elle a augmenté le 2^d jour de 2 6 grains, le 3^{me} jour de 5 3; elle a augmenté le 4^{me} jour de 1 6 grains.

Dans une autre expérience je n'ai mis qu'une partie de Dissolution
de Sel marin,
foible.
 sel sur sept parties d'eau. La chair a augmenté dès le 1^{er} jour

46 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

de 44 grains, le 2^d jour de 46 grains, le 3^{me} jour de 31 grains, & le 4^{me} de 5 grains, ce qui fait en tout un gros 54 grains dont elle a augmenté. Ces expériences prouvent bien que la quantité de liqueur jointe au sel, produit l'augmentation du poids de la chair.

Diffolution
d'Alun.

La dissolution d'alun qui ne contenoit qu'une partie d'alun sur sept parties d'eau, qui est tout ce qu'elle en peut tenir en dissolution à froid, a fait diminuer 16 gros de chair, le 1^{er} jour, de 22 grains, mais le 2^d jour elle a augmenté d'un gros, le 3^{me} jour de 52 grains, & le 4^{me} de 6 grains seulement.

Dans d'autres expériences que j'ai faites avec la même dissolution, les chairs ont augmenté de poids les deux premiers jours, puis elles ont diminué les deux derniers; j'ai même une expérience où la chair n'a ni diminué ni augmenté le 4^{me} jour.

Diffolution
de Vitriol
bleu.

La forte dissolution de vitriol bleu qui contenoit une partie de ce vitriol sur deux parties d'eau, a fait une diminution plus forte le 1^{er} jour que la dissolution des autres vitriols, du sel marin & de l'alun. J'ai mis 16 gros de chair de mouton dans cette dissolution de vitriol bleu, la chair a diminué le 1^{er} jour de 3 gros 11 grains, & de 61 grains le 2^d jour, en sorte qu'en deux jours elle a diminué de 4 gros; elle a augmenté le 3^{me} jour de 19 grains, & le 4^{me} de 32 grains.

Mais dans d'autres expériences faites avec la même dissolution, la chair a moins diminué le 1^{er} & le 2^d jour, & a plus augmenté le 3^{me} & le 4^{me} jour.

Diffolution
de Vitriol
blanc.

La dissolution forte de vitriol blanc, qui contenoit deux parties de vitriol sur trois parties d'eau, a diminué 16 gros de mouton pendant les trois premiers jours de 2 gros 44 grains; le 1^{er} elle a diminué d'un gros 63 grains, le 2^d jour de 18 grains, le 3^{me} jour de 35 grains, c'est 2 gros 44 grains en trois jours: elle a augmenté le 4^{me} jour de 20 grains. Dans une autre expérience la chair a diminué le 1^{er} jour d'un gros 30 grains, le 2^d de 26 grains, & le 3^{me} de 10 grains; elle

a diminué en tout de 2 gros 66 grains; elle a augmenté de 18 grains le 4^{me} jour.

Je pourrois rapporter bien d'autres expériences faites sur différents sels, pour prouver que l'augmentation de poids dans les chairs ne vient que du sel qui s'y introduit par le moyen de l'eau qui lui sert de vehicule, mais je crois que celles que je viens d'exposer suffisent.

Après avoir donné les expériences que j'ai faites sur les terres, les gommés & les sels, je vais donner celles que j'ai faites sur les esprits volatils, tant acides que sulfureux. Pour ce qui regarde les esprits acides, on ne peut les employer purs, à moins qu'ils ne soient très-foibles, comme sont quelques esprits de vitriol qui ne sont point rectifiés. Les esprits de nitre & de sels purs, aussi bien que l'huile de vitriol, eussent la chair de manière qu'ils la reduisent, pour ainsi dire, en pâte.

Il a donc fallu affoiblir ces esprits avec de l'eau à proportion de leur force.

J'ai mêlé 4 onces de bon esprit de sel avec 2 onces d'eau Esprit de Sel. commune, que j'ai mises dans un poudrier de verre avec trois morceaux de chair de mouton, pesant chacun 16 gros : je les ai distingués par des fils que j'y ai attachés. Je les ai pesés tous les 24 heures pendant quatre jours. Le premier morceau est diminué le 1^{er} jour d'un gros 40 grains, le 2^d jour de 22 grains, le 3^{me} jour de 63 grains, & le 4^{me} jour de 6 grains : il a diminué de 2 gros 56 grains en quatre jours.

Le second morceau est diminué le 1^{er} jour d'un gros 40 grains, le 2^d jour de 36 grains, le 3^{me} jour de 10 grains, & le 4^{me} jour de 21 grains : il a diminué de 2 gros 35 grains en quatre jours.

Le troisième morceau est diminué le 1^{er} jour d'un gros 47 grains, le 2^d jour de 6 grains, le 3^{me} jour de 21 grains, & le 4^{me} jour de 27 grains : il a diminué en tout de 2 gros 29 grains en quatre jours. Ces morceaux de chair avoient l'odeur de la viande cuite; ils étoient fermes, & de couleur cendrée.

Voilà trois morceaux qui ont diminué chacun d'une manière différente les uns des autres, quoiqu'ils eussent été coupés tous trois de la même pièce, & qu'ils ayent trempé en même temps dans la même liqueur. Nous avons vû ci-dessus la même chose dans trois morceaux de chair que nous avons mis avec le sel commun; ce qui me paroît dépendre de ce que dans chacun de ces trois morceaux, il y a de la chair de differents muscles dont le tissu des fibres est plus serré dans certains muscles que dans d'autres : cela est encore occasionné parce qu'il y a plus de parties tendineuses dans les uns que dans les autres, & les tendons contiennent moins d'humidité que les parties charnuës; ainsi il ne faut pas s'attendre de voir précisément les mêmes diminutions que j'ai trouvées, quoiqu'on prenne la même quantité de chair, & les mêmes matières dont je me suis servi. Les expériences faites dans des temps chauds doivent estre un peu différentes de celles qui sont faites dans des temps froids; mais toutes ces différences sont peu considérables.

Esprit
de Nitre.

Le mélange de bon esprit de nitre avec égale partie d'eau, n'a pas produit une plus grande diminution que l'esprit de sel; mais la chair a diminué davantage avec le mélange d'huile de vitriol & d'eau, quoiqu'il y eût trois fois autant d'eau que dans le mélange d'esprit de nitre, & six fois autant que dans l'esprit de sel.

Huile
de Vitriol.

J'ai mêlé une once d'huile de vitriol distillée clair, bien concentrée & très-pefante, elle est à l'eau comme 28 à 15, avec 3 onces d'eau. Je l'ai mise dans un poudrier de verre avec 16 gros de chair de bœuf, elle étoit diminuée 24 heures après d'un gros 60 grains, le 2^d jour elle étoit diminuée de 24 grains, le 3^{me} jour de 31 grains, & le 4^{me} de 28 grains; elle a donc diminué de 3 gros 11 grains en quatre fois 24 heures : la chair étoit ferme, pâle dedans & dehors. Si l'on ne met qu'une once & demie d'eau avec une once de cette huile de vitriol, la chair se cuit en deux ou trois jours, en sorte qu'elle se brise & s'étend sous les doigts comme
de

de la cire molle. Tous ces esprits acides ne prennent aucune teinture avec les chairs.

L'esprit de vin a fait à peu près la même diminution. J'y ai mis 16 gros de chair de mouton, elle s'est trouvée diminuée au bout de 24 heures de 2 gros 10 grains, le 2^d jour elle a diminué de 3 5 grains, le 3^{me} de 24 grains, & le 4^{me} de 5 5 grains; elle a diminué en quatre jours de 3 gros 5 2 grains: la chair étoit ferme, pâle, & n'a donné aucune teinture à l'esprit de vin. J'ai trouvé dans une seconde expérience, que la chair n'a diminué que de 3 gros 19 grains.

Esprit de Vin.

J'ai mis la même quantité de chair dans l'esprit de vin tartarisé, elle a diminué en quatre jours de 4 gros 8 grains.

Esprit de Vin.
tartarisé.

L'esprit de vin camphré a produit la même diminution; elle a diminué en tout de 4 gros 3 grains. La chair s'est trouvée de même consistance & de même couleur dans l'esprit de vin tartarisé, & l'esprit de vin camphré, que dans le simple esprit de vin, & tous ces esprits n'ont pris aucune couleur. Ces expériences varient comme la précédente, non-seulement par rapport aux chairs, comme nous l'avons dit, mais encore par rapport à la force des esprits, & de leur impregnation de sel, de camphre, &c.

Esprit de Vin.
camphré.

De toutes les expériences rapportées dans ce Mémoire, on peut établir en général deux especes d'astringents. Les premiers absorbent simplement l'humidité, & ne laissent échapper aucunes parties salines ou autres qui puissent s'introduire dans les chairs, & les empêcher de contracter une mauvaise odeur. C'est ce que nous avons remarqué dans toutes les matières terreuses, dans la plupart des plantes astringentes, dans quelques gommes & résines, & dans quelques matières animales dont nous avons parlé.

Les astringents de la seconde espece absorbent l'humidité, mais leurs parties salines & sulfureuses se dégagent, pénètrent la substance des chairs, & les préservent de corruption, c'est ce que nous avons vu dans les chairs mises avec des plantes astringentes, des gommes & des parties animales, ce qui a été prouvé par les expériences faites avec les sels & les esprits

50 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
acides & sulfureux, que nous avons rapportées, mais encore
avec beaucoup d'autres plantes & sels.

Mais dans toutes les expériences que j'ai rapportées sur
les sels; les vitriols & l'alun qui sont reconnus pour les sels les
plus astringents, ont absorbé le plus d'humidité; & quoique
ces sels s'introduisent dans les chairs, & doivent par conséquent
en augmenter le poids, les chairs deviennent constamment
plus légères dans le même temps qu'il s'y introduit des parties
salines; il faut donc qu'il s'échappe plus d'humidité des chairs,
qu'il n'y entre de parties salines accompagnées de parties
aqueuses. Nous avons remarqué que la chair augmente de
poids dans l'alun & le sel commun le 3^{me} & le 4^{me} jour,
nous en avons donné les raisons ci-dessus *.

* p. 47.

J'aurois pû abbreger plusieurs de ces expériences, en mar-
quant seulement la quantité dont ces chairs ont diminué &
augmenté en quatre jours, mais ces diminutions & ces aug-
mentations ont été bien différentes les unes des autres dans
les différentes expériences; j'ai crû qu'on pourroit en tirer des
conséquences particulières, lorsque l'on en recherchera les
causes, ce qui m'a obligé de ne point négliger le détail des
diminutions & des augmentations qui sont arrivées chaque
jour.

Tous ces astringents doivent absorber plus d'humidité, &
agir plus efficacement sur les parties d'un corps vivant, qui
sont chaudes, & toujours prêtes à se mettre en contraction
par les esprits animaux qui y coulent incessamment.

Ces expériences pourront engager les praticiens qui seront
obligés de se servir des astringents, à choisir ceux dans lesquels
la chair n'a contracté aucune mauvaise odeur, ou du moins
ceux dans lesquels elle en a le moins contracté principale-
ment en Été.



SUR LA PARALLAXE DE LA LUNE.

Par M. GODIN.

LA Parallaxe d'un Astre est l'angle sous lequel le demi-^{6 Janvier 1732.} diamètre de la Terre seroit vû du centre de cet Astre ; elle varie suivant les distances de l'Astre à la Terre & suivant ses différentes hauteurs sur l'horison ; à même distance de la Terre, la parallaxe horizontale est la plus grande de toutes, & étant une fois connuë, on en déduit aisément celles qui à la même distance de la Terre conviennent à tous les degrés de hauteur sur l'horison.

Il est important de connoître la parallaxe horizontale de la Lune ; c'est sur cet élément qu'est fondé le calcul des Eclipses, & elle sert outre cela à trouver la distance de la Lune à la Terre. Voici quelques méthodes pour la déterminer immédiatement par les observations, avec une grande facilité & toute l'exactitude qu'on peut espérer.

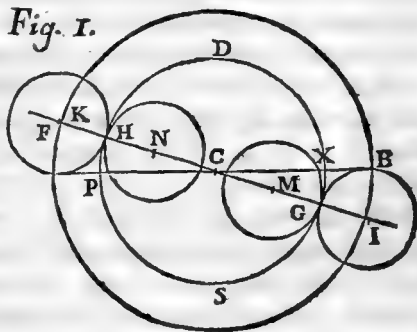
La Parallaxe horizontale de la Lune pour un temps donné, ou pour un point quelconque de son orbite, est égale à la somme du demi-diamètre de l'ombre de la Terre, vû dans l'orbe de la Lune, & du demi-diamètre apparent du Soleil dans le même temps diminué de sa parallaxe horizontale. Cette Règle, qui est de l'invention de Képler, est démontrée en plusieurs endroits. Je suppose néanmoins ici pour plus de facilité que le Soleil n'a point de parallaxe sensible, & que son demi-diamètre vû de la Terre ou de la Lune ne diffère pas sensiblement ; il sera aisé, si l'on veut, d'avoir égard à la différence que cette supposition pourroit causer dans la parallaxe horizontale de la Lune. Je suppose encore que l'ombre dans laquelle la Lune est plongée dans le temps de l'Eclipse, & dont les bords apperçûs sur ceux de la Lune

indiquent le commencement ou la fin de l'Eclipsé, est la véritable ombre du Globe de la Terre, quoique je sçache bien qu'elle est en effet l'ombre formée par le Globe de la Terre environné d'une Atmosphere, & qu'il faudroit par cette raison diminuer le diametre de l'ombre que je trouverai par les méthodes suivantes, ou la parallaxe horisontale de la Lune que j'en déduirai, de la quantité dont l'ombre observée est augmentée à cause de l'Atmosphere terrestre; mais comme cette quantité est encore inconnue, j'ai mieux aimé la négliger dans des méthodes qui sont générales, sauf à faire cette correction lorsqu'on aura pû la déterminer par des observations, & qu'on voudra construire effectivement une Table des Parallaxes de la Lune.

Première Méthode.

Soit $SDPG$ l'om- *Fig. I.*

bre de la Terre dans l'orbe de la Lune, BP l'Ecliptique, & IF l'orbite de la Lune, dont le nœud se trouve au centre C de l'ombre dans le temps d'une opposition; en ce cas, l'Eclipsé de Lune sera centrale; soit aussi BX



égale au demi-diametre du Soleil au temps de cette opposition, CB en négligeant la parallaxe du Soleil sera la parallaxe horisontale de la Lune pour le point de son orbite où elle est au temps de cette opposition. Dans ce cas d'une Eclipsé centrale, il est fort aisé de trouver la valeur de cette parallaxe CB ; car puisque IF est l'orbite de la Lune, lorsque l'Eclipsé commencera au point G , le centre de la Lune sera en I , & de même ce centre sera en F , lorsque l'Eclipsé finira au point H . De plus ce centre sera en M au moment de l'immersion totale, & en N au moment de l'émerfion: mais

par l'observation de ces quatre phases on aura en temps les valeurs de IF & de MN . Pour les connoître en parties de cercle, on se servira du mouvement horaire de la Lune au Soleil au temps de cette Éclipse, que l'on peut avoir immédiatement & indépendamment de ce que l'on cherche ici : & l'on fera cette règle :

Comme $3600''$ d'heure $= 1^h$ du mouvement horaire de la Lune au Soleil réduit en secondes,

Ainsi IF ou MN en secondes d'heure
est à IF ou MN en secondes de degré.

On aura donc IC & MC leurs moitiés en secondes de degré ; mais ajoutant à MC le demi-diamètre horisontal de la Lune connu en secondes de degré, on aura CG demi-diamètre de l'ombre, & de CI ôtant ce même demi-diamètre IG , on aura encore CG ou CX , à quoi ajoutant XB , on aura la parallaxe horisontale de la Lune.

Dans cette recherche les observations de l'immersion & de l'émerison doivent être préférées à celles du commencement & de la fin, à cause de la difficulté de distinguer précisément celles-ci.

On peut encore employer deux phases égales observées en doigts vers le commencement & vers la fin de l'Éclipse ; si les phases sont de fix doigts, la moitié de la différence entre les deux instants de l'observation, étant convertie en secondes de degré, est elle-même le demi-diamètre de l'ombre, parce que dans la phase de 6 doigts le centre de la Lune est au bord de l'ombre : si les phases sont de moins que 6 doigts, ayant converti en secondes de degré la différence entre les moments des observations, on ôtera de la moitié de cette différence le supplément à 6 doigts de la phase observée, lequel supplément on réduira auparavant en secondes de degré par le moyen du diamètre de la Lune qu'on connoît par observation. Si au contraire les phases sont de plus de 6 doigts, on ajoutera à cette moitié de l'intervalle en temps réduit en parties de cercle, la différence de la phase observée à 6 doigts.

réduite comme je viens de dire. Dans ces deux cas la différence ou la somme sera le demi-diametre de l'ombre, d'où on déduira la parallaxe horifontale de la Lune.

Mais comme il est presque impossible qu'il y ait une Eclipse absolument centrale, & que la Lune a toujours quelque latitude dans ses oppositions avec le Soleil, on pourroit employer quelques corrections à la méthode précédente suivant les différentes distances du nœud au point *C* de l'opposition, ou, ce qui est la même chose, suivant les différentes latitudes de la Lune, & aussi suivant les différentes phases que l'on observeroit; mais il faudroit pour employer ces corrections avec précision, être sûr de la latitude de la Lune dans son opposition, ce qui n'est pas sans difficulté; c'est ce qui fait que quoique j'aye une Table de ces corrections pour les phases de 0, 3, 6, 9 & 12 doigts, & jusqu'à 15' de latitude de la Lune, je n'en ajouterai rien davantage à présent, d'autant plus que j'en pourrai déduire dans une autre occasion une méthode *a posteriori*, de déterminer la latitude de la Lune dans ses oppositions éclipitiques quelconques.

Seconde Méthode.

On peut trouver la parallaxe horifontale de la Lune par l'observation d'une seule phase, telle qu'elle soit. Si on la prend vers 6 doigts, on aura la parallaxe avec plus de précision.

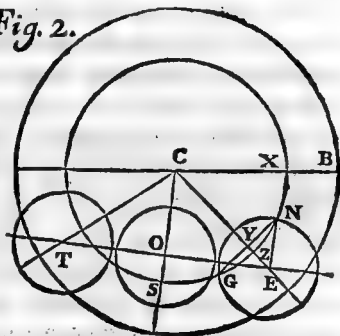
Figure 2.

La lettre *Y*
est commune aux
deux points au-
près desquels
elle est placée.

Soit une phase *Y* dont on mesure avec le Micrometre le diametre *YZ*, & la distance *GN* entre les cornes de cette phase; on aura donc *YZ* & *GN* ou sa moitié *YN* en secondes de degré. Mais à cause du triangle rectangle *YNE*, si du quarré de *EN* demi-diametre de la Lune, on ôte le quarré de *YN*, il restera le quarré de *EY*, & par conséquent on aura la valeur de *EY*, on aura donc aussi *ZY*; & si l'on fait comme *ZY* à *YN*, ainsi *YN* a un 4.^{me} terme; ajoutant à ce 4.^{me} terme la grandeur *ZY*, la somme sera le diametre entier de l'ombre, d'où l'on déduira la parallaxe horifontale de la Lune.

Mais cette méthode, toute simple qu'elle est, ne donnera pas apparemment une grande précision, à cause que YZ sera toujours fort petite par rapport au diamètre entier de l'ombre. C'est pourquoi il y a lieu de croire qu'on s'en tiendra aux deux méthodes qui suivent, & qui sont très-faciles dans la pratique : l'une est pour les Éclipses partiales, & l'autre pour les totales. Je n'y employe que les observations qu'on a coutume de faire dans les Éclipses, & sur-tout je n'y fais aucun usage du commencement ni de la fin, à cause que ces phases sont trop incertaines.

Fig. 2.



Troisième Méthode pour les Éclipses partiales.

Je choisis deux phases égales observées vers le commencement & vers la fin de l'Éclipse, le centre de la Lune étant en E dans la première phase, & en T dans la seconde. Par la distance en temps entre ces deux phases, on trouve la grandeur ET , & la moitié EO en temps & en parties de degré comme dans la première méthode. Par la phase observée YZ comparée au demi-diamètre de la Lune YE , on a ZE , & par la plus grande phase observée en S , on trouve OS , qui sera toujours la différence entre la grandeur de l'Éclipse & le demi-diamètre de la Lune.

Figure 2.

Ces choses étant connues, on fera une somme du carré de EO & de celui de SO , & ôtant de cette somme le carré de ZE , on divisera le reste par la somme de ZE & de SO dans les Éclipses de plus de 6 doigts, & au contraire par la différence de ZE à SO dans les Éclipses moindres que 6 doigts ; enfin dans les Éclipses qui seroient exactement de 6 doigts, SO deviendrait nulle, & par conséquent il n'y auroit qu'à diviser la différence du carré de EO au carré de ZE par ZE seule.

Dans tous ces cas on aura au quotient le diamètre entier de l'ombre, dont la moitié ou le demi-diamètre servira à trouver la parallaxe horizontale de la Lune comme on a fait ci-devant.

Démonstration. COE est un triangle rectangle. Soit CS ou CZ (x). EO (a). OS (b). ZE (c). CE fera $x + c$. On aura donc $CE^2 - EO^2 = OC^2$, c'est-à-dire, pour les Eclipses de plus de 6 doigts, ou $CO = CS - SO$ ($x - b$)

$$xx + 2cx + cc - aa = xx - 2bx + bb;$$

D'où l'on tire $2x = \frac{aa + bb - cc}{c + b}$.

2.^o Pour les Eclipses de moins de 6 doigts, ou $CO = CS + SO$ ($x + b$)

$$xx + 2cx + cc - aa = xx + 2bx + bb;$$

D'où l'on tire $2x = \frac{aa + bb - cc}{c - b}$.

3.^o Pour les Eclipses de 6 doigts justes, ou $CO = CS$ (x)

$$xx + 2cx + cc - aa = xx;$$

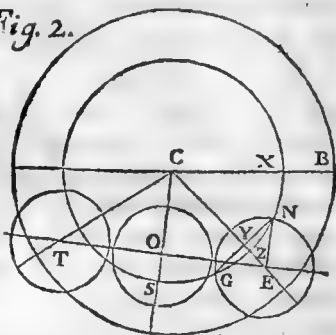
D'où l'on tire $2x = \frac{aa - cc}{c}$.

Quatrième Méthode pour les Eclipses totales.

Figure 3.

Soit C le centre de l'ombre, CR ou CB son demi-diamètre. Je choisis une phase AB observée vers le commencement de l'Eclipse, le centre de la Lune étant en D sur son orbite DO ; & soit une autre phase semblable observée vers la fin de l'Eclipse. Si l'on a observé l'immersion totale, le centre de la Lune étant en P & l'émerison; par le temps observé entre les deux phases semblables, on aura en secondes de degré la grandeur DO , & par l'immersion & l'émerison la grandeur PO . Cela posé,

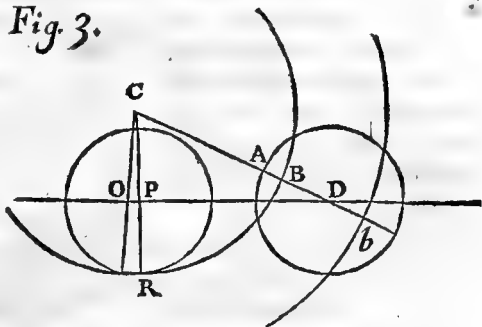
Faites



Faites une somme des quarrés de *Fig. 3.*

DO & de *PR*,
 qui est le demi-
 diamètre observé
 de la Lune, ôtés
 de cette somme les
 deux quarrés de
PO & de *DB*;
 le reste étant di-
 visé par la somme

de PR & de DB , si la phase observée est moindre ou égale à 6 doigts, ou par leur différence, si la phase observée est de plus de 6 doigts, le quotient sera égal au double de CR ou CB , c'est-à-dire, au diamètre entier de l'ombre, d'où l'on tirera le demi-diamètre, & par conséquent la parallaxe horizontale de la Lune.



Démonstration de cette Règle.

Soit le demi-diametre de l'ombre CB ou $CR(x)$. $DO(a)$. $PO(b)$. $DB(c)$. CD dans les phases de moins de 6 doigts fera $x + c$, & dans celles de plus de 6 doigts $x - c$. Soit PR demi-diametre de la Lune d , CP fera $x - d$. A cause des triangles rectangles CDO , CPO , on aura $CD^2 - DO^2 = CO^2$, & $CP^2 - PO^2 = CO^2$, c'est-à-dire, pour les phases de moins de 6 doigts $xx + 2cx + cc - aa = xx - 2dx + dd - bb$, d'où l'on tire $2x = \frac{aa + dd - bb - cc}{c + d}$, & dans les phases de plus de 6 doigts $xx - 2cx + cc - aa = xx - 2dx + dd - bb$, d'où l'on tire $2x = \frac{aa + dd - bb - cc}{d - c}$.

Dans le cas d'une Éclipse totale *sine morâ* PO devient nulle, ce qui détruit b dans le calcul précédent.

Si par plusieurs observations correspondantes au commencement & à la fin de l'Eclipse, on avoit déterminé le temps du milieu de l'Eclipse, on pourroit avoir la valeur de DO

Mem. 1732.

. H

58 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

& de *PO* indépendamment des phases correspondantes aux phases en *D* & en *P*, dont les correspondantes pourroient n'être pas observées; ce qui suffiroit toujours pour nôtre regle.

On voit donc qu'il n'y aura pas d'Eclipses, où l'on ne puisse employer ces methodes, & les repeter plusieurs fois dans la même Eclipsé, pour en tirer la Parallaxe horisontale de la Lune dans le lieu de son orbite, où elle sera dans le temps de chaque Eclipsé.

Lorsque par l'observation d'une Eclipsé centrale, ou presque centrale, on a déterminé le milieu, on pourra donc trouver la Parallaxe horisontale de la Lune par le moyen d'une seule phase. Cette phase est plus exactement prise vers 3 ou 9 doigts; mais si l'Eclipsé est totale, & que la Lune ait alors une latitude considérable, on emploiera deux observations de phases ou devant ou après le milieu; enfin si l'Eclipsé est partielle, il ne faudra que l'observation d'une seule phase avec la quantité de l'Eclipsé dans son milieu.

Voici maintenant quelques exemples de ces methodes dans des Eclipses observées exactement.

Premier Exemple par la première Méthode.

Le 29 Octobre 1678 il y eut une Eclipsé presque centrale de Lune, observée exactement par M.^{rs} Cassini, Roemer & de la Hire.

Voy. Mem.
de l'Acad.
Tom. 10.
p. 612.

A 6^h 56' 30" du soir l'Eclipsé étoit de 3 doigts dans l'Immersion.

7 41 0 Immersion.

9 21 30 Emerision.

10 6 15 3 doigts dans l'E'merision.

Ces phases données, on aura entre les phases de 3 doigts 3^h 9' 45", ou 11385" horaires, mais le mouvement horaire de la Lune au Soleil étoit alors de 1992" de degré; c'est pourquoi on fera par la première Methode

comme 3600" horaires
sont à 1992" de degré;

ainsi $11385''$ horaires
sont à $6300''$ de degré,

qui valent $1^{\circ} 45'$ pour la distance entre les centres de la Lune dans les phases de trois doigts tant au commencement qu'à la fin de l'Eclipse. De la moitié de cette distance, qui est $52' 30''$, ôtés la distance entre le centre de la Lune & le bord de l'Ombre, qui est un quart du diamètre de la Lune au temps du milieu de l'Eclipse, à cause de la Phase observée de 3 doigts qui valent $8' 8''$, le diamètre de la Lune résultant par les autres diamètres observés à différentes hauteurs de $32' 30''$, le reste $44' 22''$ fera le demi-diamètre de l'Ombre qui peut être regardé comme exact, parce que la Lune n'avoit qu'une minute environ de latitude dans cette Eclipse: enfin si à $44' 22''$ demi-diamètre de l'Ombre, on ajoute le demi-diamètre du Soleil de $16' 13''$, la somme $60' 35''$ fera la Parallaxe horizontale de la Lune.

Si nous employons de même l'Immerfion & l'Emerfion; nous trouverons pour l'intervalle entre ces deux phases $1^h 40' 30'' = 6030''$ horaires qui répondent par la règle ci-dessus à $3337''$ de degré, ou $55' 37''$, dont la moitié est $27' 48'' \frac{1}{2}$. Ayant ajouté à cette moitié le demi-diamètre de la Lune de $16' 15''$, la somme $44' 3'' \frac{1}{2}$ fera le demi-diamètre de l'ombre, & ajoutant encore le demi-diamètre du Soleil de $16' 13''$, on aura $60' 17''$ pour la parallaxe horizontale de la Lune dans le point de son orbite où elle étoit au temps de cette Eclipse, qui ne diffère de la précédente que de $18''$.

Second Exemple par la troisième Méthode.

Le 15 Mars 1699 M.^{rs} Cassini & de la Hire observerent une Eclipsé partielle de Lune qui est rapportée dans les Mémoires. La plus grande phase fut de $8^d 20'$ pour *S* (Fig. 2.) par conséquent *OS* étoit de $2^d 20'$; & supposant que le diamètre de la Lune étoit par l'observation de $31' 16''$, on aura 1 doigt $= 2' 36''$ & $OS = 6' 4'' = 364''$. Je prends pour mon calcul la phase de 3 doigts $10'$ observée par M.

*Voy. les Mém.
1699. p. 133
& suiv.*

de la Hire à $8^h 28' 15''$. Je prends le milieu, tel qu'il a été conclu par plusieurs observations correspondantes, à $7^h 23' 4''$. La différence de la phase de $3^d 10'$ au milieu de l'Eclipsé sera donc de $1^h 5' 11'' = 3911''$ horaires pour EO , qui réduit en secondes de degré par le moyen du mouvement horaire de la Lune au Soleil, qui étoit alors de $1867''$ de degré, donnera $2028''$ de degré : mais la phase YZ étant de $3^d 10'$, on aura EZ de $2^d 50' = 443''$.

Faisant donc une somme du quarré de EO $2028''$ & de celui de OS $364''$, on ôtera de cette somme le quarré de EZ $443''$, le reste étant divisé par $EZ + OS$, c'est-à-dire, par $807''$, on aura au quotient $5017''$, dont la moitié $2508\frac{1}{2}$ ou $41' 48''\frac{1}{2}$ sera le demi-diametre de l'ombre, à quoi ajoutant le demi-diametre du Soleil de $16' 8''$, on aura $57' 56''\frac{1}{2}$ pour la parallaxe horisontale de la Lune dans le point de son orbite où elle étoit alors.

Troisième Exemple par la quatrième Méthode.

*Voy. Mem.
de 1729.
p. 346.*

J'observai le 8 Août 1729 une Eclipsé totale de Lune, dans laquelle la Lune avoit $7'\frac{1}{4}$ de latitude environ.

Je la déterminai de 6 doigts $30'$ à $1^h 51' 37''$ dans l'immers.

L'immersion totale arriva à.... 12 19 32

L'émerison à..... 13 58 55

D'où j'ai conclu le milieu à... 13 9 13

La distance de la phase de 6 doigts $30'$ au milieu de l'Eclipsé est de $1^h 17' 36'' = 4656''$ horaires, & la distance de l'immersion au milieu de l'Eclipsé est de $49' 41'' = 2981''$ horaires, mais le mouvement horaire de la Lune au Soleil (déduit des Tables) étoit alors de $1945''$ de degré; donc pour réduire les deux intervalles horaires en secondes de degré

$$3600'' \left| \begin{array}{l} 4656'' \\ 2981'' \end{array} \right. \parallel 1945'' \left| \begin{array}{l} 2516'' \\ 1611'' \end{array} \right. \text{ de degré.}$$

Figure 3. Ce qui donne $2516''$ de degré pour DO , & $1611''$ pour PO , mais PR demi-diametre de la Lune étoit alors de $948''$, &

$Db = \frac{1}{2}$ doigt étoit par conséquent de $79''$. Donc suivant le second cas de la 4.^{me} méthode, à cause que la phase observée est de plus de 6 doigts, on aura $\frac{DO^2 + PR^2 - Db^2 - PO^2}{PR - Db} = 2 Cb$; d'où l'on trouve $Cb = 2662'' \frac{1}{2}$ ou $44' 22'' \frac{1}{2}$ pour le demi-diametre de l'ombre.

Si l'on choisit dans cette même Éclipse la phase de 4 doigts observée par M. Cassini à $11^h 39' 10''$, on aura pour DO $2919''$ de degré; PO & PR restent les mêmes, & $DB = 2$ doigts à cause de la phase observée de 4 doigts fera de 316, & parce que l'Éclipse est moindre que 6 doigts, on aura par le premier cas de la 4.^{me} méthode

$$\frac{DO^2 + PR^2 - DB^2 - PO^2}{PR + DB} = 2 CB.$$

D'où l'on trouvera $CB = 2659 \frac{5}{8}$ ou $44' 20''$ pour le demi-diametre de l'ombre, qui ne differe que de $2'' \frac{1}{2}$ de celui qu'on a trouvé par la phase de $6^d \frac{1}{2}$, ce qui fait voir en même temps que les observations s'accordent très-bien entr'elles.

Si à $44' 21''$ que je prends pour demi-diametre de l'ombre, on ajoute $15' 53''$ demi-diametre du Soleil, la somme $60' 14''$ sera la parallaxe horisontale de la Lune dans le lieu de son orbite où elle étoit au temps de cette Éclipse.

On a pris dans ces Exemples les diametres de la Lune tels qu'ils ont été observés ou donnés par les Tables au milieu de chaque Éclipse, & l'on a pris aussi l'ombre telle qu'elle a paru dans l'observation. Or ces deux grandeurs augmentent en même proportion, mais plus ou moins, suivant la hauteur de la Lune sur l'horison au temps de l'Éclipse, & de plus l'ombre, comme je l'ai déjà remarqué, est l'ombre totale plus grande que celle qui seroit formée par le corps de la Terre seulement, il y a donc quelques corrections à faire aux calculs précédents. Pour ce qui est du diametre de l'ombre, on peut s'en tenir à la correction que M. de la Hire donne dans ses Tables, où il la fait d'une minute, qu'il faut par conséquent retrancher des diametres de l'ombre trouvés dans les exemples précédents. Cette ombre, ainsi corrigée,

doit encore être diminuée de la quantité dont elle a été augmentée à cause de sa hauteur sur l'horison dans le temps de l'Eclipsé, ce qui se fait dans le même rapport que le diamètre de la Lune augmente par la même raison, ainsi cela ne veut dire autre chose, sinon qu'il faut réduire le diamètre de l'ombre au diamètre horisontal, & c'est à son demi-diamètre ainsi corrigé, qu'il faut ajouter le demi-diamètre du Soleil diminué de la parallaxe horisontale pour avoir la vraie parallaxe horisontale de la Lune. D'où l'on voit qu'il n'y a point d'autre correction à faire, & que le diamètre de la Lune que j'employe tel qu'il est observé dans le temps même de l'Eclipsé, est effectivement celui qu'il faut employer dans cette recherche ; car si l'observateur étoit au centre de la Terre, les diamètres apparents de l'ombre & de la Lune seroient aussi les véritables, & n'auroient besoin d'aucune correction pour donner la parallaxe, mais ces diamètres sont augmentés dans un même rapport pour un point de la superficie de la Terre. Donc pour trouver la grandeur de l'ombre telle qu'elle a paru, & qui est la seule qu'on peut employer dans ces calculs, il faut se servir du diamètre de la Lune tel qu'elle a paru aussi ; mais quand on a déterminé la grandeur du diamètre de l'ombre qui seroit celle que l'on auroit observée immédiatement, si l'ombre pouvoit être apperçûe indépendamment de la Lune, on doit réduire ce diamètre comme j'ai dit, pour en déduire la parallaxe horisontale de la Lune.

A l'égard de l'exactitude & de la précision que l'on peut attendre de ces méthodes, elle sera la même que celle des observations ; il est sûr que s'il y a de l'erreur dans celles-ci, elle rejaillira dans les Parallaxes, ce qui est commun à toutes les méthodes astronomiques. Mais quels sont les autres moyens de trouver ces Parallaxes ? Il n'y en a aucun, que je sçache, qui ne soit fondé ou sur une partie de la théorie de la Lune, ou sur des observations beaucoup plus difficiles & plus compliquées, ou enfin que l'on ne peut faire que dans des occasions fort rares & beaucoup plus en particulier

que ne le sont les Eclipses de Lune. Il est vrai qu'il y a telles méthodes pour d'autres recherches, où l'erreur dans les *données* ne fait presque point ou fait beaucoup moins d'effet dans ce que l'on cherche à découvrir, que d'autres qu'on pourroit employer dans ces mêmes recherches; mais il n'en est pas tout-à-fait de même ici, où il n'y a pas beaucoup à choisir, du moins jusqu'à présent, pour connoître une chose aussi importante en Astronomie que l'est la Parallaxe de la Lune. Je ne négligerai pourtant pas l'examen de l'erreur que peut produire celle des observations, mais cet examen m'a paru ne pas convenir ici, & j'aurai bientôt, comme j'espère, occasion de le publier ailleurs.

Au reste cette même matière a été traitée avant moi par deux grands Astronomes, M. Halley & M. de la Hire. Le premier donne à la fin de son *Catalogue des Etoiles Australes* quelques moyens *presque géométriques* de trouver la parallaxe de la Lune. Le troisième de ces moyens qui est déduit des observations des Eclipses de Lune fournit deux regles, une pour les Eclipses partiales, & l'autre pour les totales, dérivées du même principe que celles que j'ai données, quoiqu'elles soient exprimées en d'autres termes; M. Halley y employe le commencement & la fin, & ne fait point mention des corrections nécessaires du demi-diametre de l'ombre; sans doute parce qu'il a vu qu'il étoit aisé d'y faire attention de soi-même dans l'usage.

*Voyez aussi
Kepler, Epistolâ ad Magist-
num in Supplemento
Ephemerid.
Magini,*

M. de la Hire donna en Novembre 1694 à l'Académie, un *Examen du rapport du Diametre de la Lune à celui de la Terre & de sa Parallaxe*. J'ai eu occasion de voir ce Mémoire en travaillant à la nouvelle Edition des anciens Mémoires de l'Académie, & particulièrement à l'Histoire Francoise, dans laquelle j'en ai fait mention, & j'avouë que si je l'eusse vu plutôt, j'aurois entièrement supprimé le mien, quoiqu'il ne donne que mes deux dernières méthodes prises d'une autre manière & exprimées différemment, & dans lesquelles il employe, comme avoit fait M. Halley, le commencement & la fin, qui sont des phases trop incertaines.

T. 2. p. 225.



S U I T E D E L' A N A T O M I E
D E L A P O I R E .

T R O I S I E M E P A R T I E .

Par M. DU HAMEL.

*Des organes qui appartiennent plus particulièrement
au Pepin.*

IL y a une connexion si intime entre les Pepins & les autres parties de la Poire, que je crois ne pouvoir me dispenser de rappeler ici une legere idée de ce qui est contenu dans les deux premières Parties de ce Mémoire, afin que se ressouvenant bien des organes dont nous avons parlé, on puisse plus aisément concevoir la nature & la situation de ceux qui nous restent à décrire.

J'ai donc commencé le travail que j'avois à faire sur la Poire par l'examen de ses Enveloppes, ou de ses Téguments, comme les parties de ce fruit les plus apparentes.

J'en ai distingué quatre qui le recouvrent dans toute son étendue.

1.^o L'épiderme qui le défend des injures des corps extérieurs. 2.^o Un corps mucqueux qui entretient & sert en quelque manière de châsses aux glandes. 3.^o Un tissu glanduleux qui filtre la liqueur de la transpiration. Enfin, la vraie peau, ou un entrelacement fort serré des vaisseaux de la Poire qui peut donner plus de solidité à ce fruit.

Sous ces enveloppes on trouve la partie charnuë de la Poire; & comme cette substance m'a paru presque entièrement formée par un entrelacement prodigieux de vaisseaux, ce sont eux qui m'ont principalement fourni le sujet de la seconde Partie.

Je

Je les y ai distingués en trois classes; sçavoir;

Les vagues, qui se distribuent sur le champ dans la substance charnuë de ce fruit, & ne servent qu'à la nourriture de cette partie.

Les spermaticques, qui d'abord portent la nourriture aux étamines, aux pétales, & à la substance d'où ils prennent leur origine, & que je crois être glanduleuse; mais ces vaisseaux, dans la suite, & quand les fruits sont fécondés, me paroissent destinés, comme les vaisseaux vagues, à la nourriture de la chair de la Poire.

Enfin, les vaisseaux nourriciers qui portent la sève à l'amande du Pepin, à ses enveloppes, aux glandes de la substance que nous avons appelée *pierreuse*, & à plusieurs autres parties dont nous parlerons dans la suite.

Pour ce qui est des vaisseaux vagues & des spermaticques, nous n'avons rien à ajoûter à ce que nous en avons dit dans nôtre seconde Partie, où nous avons indiqué la place qu'ils occupent dans le fruit, & quelle est la distribution de leurs principales branches. Nous n'avons pas non plus négligé de marquer le nombre le plus ordinaire de ces vaisseaux, & d'indiquer les différentes situations où nous les avons observés, suivant les différentes grosseurs de ces fruits. Enfin, de toutes ces observations nous avons tiré quelques conjectures sur leur usage; mais pour ceux de la troisième classe, nous nous sommes contentés de dire en général, & par indication seulement, qu'ils étoient destinés à porter la nourriture aux Pepins & aux parties voisines qui servent plus particulièrement à leur accroissement, réservant à les examiner d'une manière plus circonstanciée dans cette troisième partie de ce Mémoire, dont l'objet est non seulement le Pepin depuis son origine jusqu'à ce qu'il soit parvenu à cet état de perfection où il est capable de produire un Poirier, mais encore toutes les parties qui paroissent contribuer le plus à son accroissement, vaisseaux, glandes, membranes, simples fibres, substance particulière; tous ces organes feront partie du sujet dont je me propose d'entretenir l'Académie,

pourvû que leurs usages paroissent se rapporter immédiatement au Pepin. Mais pour me rendre plus clair, je serai obligé de faire des divisions qui me mettent à portée d'examiner nôtre Pepin dans chacun des principaux états où on le trouve avant que de parvenir à celui de sa perfection. Or ces divisions s'offrent d'elles-mêmes dans la comparaison que j'ai faite d'après plusieurs grands Physiciens, des graines des plantes avec les œufs des animaux, car les œufs commencent à être formés, ensuite ils sont fécondés, & enfin leur incubation suit : trois états de nôtre Pepin, que je sépare pour les examiner dans autant d'articles particuliers. Je commence par le premier.

De la formation du Pepin.

Je me suis proposé d'examiner le Pepin dès sa première origine ; mais comme on peut le découvrir, & même d'une manière fort sensible, bien avant la fleur dans le temps que le bouton est encore entièrement fermé, je me trouve dans l'obligation d'étendre mes recherches sur les boutons, même pour fixer le temps auquel j'ai commencé à appercevoir le Pepin, & en même temps j'aurai soin d'indiquer celui auquel les étamines, les pétales & les autres parties de la fleur ont commencé à se rendre sensibles.

Planche I.
Fig. 1.

Dans le mois de Janvier j'ai disséqué un de ces boutons de Poirier qu'on appelle à fruit. Ce bouton étoit alors fort obtus, arrondi par la pointe, & soutenu par une grosse queue qui est d'une tiffure particulière, mais que nous réservons à examiner dans un autre temps. Ce bouton est composé de vingt-cinq à trente écailles figurées en culeron, & qui forment une forte enveloppe aux jeunes fleurs.

Fig. 2.

Les plus extérieures de ces écailles sont fermes, dures ; calleuses & brunes comme l'écorce des branches ; elles sont peu veluës extérieurement, mais intérieurement & dans le fond du culeron elles ont un toupet de poils jaunes, & qui jettent un reflet couleur d'or quand on les regarde du sens convenable.

Les écailles intérieures sont plus grandes & plus tendres que les autres, elles sont extérieurement hérissées de quelques poils courts, mais intérieurement elles sont toutes garnies d'un poil de la même couleur que celui dont je viens de parler.

Enfin sous ces écailles il y en a encore d'autres qui sont plus petites, plus molles & toujours veluës; celles-ci sont d'un verd blancheâtre, fort différent de celles dont nous avons parlé en premier lieu.

Quand on a levé toutes ces enveloppes, on apperçoit les embryons des fleurs au nombre de huit ou dix, ils sont Planche I.
Fig. 3. arrangés sur une queue d'environ un quart de pouce de longueur, & à laquelle ils sont attachés par des queues fort courtes, mais qui croissent par la suite aussi-bien que la queue qui leur est commune, & deviennent plus ou moins longues suivant les especes. Entre les boutons des fleurs qui sont alors presque sphériques, on trouve plusieurs petites feuilles de différentes figures & veluës qui remplissent tous Fig. 4. les vuides, & ne contribuent pas peu à garantir les jeunes fleurs des injures de l'hyver, peut-être même pourroient-elles encore servir à ranimer les mouvements de la sève dans les jeunes productions.

J'ai examiné quelques-uns de ces embryons de fleurs par le Microscope, & extérieurement ils ressembloient assés à un bouton de rose; mais en ayant ouvert quelques-uns au Fig. 5. foyer du Microscope, ils m'ont paru tous velus intérieurement; j'y ai aussi apperçû plusieurs étamines dont les sommets étoient encore tous blancs, & les deux olives qui les Fig. 6. forment, confonduës ensemble. Les pétales n'étoient encore gueres apparentes, & je ne pûs découvrir les pistiles, peut-être les confondois-je avec quelques pédicules des étamines qui avoient perdu leurs sommets.

J'ai examiné de pareils boutons au mois de Mars, & j'y ai trouvé les embryons des fleurs considérablement grossis, Fig. 7. cependant ils étoient encore recouverts par les écailles du bouton, car à mesure que les embryons de fleurs grossissent,

les écailles intérieures du bouton augmentent aussi de grandeur, & par cette mécanique les embryons croissent sans s'exposer entièrement aux gelées du printemps.

Planche I.
Fig. 8. Ces embryons étoient donc grossis, & en ayant exposé quelques-uns au Microscope, je les aperçûs mieux formés, les sommets des étamines étoient rouges, & les pétales s'apercevoient clairement; enfin on commençoit aussi à apercevoir les pistiles dans le centre. A la fin de Mars les boutons commençoient cette année à s'ouvrir, & pour lors les feuillets qui recouvrent les fleurs étoient beaucoup plus grands que lorsque je les avois observés dans le mois de Janvier. Les petits feuillets qui sont entre les embryons de fleurs étoient aussi plus grands, & il y en avoit de plusieurs figures très-différentes, les uns étant longs & pointus, d'autres arrondis, quelques-uns en fleur de lys, & plusieurs en forme de lanière, ou simplement comme des filets.

Fig. 4.

J'examinai à la Loupe quelques embryons de fleurs, & je remarquai que les parties intérieures de ce bouton n'étoient pas seulement recouvertes par les échancrures ou les appendices du calice qui étoient collées ensemble, mais qu'elles l'étoient encore par quelques-uns des petits feuillets dont je viens de parler, qui embrassoient exactement le calice, & y étoient collés par une gomme fort tenüe.

Fig. 5.

J'ouvris quelques-uns de ces embryons, & j'aperçûs fort distinctement les deux petits corps ovales qui forment les sommets des étamines. Ils étoient séparés, & se distinguoient aisément les uns des autres.

Les pistiles étoient fort sensibles, & étant coupés transversalement, ils paroissoient au Microscope comme remplis d'une substance cellulaire, ou plutôt ils ne me paroissoient pas creux.

Les pétales s'apercevoient aussi fort aisément, quoiqu'ils fussent encore verts & plus courts que les étamines.

Fig. 8. Enfin c'est alors que je commençai à apercevoir les jeunes Pepins, qui étoient renfermés deux à deux dans un épanouissement qui est à la base des pistiles dans l'intérieur du fruit.

Je ne prétends pas dire qu'on n'eût pû les appercevoir plutôt ; loin de cela , je suis persuadé qu'ils étoient formés beaucoup auparavant. Mais il n'est pas aisé de démêler des parties si petites, sur-tout étant confonduës avec un nombre d'autres organes qui commencent à se développer ; outre cela il y a une espece de glu qui enduit toutes ces fleurs ; & qui empêche de les disséquer avec la propreté qui seroit nécessaire pour découvrir des parties si fines & si délicates.

Quoi qu'il en soit , l'époque de leur existence est fixée ; pour cette année qui est fort tardive, tout au plus tard à la fin de Mars, & le lieu de leur formation est déterminé à la base des pistiles, lieu qu'on peut par conséquent appeller à juste titre *l'ovaire de la Poire*, & c'est tout ce que j'ai pû découvrir sur la formation du Pepin, n'ayant pû m'assurer précisément ni du temps auquel commence cette formation, ni des organes qui y servent.

J'ai cependant commencé quelques expériences pour déterminer au juste le temps où se forment les boutons à fruit. Mais si je suis assés heureux pour en tirer tous les éclaircissements que je souhaite, elles me fourniront le sujet d'une autre dissertation. Au reste les Pepins étoient alors blancs ; & de figure à peu-près semblable à ces nymphes qu'on appelle communément des *œufs de Fourmis*, & dès ce temps ils n'étoient pas sensiblement adhérents aux parois intérieurs de la loge que leur fournissoit la base des pistiles, & ils ne paroissent tirer leur substance que par un vaisseau dont nous parlerons dans la suite.

De la fécondation du Pepin.

Le système de la multiplication des Plantes par des Graines qui ont reçu leur perfection du concours de deux sexes, un qui donne l'accroissement, & l'autre la fécondité, me paroît aujourd'hui assés communément reçu pour que je puisse l'adopter dans ce Mémoire ; il me semble même qu'outre plusieurs raisons particulières qu'on trouve rapportées dans le discours de Camerarius de *sexu Plantarum*, & dans les

Mémoires de M.^{rs} Vaillant & Geoffroy *sur la structure des Fleurs*, outre encore une certaine analogie générale qui est en sa faveur ; il me semble, dis-je, que l'anatomie de nôtre fruit peut aussi fournir quelques preuves capables d'augmenter le préjugé avantageux qu'on a conçu pour ce système. Quand en effet on verra les parties que nous jugeons destinées à la fécondation, devenir de plus en plus vigoureuses, & n'acquérir, pour ainsi dire, leur état de maturité & de perfection que dans le temps que l'œuf paroît être fécondé, sécher & se détruire pour toujours immédiatement après ce temps ; ne se trouve-t-on pas porté à conclure (non que ce soit une démonstration incontestable) mais par un raisonnement simple & naturel ; que ces organes si artivement & si uniformément construits, ne pouvant être inutiles, peuvent servir beaucoup à l'œuvre de la fécondation.

J'ajouterais encore qu'il m'a paru que le mauvais état des pistiles influë sur les Pepins auxquels ils répondent, & que je n'ai pû découvrir la plupart des organes que je crois destinés à la nutrition du Pepin, quand je les ai cherchés dans des Poires qui avoient tous les Pepins avortés, comme cela arrive souvent à une espèce de *Bon-chrétien* que je conserve depuis long-temps.

On doit cependant avouer qu'il s'en faut beaucoup que ce système ne soit à l'abri de toutes difficultés, mais en attendant qu'on soit parvenu à le mettre dans une entière évidence, j'ai crû pouvoir l'adopter dans ce Mémoire, du moins comme une hypothèse probable, & qui m'a paru assés d'accord avec la structure des parties que nous allons décrire.

C'est donc sur cette hypothèse que nous suivrons la distinction qui a été établie entre les parties de la Poire, & nous diviserons en deux classes les organes que nous appercevons dans ce fruit. Une qui comprend les organes *femelles*, ou ceux que nous croyons qui produisent les Pepins, & qui les nourrissent après leur fécondation jusqu'à ce qu'ils soient en état de produire un Poirier, & l'autre renfermera les *mâles*,

ou ceux que nous croyons opérer cette fécondation. Mais pour prendre une idée plus nette de ces parties, il faut examiner chacune de ces classes en particulier. Je commence par celle qui traite des organes que nous croyons destinés à la fécondation.

Des parties mâles de la Poire.

Vers la fin d'Avril, quand les boutons du Poirier sont entièrement épanouis, on apperçoit les embryons des fleurs séparés les uns des autres, & soutenus par des queue's particulières qui vont toutes s'attacher à une queue qui leur est commune, & qui a environ un pouce de longueur.

Planche II.
Fig. 1.

Quelque temps après, les cinq échancrures du calice de chacun de ces embryons se détachent les unes des autres, s'écartent, & laissent paroître un égal nombre de pétales blancs qui prennent leur origine de l'angle qui est formé par les échancrures du calice.

Planche I.
Fig. 9. & 10.
Planche II.
Fig. 2.

Ces pétales laissent entre eux un espace de quelques lignes de diametre, qui est bordé par environ une vingtaine d'étamines qui sont disposées à peu-près quatre à quatre entre les attaches de chacun des pétales.

Planche I.
Fig. 9. & 11.
Planche II.
Fig. 2.

Voilà tout ce qu'on apperçoit extérieurement. Mais par la dissection, on découvre que ces pétales & ces étamines prennent leur origine d'une substance particulière, & que c'est à cette substance que les dix vaisseaux que nous avons nommés *spermatiques*, vont rendre & porter la nourriture. Mais avant que de chercher l'usage de ces parties, il faut les examiner chacune en particulier pour en bien connoître l'organisation.

Nous avons amplement parlé des Vaisseaux spermatiques dans nôtre seconde Partie; ainsi nous nous contenterons de rappeler ici que ce sont eux qui quittent le faisceau de l'axe un peu au dessous de la substance pierreuse, & qui vont circulairement rampant entre cette substance & les téguments dans les jeunes fruits, ou entre la substance charnuë dans les gros fruits, se rendre à la roche. Or la roche n'a pas toujours

Planche II.
Fig. 2.
Planche I.
Fig. 15.

été dure & pierreuse ; loin de-là, dans les jeunes fruits elle est fort tendre, & c'est cette substance que nous avons à décrire.

Planche I.

Fig. 11.

Planche II.

Fig. 2.

Dans le temps de la fleur elle occupe un espace considérable dans cette partie du calice qui doit devenir le fruit, elle en recouvre tout le disque ou la partie supérieure, elle se prolonge dans les échancrures du calice, elle forme au milieu une petite éminence, & est percée en cet endroit pour laisser passer les pistiles auxquels elle n'est point adhérente : on la distingue assés bien, du reste, de ce jeune fruit, tant par sa couleur qui est blancheâtre, au lieu que le reste est d'un verd foncé, que parce qu'elle est fort humectée, & paroît comme divisée par petits lobes ou pelotons. Enfin, c'est de cette substance que les pétales & les étamines prennent leur origine.

Planche I.

Fig. 12.

Les étamines sont composées d'un pédicule blanc & d'un sommet aussi blanc, mais qui est marqué de beaucoup de taches rouges, ce qui le fait paroître entièrement de cette couleur. Ce sommet est composé de deux capsules qui sont figurées comme deux olives qui seroient fenduës suivant leur longueur, ou, pour mieux dire, comme deux noyaux de dattes attachés ensemble par le pédicule qui est entre deux.

Fig. 13.

Quelque temps après que la fleur est épanouie, ces capsules s'ouvrent par la fente ou rainure dont j'ai parlé, & alors elles représentent deux boucliers ou écussons attachés l'un à l'autre.

Fig. 14.

Ces écussons sont chargés d'une poussière jaune, qui étant examinée au Microscope, ressemble à des petites vessies ovales qui sont attachées aux écussons par des petits pédicules blancs d'une finesse extrême ; & comme les sommets s'ouvrent ordinairement au lever du Soleil par une secousse, il rejaillit dans cet instant un petit tourbillon de cette poussière qui s'attache à toutes les parties de la fleur, ce qu'on peut voir au foyer du Microscope, en échauffant quelques-unes de ces étamines avec un Verre ardent, pourvû que ces étamines approchent de leur maturité sans être encore ouvertes.

Les

Les pétales enfin sont des feuilles blanches, minces, presque rondes, qui garnissent la circonférence du disque de la fleur à laquelle elles sont attachées par un pédicule très-délié.

Planche I.
Fig. 15.

Pour observer leurs tiffures, il faut les mettre tremper quelques jours dans de l'eau claire, & on apperçoit distinctement les gros vaisseaux qui partent de l'endroit de l'attache, ils vont se distribuer en éventail d'un côté & d'autre sur cette feuille, & ils jettent de temps en temps des branches latérales qui s'anastomosent ensemble. Enfin lorsque ces vaisseaux sont parvenus aux extrémités des pétales, ils se recourbent & s'anastomosent encore les uns aux autres.

Fig. 15.

Maintenant que nous connoissons bien la structure de ces parties, il ne nous sera pas difficile de former des conjectures sur leur usage, car les vaisseaux spermatiques pourront porter la sève aux glandes où elle recevra une préparation. La partie qui sera propre à la fécondation sera portée par les pédicules des étamines aux sommets que nous pouvons regarder comme les vessicules seminales, pendant que l'autre passera dans la partie charnuë de la Poire par des vaisseaux qu'on trouve en grande quantité autour de la roche. Mais il est bon d'observer que la poussière que nous regardons comme capable de féconder le Pepin, pourroit bien n'être que de petites vessies qui renfermeroient une liqueur fécondante ; car en ayant examiné à un Microscope à liqueur, elle m'a paru plus claire au milieu que vers les bords, & en ayant écrasé plusieurs, j'en ai vû sortir un peu de liqueur ; mais peut-être cette liqueur étoit-elle le suc propre de cette poussière, c'est ce qu'il n'est pas aisé de décider.

Planche II.
Fig. 2.

Enfin, je crois que les pétales ne servent pas seulement d'enveloppe à la fleur, ou à opérer quelques sécrétions, mais encore qu'elles déterminent puissamment la sève à passer par les glandes qui sont à la base des étamines, comme je l'ai expliqué dans la seconde partie de ce Mémoire ; & cette idée me paroît assés conforme aux sentiments de quelques Physiciens qui cherchent aussi la cause principale du mouvement

Des parties femelles de la Poire.

Les organes que nous avons à décrire dans cet article sont en bien plus grand nombre & bien plus compliqués que ceux dont nous venons de parler ; & en cela la comparaison en sera plus complete avec ceux des animaux de même sexe ; mais aussi faut-il les examiner avec plus de méthode & d'exactitude ; cependant avant que de nous engager dans une discussion plus exacte, il est bon de jeter un coup d'œil sur les pistiles de notre fruit, tels qu'ils paroissent dans le temps de la fleur.

Planche I. Quand les fleurs de Poirier sont bien conditionnées, l'on
Fig. 19. 16. apperçoit dans leur centre cinq filets qui sont autant de pis-
& 11. tiles qui répondent chacun à une capsule de Pepins, & par conséquent à deux Pepins, car chaque capsule en renferme deux.

Ces pistiles se terminent par une de leurs extrémités en manière de trompe, & cette trompe est un peu frangée par les bords, ensuite ils descendent, conservant une grosseur à peu-près uniforme, jusqu'à la partie supérieure de cette substance qui donne naissance aux étamines ; mais en cet endroit ils diminuent un peu de grosseur pour traverser cette substance par une ouverture que nous avons remarquée qui étoit dans son milieu ; & après l'avoir ainsi traversée, sans pour cela contracter aucune adhérence avec elle, ils s'élargissent pour former les capsules des Pepins. Une bonne partie du pistile paroît cependant suivre sa route selon l'axe de la Poire jusqu'à la base des Pepins, & cette portion du pistile se sépare aisément en deux suivant sa longueur, de sorte que chacune de ces parties répond à chacun des Pepins.

Fig. 19.

Fig. 16.

Je pourrois m'étendre davantage sur cet organe, mais ayant encore à en parler dans l'examen où je vais entrer de chaque partie en particulier, je m'en tiendrai à ces notions

générales; qui suffisent pour faire entendre ce que j'ai à dire dans la suite.

Quand on coupe une Poire suivant sa longueur, on apperçoit du côté de la queue un gros faisceau de vaisseaux qui se prolonge suivant son axe dans la gaine pierreuse, renfermant dans son milieu une substance fine & délicate, qui va rendre, aussi-bien que le faisceau, à un nœud ou une substance particulière qui est immédiatement à la base des Pepins. Cette substance que j'ai crû pouvoir appeller le *placenta*, pour les raisons qu'on verra dans la suite, est assés aisée à distinguer dans quelques especes de Poires; elle est d'un tissu plus serré que le reste de la substance charnuë de la Poire, & se termine par un gros mammelon, ou comme une petite houppe, dans une cavité qui est entre les loges des Pepins, & que j'appellerai *sinus central*. Les côtés de ce sinus sont donc formés par les loges des Pepins. Son extrémité qui est du côté de la queue, l'est par le placenta; celle qui répond à l'ombilic est ouverte, & ses parois intérieures sont ordinairement relevés de cinq arêtes principales qui s'étendent suivant sa longueur, se terminant par une extrémité aux pistiles dont elles sont une continuation, & par l'autre à ce que j'ai appellé le placenta.

Il y a cinq capsules de Pepins dans chaque Poire, & chaque capsule renferme deux Pepins qui sont situés, le gros bout du côté de l'ombilic, & la pointe du côté de la queue.

L'intérieur de chaque capsule est tapissé d'une membrane qui est d'un tissu très-serré, elle est fort polie intérieurement, & comme elle ressemble assés bien à du parchemin, je lui conserverai ce nom par lequel on a coutume de la connoître; cependant on ne laisse pas d'appercevoir que les fibres qui composent cette membrane, ont une direction oblique. Mais il faut observer premièrement une espece de petite faux de la même étoffe qui sépare l'un de l'autre ces deux Pepins, par leur gros bout seulement; & en second lieu, que les Pepins ne sont point ordinairement adhérents à cette membrane; je dis ordinairement, car j'ai trouvé quelquefois qu'ils

Planche I.
Fig. 11.
Planche III.
Fig. 1.

Planche I.
Fig. 11.
& 16.

Fig. 11. 16.
& 19.
Planche III.
Fig. 2.
& Pl. IV.
Fig. 1.
Planche IV.
Fig. 1.
& 2.

Planche IV.
Fig. 3.

Planche III.
Fig. 2.

Planche IV.
Fig. 4.

tenoient ensemble par quelques endroits, mais ce n'est pas l'ordinaire, ainsi les Pepins sont isolés dans leur capsule, & ne peuvent recevoir de nourriture que chacun par un petit vaisseau, que je nomme, après plusieurs Auteurs, le *vaisseau ombilical*. Ce vaisseau prend sa naissance dans une substance un peu compacte qui est formée de la réunion des vaisseaux du pistile, & de ceux d'un plexus dont nous parlerons dans la suite. Ces trois especes de vaisseaux confondus ensemble, forment comme un appendice du placenta, & le vaisseau ombilical après s'en être dégagé, traverse le parchemin & l'enveloppe noire des Pepins pour se rendre à l'amande, comme nous l'expliquerons dans la suite.

Fig. 5.

Les capsules des Pepins laissent ordinairement entr'elles un espace plus ou moins grand, qui est rempli par une substance particulière que j'appellerai, après M. Grew, la *substance acidule*. Cette substance est blanche, d'un tissu fin & serré, d'un goût relevé & ordinairement aigre. Enfin elle me paroît semblable à celle qui se trouve entre toutes les glandes, tant du tissu de la peau que de la substance pierreuse, ce qui me fait soupçonner qu'elle est un assemblage prodigieux de vaisseaux excrétoires d'une finesse extrême.

Planche III.

Fig. 1.

Planche IV.

Fig. 2.

& 6.

Entre cette substance & le parchemin de la capsule se trouve le plexus dont nous avons parlé; mais pour en avoir une juste idée, il faut bien comprendre la figure des capsules des Pepins.

Ces capsules se terminent d'un côté par une espece de tranchant à peu-près comme le quartier d'une Pomme, & du côté opposé qui est plus large, elles sont arrondies. Or ces capsules sont bordées tant du côté arrondi que sur leur tranchant, par deux faisceaux de vaisseaux qui s'étendent, de l'extrémité de chacun des pistiles, au placenta; & pour distinguer ces deux faisceaux, j'en appellerai un la *portion interne* du pistile, & l'autre la *portion externe*. Il y a cependant cette différence entre ces deux portions, que l'une va tout droit du placenta au bout d'un pistile, au lieu que la portion externe fait un demi-cercle autour des Pepins, & après avoir

jetté plusieurs branches dans la substance pierreuse ; elle va comme s'anastomoser avec la portion interne. Toutes ces choses sont essentielles à remarquer , mais je reviens à la situation du plexus en question, ce qui sera maintenant fort aisé à établir.

Car c'est sur le parchemin qui forme les côtes de chaque capsule , & entre les deux portions dont je viens de parler , que se trouve ce plexus.

Il prend son origine par trois ou quatre troncs qui partent d'une substance compacte , dont j'ai déjà parlé , & qu'on peut regarder comme des appendices ou allongements du placenta ; après s'être divisés en beaucoup de branches & s'être anastomosés plusieurs fois ensemble , ils vont enfin se perdre à la partie supérieure de la capsule , n'y ayant , à ce qui m'a paru , que quelques branches qui s'anastomosent avec la portion externe du pistile ; mais il ne faut pas omettre que ce plexus jette quantité de branches dans la substance acidule.

Planche III.
Fig. 1.

Il ne me reste plus à décrire que quelques vaisseaux qui partent aussi du placenta , & qui vont sur le champ s'épanouir dans la substance pierreuse , qui , comme nous l'avons dit dans nôtre première partie , est une espece de boîte glanduleuse & elliptique , qui renferme tous les organes dont je viens de parler. Le détail que nous venons de faire des organes qui environnent les Pepins , aura , à ce que je crois ; fait naître la curiosité d'en approfondir les usages ; c'est cependant sur quoi il n'est pas aisé de satisfaire pleinement , on ne peut qu'hasarder des conjectures , mais heureusement , connoissant une fois la structure des parties , chacun pourra leur attribuer tels usages qu'il jugera à propos.

Je conviendrai donc que ce qui suit est purement conjectural ; mais ces conjectures m'ont paru assez d'accord avec la structure des parties , & d'ailleurs quand elles ne serviroient qu'à faire naître des idées , elles ne seroient pas entièrement inutiles.

Ainsi tous les organes que je viens de décrire peuvent bien être destinés à deux usages principaux , l'un à préparer

les liqueurs qui doivent servir à nourrir les Pepins, & l'autre à leur transmettre la poussière ou la liqueur fécondante des étamines. Mais comme ces deux fonctions paroissent s'opérer principalement par des vaisseaux, il est bon, je crois, de présenter sous un même coup d'œil la situation de ces vaisseaux. Pour cela, il faut se souvenir que c'est à cet endroit, que nous avons appelé le placenta, que vont ordinairement aboutir les vaisseaux nourriciers, & que c'est du placenta que partent, ou que viennent aboutir (car c'est jusqu'à présent la même chose) les vaisseaux de la substance pierreuse, ceux du plexus, ceux des portions externe & interne du pistile, & enfin les vaisseaux ombilicaux. Or cette disposition de vaisseaux une fois bien connue, voici comment pourroit se faire la préparation des liqueurs qui doivent être portées à l'amande.

D'abord les vaisseaux nourriciers porteront la sève au placenta ; de-là cette sève sera conduite aux glandes de la substance pierreuse par les vaisseaux qui s'épanouissent sur le champ dans cette substance : quelquefois même plusieurs vaisseaux nourriciers traversent ce que j'ai appelé le placenta, sans y contracter aucune adhérence, & vont tout d'un coup s'épanouir dans la substance pierreuse. Nous avons aussi remarqué qu'il y a quelques branches des vaisseaux spermaticques qui se jettent dans cette même substance. Quoi qu'il en soit, je crois qu'après que cette sève a reçu différentes altérations dans les glandes & dans la substance acidule, elle peut être repompée tant par les vaisseaux du plexus que par ceux que la portion externe du pistile jette dans cette substance pour être portée aux appendices du placenta, mais avec cette différence que le plexus peut la décharger tout d'un coup en cet endroit, au lieu que ce qui passe par la portion externe du pistile circule peut-être autour des capsules des Pepins, pour être reporté par la portion interne du pistile aux mêmes appendices du placenta qui est l'endroit où l'on commence à appercevoir le vaisseau ombilical. On pourroit bien encore étendre ces conjectures, & faire

remarquer comment par les anastomoses de ces vaisseaux, différentes liqueurs peuvent se mêler ensemble; mais comme nous n'avons rien de positif sur tout cela, nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Je n'entreprendrai point non plus d'expliquer comment les Pepins sont fécondés par les étamines, ce seroit prétendre approfondir un mystere qui nous est encore inconnu, même à l'égard des animaux, quoique cette recherche ait mérité l'attention de plusieurs grands Physiciens; je me contenterai seulement de faire remarquer que dans la supposition que les Pepins sont fécondés par la poussière des étamines, ou par une liqueur contenuë dans cette poussière, la disposition de la portion externe du pistile par rapport à la portion interne me paroît très-favorable à l'introduction de la matière fécondante.

J'ajouterais, en finissant cet article, qu'il y a quelques Poires qui ont le sinus central fort grand, comme cette espece de *Bergamotte* qu'on appelle de *Hollande*, & qu'on peut y remarquer, outre les cinq nervures dont j'ai parlé, cinq autres qui sont entre deux, & qui répondent à la substance acidule qui est fort abondante dans ces especes de Poires.

On peut encore remarquer quelques gros paquets de vaisseaux qui se trouvent quelquefois dans la substance acidule; & même qui vont quelquefois se terminer à la roche.

Au reste c'est-là une partie de ces petites variétés qui se rencontrent, & entre les Poires de différentes especes, & même entre les différentes Poires de la même espece, & dans lesquelles nous ne pouvons point entrer, puisque nous n'avons point entrepris de donner l'anatomie de chaque Poire en particulier.

*De l'incubation * du Pepin.*

Les œufs des animaux ne sont pas toujours fécondés dans

* Il faut remarquer que je me fers ici du terme d'*incubation* par comparaison à ce qui arrive à l'œuf de la Poule, lorsqu'il est couvé,

c'est-à-dire, pour expliquer ce changement qui arrive dans l'œuf, lorsque le fœtus commence à y paroître.

le sein de leurs meres. Ceux des poissons, par exemple, ne le sont qu'après qu'ils ont été déposés ; il en est de même de l'incubation, les uns comme les vivipares, le sont dans le sein même de leurs meres, & les autres comme les ovipares, ne le sont qu'après avoir été pondus dans un endroit où un certain degré de chaleur peut favoriser la formation & l'accroissement du fœtus.

Or nous avons vû dans les articles précédents, que le Pepin a d'abord été formé, & ensuite fécondé dans le sein de la Poire, & nous allons voir que c'est dans cet endroit aussi qu'il acquiert son incubation ; mais pour considérer cette chose dans son vrai point de vûë, il faut suivre un peu plus loin le progrès des œufs tant des ovipares que des vivipares pour faire usage de leur comparaison, car elle peut ici nous être de quelque utilité.

Dans la plupart des animaux vivipares, il est probable que l'œuf est fécondé dans l'ovaire, de-là il passe par les trompes à l'uterus avec lequel il contracte une union intime par le moyen du placenta, & dès-lors on croit ordinairement qu'il se commence une circulation du fœtus au placenta, & du placenta au fœtus. Mais outre cette circulation supposée, le fœtus reçoit continuellement des secours de sa mere par le moyen du placenta qui sert comme d'entrepôt ; ainsi dans les vivipares, pendant la formation du fœtus, ou l'incubation de l'œuf, ce qui est la même chose, le fœtus reçoit toujours des secours de sa mere.

Mais dans les ovipares la chose se passe bien différemment. Dans les oiseaux, par exemple, l'œuf qui a été formé dans l'ovaire augmente de volume, en parcourant un canal assés long, qu'on appelle l'*oviductus*, & il en sort contenant une provision d'aliments suffisante pour nourrir le fœtus jusqu'à ce qu'il soit tout formé, & qu'il éclore, de sorte que l'incubation ne commence qu'après que l'œuf a été pondu, & le fœtus se forme sans recevoir d'aliments de sa mere.

Pour nôtre Pepin, il tient en quelque manière le milieu entre les vivipares & les ovipares, car il s'incube dans le lieu

lieu de la formation dans le centre de la Poire, & cependant il y a tout lieu de croire que son amande se forme sans presque tirer de secours de la Poire, & seulement par les liqueurs qui étoient contenuës dans le Pepin avant que l'incubation commençât. Et comment pourroit-il en recevoir de la Poire, puisque quand l'incubation commence, il paroît que les sécrétions sont presque interceptées par l'endurcissement des glandes?

Mais la chose est bien plus sensible dans les Amandes; les Prunes, les Pêches, & les autres fruits à noyau, car l'incubation ne commence que quand l'enveloppe ligneuse est endurcie, ainsi l'Amande ne pourroit recevoir de nourriture qu'au travers d'une cloison des plus dures & des plus solides; aussi le vaisseau ombilical dans les fruits à noyau est-il alors tout-à-fait desséché, & quoiqu'il ne le soit pas entièrement dans la Poire, il ne paroît pas lui être d'un grand usage.

J'ajouterais encore que si les Pepins recevoient alors de si grands secours de leurs fruits, il leur seroit inutile d'avoir une provision d'aliments pareille à celle qu'on remarque dans les œufs des ovipares, & que tout le monde connoît dans ceux des oiseaux sous le nom du *jaune* ou *moyeu*, & du *blanc*. De plus, j'ai plusieurs fois cueilli un grand nombre de Noix, lorsque le cerneau ne faisoit que commencer à se former, & dans le temps qu'elles ne renfermoient presque que des glaires, & les ayant fait mettre en tas à la cave, le cerneau s'est formé presque aussi-bien que s'il étoit resté sur l'arbre.

J'ai remarqué qu'il falloit les mettre à la cave ou dans un lieu frais, sans quoi l'amande ne laisseroit pas de se former, mais plus petite qu'elle n'auroit été sur l'arbre, à cause sans doute de l'évaporation de l'humidité, c'est ce que j'ai plusieurs fois observé sur les Amandes.

Mais avant que de suivre plus long-temps ces notions générales, il faut connoître les situations de notre Pepin suivant ses différents âges; & pour tirer des secours de tout ce qui peut nous en fournir, m'étant assuré que l'incubation se fait de même dans les Amandes, les Prunes & les Pêches que

dans les Poires, ces fruits me serviront ici d'exemple. Cependant je n'en parlerai qu'incidemment & par occasion, ou plutôt autant que j'en aurai besoin pour faire entendre ce que j'ai à dire sur la Poire, qui est toujours mon principal objet.

Pour prendre la chose dès son principe, j'ai cherché le germe dans les Pepins immédiatement après que les Poires ont été nouées. Mais je ne sçais positivement si je l'ai vû, car j'ai bien quelquefois apperçû dès ce temps-là un petit corps blanc qui étoit dans les liqueurs du Pepin; mais comme ce corps n'avoit point la figure que la jeune Amande a dans la suite, quand on l'apperçoit clairement, je n'oserois assurer que c'étoit le germe de l'Amande. Quoi qu'il en soit, c'est dans ce temps que les Pepins croissent le plus sensiblement, & en peu de temps ils parviennent à peu-près à la grosseur à laquelle ils doivent toujours rester, de sorte que les Pepins de plusieurs Poiriers sont en cet état à peu-près à la fin de Juin. Quant aux Amandes & aux Abricots, l'incubation y est alors presque achevée, & elle est plus d'à moitié faite dans les Prunes & les Pêches. Ainsi à l'égard principalement de la formation de l'Amande, les fruits à noyau sont plus hâtifs, que ceux à pepin.

J'ai examiné bien des Pepins* dans toutes sortes de temps, avant qu'ils eussent acquis la grosseur à laquelle ils doivent rester, mais je ne m'arrêterai point à des circonstances qui n'ont rien d'intéressant. Quand les pepins ou les noyaux sont presque parvenus à leur grosseur, on apperçoit en les fendant par moitié, d'abord & immédiatement sous les téguments, une liqueur limpide, transparente & glaireuse qui est renfermée dans une membrane propre, &, à ce que je crois, entrecoupée par des productions de cette membrane qui est d'ailleurs fort adhérente à l'enveloppe commune du pepin. Du côté de son extrémité qui se termine en pointe, on apperçoit un petit point blanc qui d'abord est rond à peu-près comme une lentille, ayant seulement une petite éminence à cette partie de sa circonférence qui est du côté

Planche V.
Fig. 2. & 3.

Fig. 4.

* On peut consulter M. Malpighi sur la formation du Pepin.

de la pointe du pepin, & par son autre extrémité il est en-
châssé dans une autre petite vessie oblongue qui se termine
en pointe par l'autre bout. Cette petite vessie renferme une
liqueur glaireuse comme la précédente, mais qui est plus claire
& un peu blancheâtre. Les membranes qui renferment cette
liqueur que je compare au jaune ou moyeu de l'œuf, n'ont
de communication avec la liqueur dont j'ai parlé en premier
lieu, & que j'appellerai le *blanc*, seulement que par un vais-
seau qui est à son extrémité qui se termine en pointe.

Je n'ai pas remarqué de communication bien sensible du
germe avec le moyeu, j'ai seulement quelquefois apperçû
une espece de vaisseau qui passant entre les deux lobes, me
paroissoit aller jusqu'au germe. Mais soit que ce fût réelle-
ment un vaisseau, ou non, il est toujours nécessaire qu'il y
ait communication du germe au moyeu, puisqu'il se nourrit
à ses dépens, de même que le moyeu aux dépens du blanc,
de sorte que d'abord le moyeu augmentant toujours de
volume, consomme tout le blanc dont les membranes des-
séchées forment une seconde enveloppe au germe, qui conti-
nuant toujours à succer le moyeu qui ne peut plus se ré-
parer par le blanc, le détruit à son tour, & les membranes
de ce que j'appelle le moyeu, restent desséchées au gros
bout du pepin où elles forment une calotte qui dans la plû-
part des Poires est brune & fort aisée à appercevoir.

Planche V.
Fig. 5. & 6.

Ainsi le blanc est d'abord formé par les liqueurs qui lui
sont apportées par le vaisseau ombilical ; ensuite le jaune se
forme aux dépens du blanc par le moyen du vaisseau de
communication, & le germe se nourrit du jaune ou moyeu,
sans que nous ayons pû appercevoir bien clairement par le
moyen de quel vaisseau. Il me paroît même assés inutile
de chercher cette communication du germe au jaune, puis-
que la radicule de M. Grew peut ici faire l'office de racines,
tant pour transmettre la nourriture à toutes les parties de
l'amande, que pour se nourrir elle-même, & acquérir assés
d'étendue pour remplir tout l'espace qui est dans l'enveloppe
noire du pepin, que je regarde comme la coquille de l'œuf.

Enfin ces deux liqueurs se consomment peu à peu, & l'amande augmentant de volume, parvient à remplir toutes les enveloppes du pepin, & alors l'incubation est achevée.

Quelqu'un s'imaginera peut-être devoir trouver alors dans le pepin un Poirier tout formé comme on trouve dans un œuf couvé un petit Poulet, aussi le petit Poirier est-il existant, mais c'est lui qui occupe le moins d'espace dans ce pepin, il est situé dans un petit corps à moitié oval qui est à l'extrémité la plus étroite de deux gros corps blancs qu'on appelle les *lobes*.

Planche VI.
Fig. 1. & 4.

Pour concevoir l'usage de toutes ces parties, il faut faire attention que la nature a eu soin de fournir aux jeunes animaux qui viennent de naître ou d'éclore, certains aliments qui par leur délicatesse & leur légèreté pussent les nourrir sans trop charger leur estomac, alors foible & délicat ; la plûpart des vivipares, par exemple, tetent leurs meres, & une bonne partie du jaune des œufs entre dans le corps des jeunes oiseaux, & suffit pour les nourrir pendant quelques jours. Cependant leurs meres ont encore le soin de ne les accoutûmer que peu à peu aux nourritures solides. Les Pigeons, par exemple, nourrissent d'abord leurs petits d'une bouillie claire à demi digérée. Les premiers aliments que les Perdrix donnent à leurs petits ne sont que des œufs de Fourmis, ou d'autres petits insectes fort délicats ; enfin l'on sçait les différentes pâtes qu'il faut faire dans les basse-cours pour élever les volailles.

La nature paroît avoir eu la même précaution pour les végétaux, & ces deux lobes que tout le monde sçait qui ne sont joints l'un à l'autre que par les vaisseaux qui communiquent à la jeune plante par un mucilage qui les colle légèrement l'un à l'autre, & enfin par quelques attaches que j'ai quelquefois apperçûes sur les bords avec l'aide du Microscope. Ces lobes, dis-je, paroissent être les mamelles de la jeune plante ; ce sont eux qui renferment la nourriture délicate qui la doit faire subsister jusqu'à ce qu'elle ait poussé assés de racines pour se nourrir par leur moyen : ainsi quand on

Fig. 4.

plante un pepin, il s'imbibe d'abord de l'humidité de la terre à la manière des éponges, cette humidité dissout la matière de nos émulsions, & fait un véritable lait qui nourrit nôtre jeune plante par la radicule de M. Grew, jusqu'à ce qu'elle soit en état de subsister par les racines qu'elle aura jetées en terre.

Il est bon de remarquer, en terminant cette troisième partie de l'anatomie de la Poire,

1.^o Que si je n'ai point cité les auteurs qui ont traité avant moi de l'anatomie de la Poire, ce n'a été ni pour m'attribuer leurs découvertes, ni pour feindre qu'ils ne m'aient été d'aucun secours, mais seulement pour ne pas rendre ces Mémoires beaucoup plus longs, ce qui auroit été inévitable.

2.^o Si j'ai toujours appelé des *vaisseaux* les filets qui sont dans nôtre fruit, & des *glandes* les pierres qui s'y trouvent, ce n'est pas que je regarde ces choses comme incontestables & entièrement décidées, mais seulement comme probables, pour les raisons que j'ai rapportées dans la 1^{re} & la 2^{de} partie de cette anatomie; je me propose même de faire de nouveaux efforts pour éclaircir ces questions, en faisant l'anatomie des fruits à Noyau, à laquelle je travaille maintenant.

3.^o On jugera peut-être que j'aurois dû examiner le Pepin avec plus de soin & d'exactitude, mais j'ai crû devoir réserver ce travail pour l'anatomie des fruits à Noyau, qui paroissent plus favorables à ces observations, à cause de la grosseur de leur Amande.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Figure 1. UN bouton de Poirier à fruit, recouvert de ses écailles.

Fig. 2. Une des écailles en culleron, qui recouvre le bouton du Poirier.

Fig. 3. Le même bouton dépouillé de ses écailles, où l'on

apperçoit les jeunes embryons avec des petits feuillets qui sont entre deux.

- Fig. 4.* Les différentes figures des petits feuillets dont nous venons de parler. Ils sont vûs à la Loupe dans cette Figure, & un petit insecte vû au Microscope; je l'ai trouvé dans le mois de Janvier, qui étoit enfermé dans un bouton de Poirier.
- Fig. 5.* Un des embryons dont nous venons de parler, grossi au Microscope.
- Fig. 6.* Cet embryon ouvert, il paroît velu intérieurement, & l'on n'y voit encore que les étamines, point de pistiles ni de pétales.
- Fig. 7.* Un pareil bouton que celui de la Figure 3, mais dans un âge plus avancé.
- Fig. 8.* La coupe d'un embryon plus avancé, & dans lequel on commence à découvrir, outre les étamines, les pistiles, les pepins & les pétales.
- Fig. 9.* Une fleur de Poirier épanouie où l'on voit les pétales, les pistiles & les étamines dans leur grosseur naturelle.
- Fig. 10.* Le calice de la fleur qui doit devenir le fruit. Il est dans sa grosseur naturelle.
- Fig. 11.* La coupe d'une fleur de Poirier, lorsque le fruit est prêt à nouer.
- a*, la queue.
 - b*, la partie du calice qui doit devenir la Poire.
 - c*, les échancrures du calice.
 - d*, Un pétale qui indique la situation des quatre autres dans les échancrures du calice.
 - e*, les étamines qui sont quatre à quatre entre chaque échancrure du calice.
 - f*, les pistiles qui sont au nombre de cinq qui répondent chacune à une capsule des pepins ou à deux pepins, car chaque capsule en renferme deux.

g. Un pepin dans la capsule.

h. Une substance verte vers les bords, & qui blanchit en approchant du centre ; c'est ce qui forme, lorsque le fruit est gros, ce qu'on appelle vulgairement le *trognon*.

i. Un faisceau de vaisseaux qui se prolonge de la queue.

l. Ce que j'ai crû pouvoir appeller le *placenta*.

mm. les vaisseaux spermatiques.

n. substance blancheâtre & comme glanduleuse où vont aboutir les vaisseaux spermatiques, & d'où partent les pétales & les étamines ; c'est cette substance qui, lorsqu'elle est endurcie, forme la roche.

Fig. 12. Une étamine vûë au Microscope.

a. le pédicule.

b. les sommets.

c. la rainure par où ils s'ouvrent.

Fig. 13. La même étamine, lorsque les sommets en sont ouverts, où l'on peut remarquer comme les écussons sont chargés de poussière, & comme cette poussière se répand par tout sur le pédicule.

Fig. 14. Un grain de poussière examiné seul au Microscope, où l'on peut remarquer le petit pédicule par lequel il étoit attaché à l'écusson. Il faut remarquer qu'on se sert du terme d'*écusson* après quelques auteurs, à cause de la ressemblance avec les écussons d'armoiries.

Fig. 15. Un pétale détaché & examiné seul à la Loupe. On y voit la route des principaux vaisseaux, & comme ils s'anastomosent ensemble.

Fig. 16. Les pistiles avec leurs dépendances, détachés du reste du calice.

a. la trompe des pistiles.

b. l'endroit où ils se retrécissent pour traverser la roche.

c. leur élargissement pour loger les pepins.

d, une portion du pistile qui fait une arête éminente dans l'intérieur du fruit, nous l'avons nommé le *faisceau interieur*.

e, Une portion de ce que nous avons appelé le *placenta*.

Fig. 17. Un jeune pepin aussi grossi au Microscope.

Fig. 18. Une Poire parvenue à sa grosseur.

P L A N C H E I I.

Fig. 1. Un bouquet de fleurs de Poirier épanoui, ou ce que produit un seul bouton de Poirier.

Fig. 2. Les parties mâles de la Poire séparées des autres, & beaucoup grossies. Il est bon de remarquer qu'on n'en voit que la moitié.

a, le faisceau de vaisseaux qui vient de la queue.

b b b b b, cinq des vaisseaux spermatiques, ou de ces vaisseaux qui sont destinés à porter la sève aux glandes qui doivent préparer la liqueur fécondante.

c c c c c, les branches qui se recourbent, & vont porter la nourriture à la partie pointuë de la Poire ou du côté de la queue.

d d d, les branches qui vont s'épanouir dans la substance charnuë de la Poire.

e e, les glandes que nous croyons destinées à préparer la liqueur fécondante.

f, les pédicules des étamines par où doit passer la liqueur fécondante pour être portée aux sommets qui en sont les réservoirs.

g g, les sommets des étamines, ou les réservoirs de la liqueur fécondante.

h h, les échancrures du calice, ou ses appendices.

i, un pétale.

l, le canal par où passent les pistiles.

m m, des vaisseaux peut-être excrétoires, ou par lesquels s'échappe ce qui n'est pas propre à former la semence.

PLANCHE

PLANCHE III.

Fig. 1. Les organes femelles ou que nous croyons être destinées à la formation du pepin & à sa nutrition après qu'il a été fécondé, le tout séparé des organes mâles, & grossi.

a, le faisceau de l'axe, ou qui est continu à la queue.

b, la coupe d'un vaisseau spermatique.

ccc, la substance pierreuse que nous croyons être dans le jeune fruit un amas de glandes destinées à la préparation des liqueurs qui doivent former le pepin.

d, une substance un peu plus serrée que le reste de la Poire, laquelle se trouve au dessous des pepins, & est garnie d'une petite éminence en manière de houppe qui s'élève dans une cavité qu'on trouve entre les loges des pepins ; c'est cette partie que nous avons crû pouvoir appeller le *placenta*. Il faut remarquer que presque tous les vaisseaux de la queue se terminent en cet endroit, & que c'est de cet endroit que partent ou que viennent aboutir presque tous les vaisseaux que nous allons décrire ; je dis presque tous, car il y en a quelques-uns qui traversent le placenta, & qu'on peut suivre jusqu'au de-là, comme on le voit en *e*.

e, un vaisseau, ou un faisceau de vaisseaux qu'on peut suivre au travers du placenta.

f, un des vaisseaux que j'ai appelé *nourricier*, & qui va s'épanouir dans la substance pierreuse.

g, une substance fine qui se distingue ordinairement bien du reste de la Poire, tant par sa couleur qui est plus blanche, que par son goût qui est plus aigre, ce qui me la fait appeller la *substance acidule*.

h, le pistile.

i, la portion interne du pistile.

l, l'autre portion du pistile que j'ai appelé la *portion externe*.

m, un raifeau ou plexus de vaiffeaux, qui recouvre les loges des pepins, & dont plusieurs branches fe perdent dans la fubftance acidule dont nous parlerons dans les Planches fuivantes.

Fig. 2. La coupe d'une Bergamotte de Hollande, où l'on peut remarquer que la roche *a* eft fort renfoncée, & qu'il n'y a point de canal pierreux.

b, le finus central, ou une cavité qui eft entre les pepins; elle eft très-grande dans cette efpece de Poire, & eft fort petite dans d'autres. On peut remarquer dans ce finus les arêtes formées par la portion interne des piftiles.

c, le placenta. Il faut remarquer que la houppe paroît plus dans les jeunes Paires que dans les autres.

d, un pepin un peu tiré de fa loge, pour faire voir comme le vaiffeau ombilical *e* va s'implanter dans le placenta où il fe perd.

f, la fubftance acidule que nous jugeons qui peuvent être des vaiffeaux excréteurs des glandes de la fubftance pierreufe.

g, la fubftance pierreufe.

Fig. 3. Une capsule de pepin ouverte, & le pepin en fituation.

aaa, une moitié de la portion externe du piftile qui borde la capsule.

bbb, l'autre moitié de la même portion qui borde auffi la capsule.

ccc, la portion interne du piftile qui s'étend à peu-près fuivant l'axe de la Poire. On peut remarquer qu'elle fe fépare aifément en deux fuivant fa longueur.

d, le pepin qui a la pointe en bas dans fa capsule, & n'y eft point adhérent.

e, le vaiffeau ombilical qui s'enfonce & va fe perdre dans la réunion de la portion interne & de la portion externe des piftiles, qui dans cet endroit font une

substance fort serrée que nous avons regardée comme une appendice du placenta.

PLANCHE I V.

Fig. 1. Les deux pepins dans leur capsule ouverte.

Fig. 2. La moitié d'une capsule où l'on a détaché le plexus du parchemin.

Fig. 3. Où l'on voit 1.^o comme quelquefois il y a des adhérences de la capsule du pepin avec les enveloppes de ce pepin, 2.^o le vaisseau ombilical, & 3.^o les vaisseaux qui vont du placenta à la capsule, car quelquefois le placenta est un peu éloigné des loges des pepins.

Fig. 4. Un pepin avec le vaisseau ombilical qui va se perdre dans l'appendice du placenta dont nous avons parlé.

Fig. 5. Un quartier de la substance acidule qui dans quelques Poires est considérable, & dans d'autres est peu de chose, & qui dans quelques especes a une arête dans le sinus central comme les loges des pepins, mais moins considérable, & qui ne se termine pas aux pistiles.

Fig. 6. Une loge de pepins.

a, la portion interne des pistiles.

b, la portion externe.

c, le plexus.

Fig. 7. Toutes les capsules réunies ensemble.

a, les pistiles.

b, les portions externes des pistiles.

ccc, les plexus.

d, le lieu de la réunion des pistiles.

P L A N C H E V.

- Fig. 1.* Le pepin dans ses enveloppes avec le vaisseau ombilical.
- Fig. 2.* Les premières enveloppes du pepin levées pour faire voir comme le vaisseau ombilical va sous les téguments se rendre au gros bout du pepin.
- Fig. 3.* L'amande coupée suivant sa longueur, où le tout paroît d'une substance uniforme & glaireuse.
- Fig. 4.* Le germe qui est enchâssé dans le moyeu qui communique au blanc par un vaisseau, & l'insertion du vaisseau ombilical dans le blanc ; à côté est le germe & le moyeu détachés du blanc.
- Fig. 5.* Le germe beaucoup grossi, avec le moyeu qui l'est encore plus à proportion.
- Fig. 6.* Le germe qui commence à remplir la totalité.
- Fig. 7.* Le germe & le moyeu sortis du blanc pour faire voir à peu-près, 1.^o le vaisseau de communication du moyeu au blanc, & 2.^o comme le blanc forme une enveloppe au jaune & au germe.
- Fig. 8.* L'amande formée en entier, & pour lors les membranes qui contenoient le blanc font une enveloppe qui recouvre toute l'amande, & celles qui enfermoient le moyeu forment une calotte ordinairement brune, & qui reste au gros bout du Pepin.
- Fig. 9.* La calotte formée par les membranes du moyeu.
- Fig. 10.* L'enveloppe formée par les membranes du blanc.
- Fig. 11.* Les différents états du pepin d'une Poire dans ses différents âges, & à peu-près dans sa grosseur naturelle.

PLANCHE VI.

Fig. 1. L'amande formée & dégagée de ses enveloppes, vûë de côté pour faire voir les deux lobes un peu séparés l'un de l'autre, & une pointe en haut qu'on appelle communément le *germe*.

Fig. 2. La même amande vûë sur son plat.

Fig. 3. Un des lobes séparé pour faire voir comme le germe s'enfonce entre deux. On voit sur les bords des attaches extrêmement fines qui joignent ensemble les deux lobes, & que j'ai apperçûës assés clairement.

Fig. 4. Le germe & un des lobes coupé par moitié. Dans le germe on y apperçoit les rudiments de la jeune plante, mais d'une manière bien confuse, & dans le corps de l'amande j'ai vû une fois bien clairement, & fait voir à plusieurs personnes une distribution de vaisseaux comme elle est dans la Figure. Si cette organisation est constamment telle, c'est la radicule de M. Grew ; mais si l'on veut de plus petits détails sur l'organisation de l'amande, on peut, en attendant ce que nous espérons donner dans la suite sur les fruits à noyau, consulter M. Leuwenhoek.

Fig. 5. Un morceau de l'écorce noire du pepin, vû au Microscope.

Fig. 6. Un morceau d'une autre enveloppe plus fine qui se trouve dessous, aussi vû au Microscope.

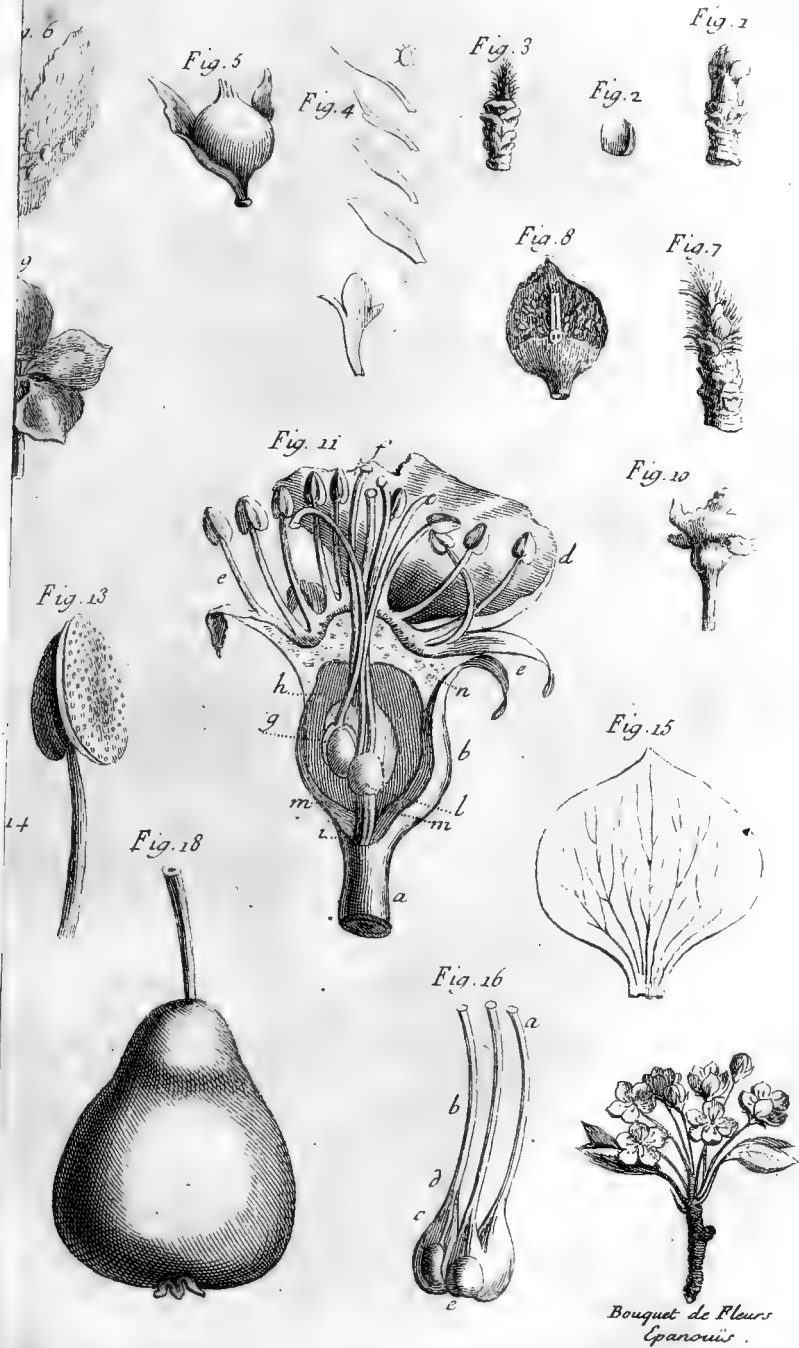
Il est bon de remarquer, en faveur de ceux qui voudroient s'amuser à disséquer des Poires, que m'étant proposé au commencement de mon travail sur la Poire, d'en disséquer quelques-unes à la manière de M. Ruisch, ce qui fait voir

un prodigieux épanouissement de vaisseaux, j'ai eu beaucoup de peine à y réussir.

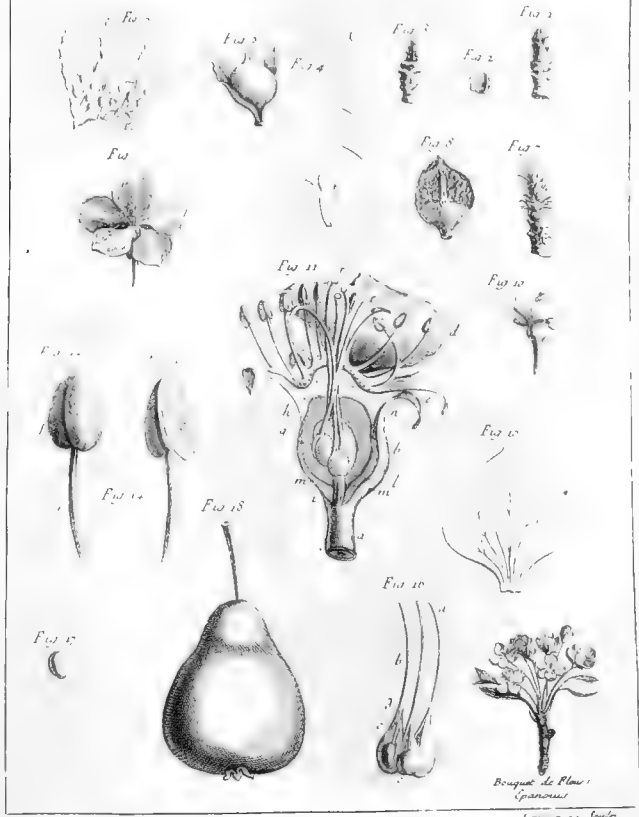
1.^o Parce qu'il est essentiel de détruire l'entrelacement de vaisseaux qui est sous les téguments aussi-bien que l'attache des vaisseaux spermatiques à la roche.

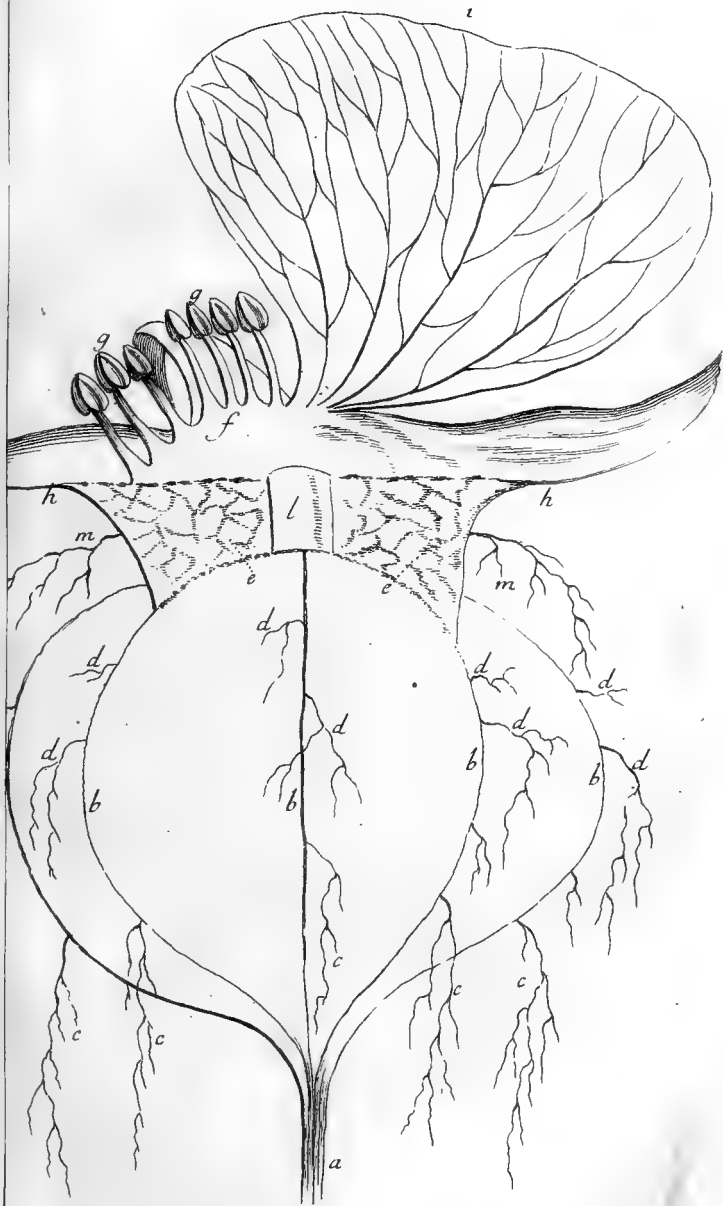
2.^o Parce que je m'étois persuadé qu'on n'y pouvoit par-venir qu'en employant de longues macérations, & effectivement elles sont très-avantageuses, mais il ne faut mettre les fruits en macération que quand ils sont mols ou du moins prêts à mollir, & choisir par préférence les Poires fondantes, ce qui abrege & facilite prodigieusement le travail. Encore un moyen bien commode pour appercevoir une partie des organes de la Poire, c'est de couper en différents sens des Poires confites au sucre, & de les mettre ensuite tremper dans de l'eau claire, car les principaux vaisseaux blanchissent & deviennent fort apparents. Avec ces attentions, il sera fort aisé d'appercevoir la plûpart des organes dont nous avons parlé.



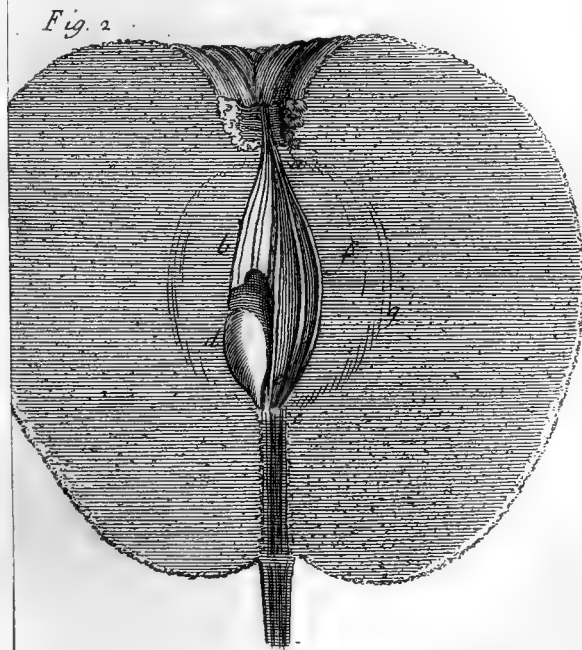
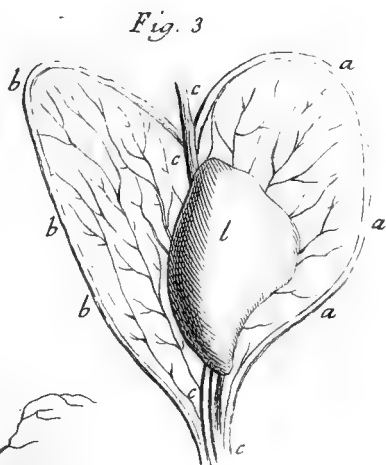
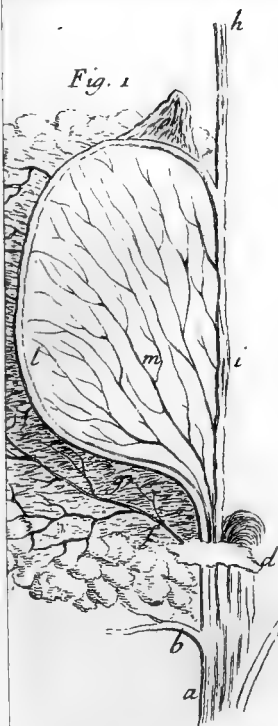


Bouquet de Fleurs
Cranouis.









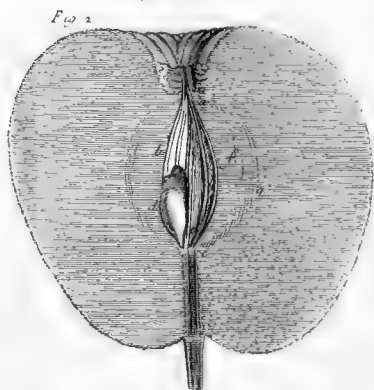
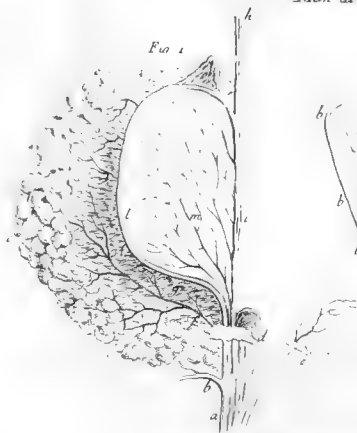


Fig. 2

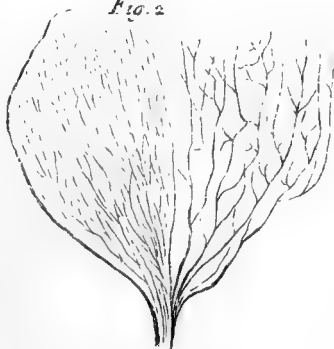


Fig. 1

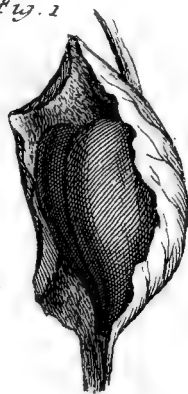


Fig. 5

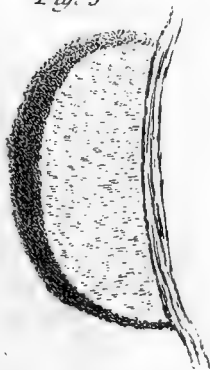


Fig. 4



Fig. 7



Fig 3



Fig 2



Fig 1



Fig 5



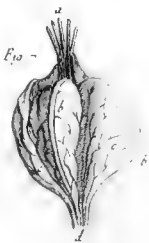
Fig 6



Fig 4



Fig 7



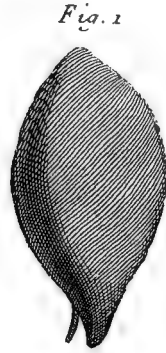


Fig 1



Fig 2



Fig 3

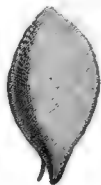


Fig 4



Fig 5



Fig 6



Fig 7



Fig 8



Fig 9



Fig 10



Fig 11



Fig. 2

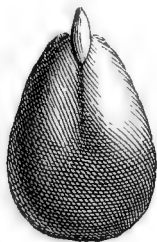


Fig. 1



Fig. 4



Fig. 5

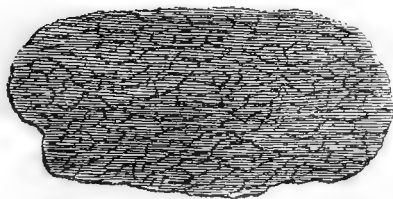


Fig 3



Fig 2



Fig 1



Fig 4



Fig 6

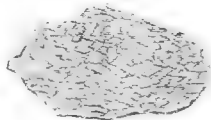


Fig 5



DES DEUX INÉGALITÉS DU IV.^{me} SATELLITE DE JUPITER.

Par M. MARALDI.

ON trouve dans les ouvrages de l'Académie les Tables des Satellites de Jupiter. Celles du 1.^{er} Satellite y sont construites suivant deux différentes méthodes. On calcule par la seconde les Éclipses de ce Satellite avec plus de facilité & de brièveté que par la première. M. Cassini, qui est l'auteur de ces Tables, avoué qu'il n'a point appliqué la seconde méthode aux autres Satellites, parce qu'il ne connoissoit point leurs mouvements avec la même exactitude que ceux du 1.^{er} Satellite. Il avoit découvert à celui-ci, outre l'inégalité commune aux quatre Satellites, qui dépend de l'excentricité de Jupiter au Soleil, une autre inégalité qui est nulle, quand la Terre est en conjonction avec Jupiter, ou Jupiter en opposition au Soleil, ce qui revient au même, qui monte à 7' 5" environ aux quadratures; d'où il a conjecturé qu'elle devoit être de 14' 10" dans les oppositions de la Terre à Jupiter, le double de ce qu'elle étoit aux quadratures, & il a conclu que la période devoit être celle du retour du Soleil ou de la Terre à Jupiter.

8 Mars
1732.

Après l'impression des Tables de l'année 1693 M. Cassini découvrit encore, par de nouvelles observations, que les équations qu'il avoit établies dans la Table de la première équation des conjonctions du 1.^{er} Satellite, n'étoient pas suffisantes pour représenter l'inégalité du mouvement de ce Satellite, qui a pour période celle de l'anomalie de Jupiter, quoiqu'elles fussent formées sur les équations de l'anomalie de Jupiter prises dans les Tables Rudolphines, dont la plus grande équation monte à 5° 30', qui étant réduite en temps proportionné au mouvement du Satellite, ne produit que

38' 56", pendant que ses nouvelles observations la donnoient entre 40' & 41'; ce qui le détermina à augmenter les équations de sa Table d'un 30^{me} de leur grandeur chacune pour éviter une nouvelle impression, mais sans donner autre cause de cette augmentation que celle d'accorder ses Tables aux observations mêmes, & par conséquent sans qu'on puisse en conclure si la cause en est commune, ou au moins analogue dans les quatre Satellites, ou si elle est particulière au premier.

Voilà l'état où M. Cassini a laissé les Tables des Satellites de Jupiter ; mon oncle a travaillé depuis à les perfectionner, & y travailloit actuellement, quand la mort a arrêté le cours de ses travaux. Déjà par une infinité de calculs, de recueils d'observations tant anciennes que modernes, jointes aux siennes propres, & des comparaisons des unes avec les autres, il avoit crû trouver qu'une partie des inégalités de ces Satellites provenoit du défaut dans les époques de leurs moyens mouvements, que pour cela il avoit corrigées, & réduites à celles qui se voyent dans un avertissement qui est à la tête du 8^{me} volume des Mémoires de l'Académie de l'édition de 1730, à une erreur d'impression près dans l'époque du 2^d Satellite pour 1700, qui doit être de 2^s 12° 28' 11", au lieu de 2^s 22° 18' 11" qui se trouve dans cette impression, & déjà sur ces époques il avoit corrigé les Tables du 1^{er} Satellite tant dans l'une que dans l'autre méthode de M. Cassini ; & il avoit ébauché les Tables des autres Satellites pour les mettre dans la forme de celle du premier.

C'est en essayant de continuer cet ouvrage, que j'ai eu lieu de faire trois remarques, que je soumets à l'examen de l'Académie.

La première, & qui sera le principal objet de ce Mémoire, est sur une nouvelle inégalité du mouvement du 4^{me} Satellite de Jupiter, dont je donnerai la cause, la quantité, & la méthode pour dresser une Table propre à la représenter.

La seconde est sur une autre inégalité dans la durée des Éclipses de ce même Satellite, dont je donne seulement quelques conjectures.

La troisième suit de la première, & consiste à donner la cause jusqu'ici inconnue de l'addition que M. Cassini a crû devoir faire aux équations du 1^{er} Satellite provenant de l'anomalie de Jupiter.

La comparaison des observations du 4^{me} Satellite faite avec le calcul tiré des Tables de M. Cassini, m'a conduit à la première remarque. J'ai trouvé que les phases des éclipses du 4^{me} Satellite arrivent toujours plutôt que ce calcul ne les représente : la plus grande différence monte à plus de 1^h 50'. Elle paroît avoir quelque rapport à la période de Jupiter ; car voici trois observations qui m'ont d'abord frappé, où Jupiter s'étant trouvé au même degré du Zodiaque dans trois périodes consécutives, on a observé les phases du 4^{me} Satellite, & l'excès du temps calculé sur le temps des observations est à peu-près égal.

L'année 1696, le 13 de Mars, on observa l'émergence du 4^{me} Satellite de l'ombre de Jupiter à 7^h 18' 40" du soir. On trouve par le calcul le temps de cette observation à 8^h 30' 44" ; donc la différence est de 1^h 12' 4", le lieu de Jupiter vû du Soleil étant au 22° 14' de la Vierge.

L'année 1708, le 30 de Janvier, le Satellite sortit de l'ombre de Jupiter à 11^h 16' 40", & suivant le calcul, il n'auroit dû sortir qu'à 12^h 25' 16". Donc la différence ou l'inégalité a été de 1^h 8' 26", Jupiter étant au 22° 54' de la Vierge.

L'année 1719, le premier de Décembre, le Satellite entra dans l'ombre à 7^h 1' 29" du matin, mais par les Tables on trouve cette immersion à 8^h 16' 29", donc l'inégalité a été de 1^h 15', Jupiter étant au 22° 16' de la Vierge. Ce qui est évidemment périodique, & qui méritoit d'être particulièrement examiné pour trouver la cause de ces différences.

Mais certaines observations en ont rendu la recherche très-difficile, & empêchent d'en avoir la connoissance aussi exacte qu'il seroit à souhaiter. Elles nous découvrent des irrégularités dans la durée des éclipses du 4^{me} Satellite, qui sont contraires en deux choses aux Tables de M. Cassini.

Mem. 1732.

. N

1.^o Parce que ce sçavant Astronome a fixé les nœuds des Satellites de Jupiter à $14^{\circ} 30'$ du Lion & du Verseau, & a renfermé les limites écliptiques du 4^{me} Satellite entre le 27^{me} degré des Gémeaux & le 2^{me} degré de la Balance d'un côté du Zodiaque, & entre le 27^{me} degré du Sagittaire & le 2^{me} degré du Bélier de l'autre côté du Zodiaque, & cependant je trouve quatre observations du 4^{me} Satellite, qui donnent des passages dans l'ombre hors de ces termes écliptiques.

En 1687, le 12 Juillet, Jupiter étant à $21^{\circ} 49'$ du Sagittaire, c'est-à-dire, à $5^{\circ} 11'$ hors de ces termes écliptiques, le 4^{me} Satellite demeura 20' dans l'ombre.

En 1693, le 29 de Janvier, Jupiter étant à $21^{\circ} 2'$ des Gémeaux, c'est-à-dire, à $5^{\circ} 58'$ hors des termes écliptiques, M. Flamsteed observa une émerfion.

En 1702, on observa, comme il est rapporté dans les Mémoires de l'Académie de 1712, que Jupiter étant à 52° du nœud, c'est-à-dire, à $4^{\circ} 30'$ hors des termes écliptiques, le 4^{me} Satellite rasa l'ombre.

En 1728, le 7 de Septembre, Jupiter étant à $24^{\circ} 35'$ des Gémeaux, c'est-à-dire, à $2^{\circ} 25'$ hors des termes écliptiques, le 4^{me} Satellite demeura dans l'ombre $1^h 50' 44''$.

2.^o Les Tables de M. Cassini donnent la demi-demeure du Satellite dans l'ombre, la même aux mêmes distances des termes écliptiques. Mais on trouve trois observations où la demeure est différente, & plus grande que celle que M. Cassini assigne à pareilles distances de ces termes.

En 1705, le 22 Février, Jupiter étant à $27^{\circ} 30'$ des Gémeaux, c'est-à-dire, à $30'$ en deçà des termes écliptiques, le Satellite ne devoit, selon la Table, demeurer que $8' 22''$ dans l'ombre, & il y demeura $2^h 3' 14''$.

En 1708, le 6 d'Avril, Jupiter étant à $27^{\circ} 58'$ de la Vierge, c'est-à-dire, à $4^{\circ} 2'$ en deçà des termes écliptiques, le Satellite ne devoit, selon la Table, demeurer que $1^h 3' 6''$ dans l'ombre, & il demeura $2^h 11' 40''$.

En 1711, Jupiter étant à $28^{\circ} 13'$ des Gémeaux, c'est-à-dire, $1^{\circ} 13'$ proche des termes écliptiques, où, selon la

Table, le Satellite ne devoit demeurer que 40' dans l'ombre, il y demeura 2^h 20'.

Et il est à remarquer que nous n'avons que deux observations, sçavoir une en 1718, l'autre en 1730, où la durée de l'éclipse ait été conforme à la Table. Dans toutes les autres observations que j'ai pû trouver sur le 4^{me} Satellite, hors celles que j'ai rapportées ci-dessus, l'entrée & la sortie du Satellite de l'ombre de Jupiter n'ont point été observées; mais seulement ou l'une ou l'autre de ces deux phases, dont une seule ne peut rien déterminer sur la durée des éclipses; ainsi on ne sçauroit déterminer la grandeur de la première inégalité, qu'elle ne soit dégagée de l'effet de cette seconde, qui augmentant la durée des éclipses, accélère les immersions, & retarde les émerfions, & par-là elle contribué aux différences que j'ai trouvées entre le temps vrai de ces phases & le temps calculé; il est donc nécessaire d'examiner les causes de cette seconde inégalité, afin de la dégager autant qu'on peut de la première.

On sçait que trois causes entre autres peuvent contribuer à la variation de la durée d'une éclipse dans un même point du Zodiaque. 1.^o L'excentricité de l'orbite du Satellite par rapport au centre de la planete principale; 2.^o le mouvement des noeuds de son orbite; 3.^o la variation de l'inclinaison mutuelle de ces deux orbites l'une à l'égard de l'autre.

Ces causes peuvent concourir soit conjointement soit séparément à la variation de la durée des éclipses des Satellites à semblables positions de Jupiter dans le Zodiaque, & doivent être examinées chacune séparément pour en connoître l'effet.

On comprendra d'abord facilement que l'excentricité de l'orbite du Satellite ne peut concourir à la variation de la durée d'une éclipse, que parce qu'elle éloigne plus ou moins le Satellite de la Planete principale; mais une excentricité qui ne s'est pas encore renduë assez sensible pour qu'on l'ait pû déterminer dans les digressions de la Planete principale, se rendra difficilement sensible dans la durée des éclipses. Cependant

comme on pourroit dire que c'est le peu d'observations que nous avons sur les digressions du 4^{me} Satellite, & la difficulté de faire ces observations avec exactitude, qui nous prive de la connoissance des différences de ses plus grandes digressions ; après que j'ai eu découvert l'excentricité de ce Satellite par la première inégalité dépouillée de la seconde, j'ai calculé l'effet que cette excentricité peut produire sur la durée de ses éclipses ; & j'ai trouvé que comparant une éclipse qui arriveroit au point de l'orbite du Satellite plus éloigné du centre de Jupiter, à celle qui arriveroit au point plus proche de ce centre, la différence de leur durée ne seroit pas de 3 minutes ; ce qui est bien éloigné de représenter les sept observations, où nous avons trouvé de beaucoup plus grandes variations, & dans des points de l'orbite moins excentriques que ces deux-là.

On ne voit pas non plus qu'on puisse attribuer cette variation de durée des éclipses du 4^{me} Satellite au mouvement des nœuds de l'orbite du Satellite ; car outre que M. Cassini n'a admis l'hypothèse de la stabilité de ces nœuds qu'après bien des moyens pris pour s'en assurer, & que mon oncle depuis lui, par de pareils moyens a reconnu que ceux du second Satellite sont précisément au même endroit où M. Cassini les a fixés ; les observations mêmes nous font voir que les nœuds du quatrième Satellite n'ont pas de mouvement régulier, & que si on peut lui donner quelque mouvement, il ne seroit tout au plus que d'une libration pleine d'irrégularités extrêmes, ce qui ne sçauroit établir une hypothèse.

Pour le voir clairement, supposons qu'au temps des observations citées ci-dessus, dont on a la durée des éclipses, le nœud du Satellite le plus proche ait eu le mouvement nécessaire pour se trouver placé à la distance du lieu de Jupiter ; qui, selon la Table de la demi-demeure de M. Cassini, répond à la durée de l'éclipse trouvée par les observations, & nous aurons les diverses positions des nœuds pour les temps des observations, comme elles se trouvent dans la Table

suivante, ou le signe + marque l'avance des nœuds au de-là des points fixés par M. Cassini, & le signe — marque la rétrogradation des nœuds en arrière de ces mêmes points.

L'Eclipsé de l'an	a eu pour sa demi-durée	qui répond à la distance du nœud.	Jupiter étoit alors à	Le nœud plus proche devoit donc se trouver à	Rapport du nœud à la place fixée par M. Cassini.
1687	0 ^h 10' 0"	46° 28'	21° 49' ♊	8° 17' ♋	— 6° 13'
1702	Le Satel. rasé l'ombre.	47 30	6 30 ♋	19 0 ♋	+ 4 30
1705	1 1 37	41 16	27 30 ♋	8 46 ♋	— 5 44
1708	1 5 50	40 28	27 58 ♋	17 30 ♋	+ 3 0
1717	1 10 0	39 37	28 13 ♋	7 50 ♋	— 6 40
1728	0 55 22	42 24	24 35 ♋	6 59 ♋	— 7 35

Par où on voit qu'au temps de l'Eclipsé de 1687 les nœuds auroient rétrogradé de la place que M. Cassini leur assigne, de..... 6° 13'.

Dans les quinze ans suivans, ils auroient avancé en mouvement direct de..... 10 43.

Trois ans après, ils auroient parcouru en mouvement rétrograde..... 10 14.

Dans les trois ans suivans, ils auroient eu un mouvement direct de..... 8 44.

Durant neuf autres années, ils auroient fait en mouvement rétrograde..... 9 40.

Et enfin onze après, ils se seroient trouvés encore plus rétrogradés de..... 0 51.

Ce qui paroît n'avoir aucune regle ni aucune vrai-semblance, sur-tout si on fait attention que les observations de 1718 & de 1730 replaceroient dans cette supposition les nœuds où M. Cassini les a fixés, & que la première donneroit à ces nœuds dans un an un mouvement direct de 6° 40', & la seconde encore un mouvement direct dans deux ans ou environ de 7° 31', ce qui se contredit manifestement.

Il n'y a donc pas d'apparence d'attribuer au mouvement des nœuds du 4^{me} Satellite la variation de la durée de ses éclipses; & comme on a vû que l'excentricité de son orbite ne suffit pas pour représenter ces variations, il paroît qu'on est obligé de recourir au changement de l'inclinaison de son

orbite à l'égard de celle de Jupiter. On seroit d'autant plus porté pour cette hypothese, que déjà on sçait par les Mémoires de l'Académie de 1729, que l'inclinaison du 2^d Satellite est différente de celle que feu M. Cassini avoit déterminée, qu'elle est variable, & que ses variations causent de l'irrégularité dans la durée de ses éclipses, qui monte jusqu'à 21 minutes.

Mais comme les observations de la durée des éclipses du 4^{me} Satellite sont en très-petit nombre, & qu'on ne reconnoît aucun ordre dans ces observations, si ce n'est une certaine analogie entre les observations de 1705 & 1717, & entre celles de 1718 & 1730, qui étant considérées séparément des autres, sembleroient donner une ouverture à une période de 12 années, mais étant examinées conjointement avec les autres, la détruisent, on ne sçauroit rien déterminer sur cette inclinaison. Combien y a-t-il d'autres causes qui peuvent varier la durée de ces éclipses ? les taches qu'on a vûes quelquefois sur ce Satellite, la variation du diametre, l'augmentation & diminution de lumière qui lui arrivent nécessairement par le différent éloignement au Soleil & à la Terre, le Ciel plus ou moins serein dans une observation que dans une autre, &c. peuvent contribuer aux irrégularités de la durée des éclipses du 4^{me} Satellite. C'est pourquoi, dans la nécessité où je suis de dépouiller de l'effet de la durée variable des éclipses du 4^{me} Satellite, la première inégalité qui fait l'objet principal de ce Mémoire, j'ai pris le parti de suivre le sentiment de mon oncle en cette matière, qui pensoit que jusqu'à des connoissances plus certaines sur cette variation d'inclinaison, il étoit plus sûr & plus approchant du vrai de s'en tenir à l'inclinaison déterminée par M. Cassini de $2^{\circ} 55'$, aussi-bien qu'à la position des nœuds. En effet, ayant apperçû les irrégularités de la durée des éclipses du 4^{me} Satellite, il avoit crû y remédier par la seule augmentation du diametre de la section de l'ombre de Jupiter dans l'orbite de ce Satellite, & sur cette hypothese il a construit une Table nouvelle des demi-demeures dans l'ombre, que

j'ai trouvée à la marge de celle de M. Cassini, imprimée en 1693, par laquelle il a prolongé l'incidence du 4^{me} Satellite dans l'ombre jusqu'à 51 degrés d'éloignement des nœuds. Par cette Table la plus grande demi-demeure est de 2^h 31' 54", & elle est encore 24' 35" à 51° de distance au nœud.

C'est par cette nouvelle Table que j'ai calculé de nouveau les temps des phases du 4^{me} Satellite, qui m'ont conduit à la première remarque, comme je les avois calculés par la Table des demi-demeures de M. Cassini; & je regarde les différences qui résultent de ce second calcul entre le temps observé & le temps calculé, comme dépouillées, autant qu'il se peut sur les connoissances présentes, de l'effet de la seconde inégalité, ou de la variation de la durée des éclipses; car par ce second calcul, j'ai trouvé encore plus d'ordre dans ces différences ainsi dépouillées, que je n'en ai trouvé par le premier, je les ai rangées en forme de Table que j'ai ajoutée à la fin de ce Mémoire.

L'ordre qu'on apperçoit dans ces différences, répond sensiblement à la révolution de Jupiter autour du Soleil, & m'a fait juger que la période des équations à établir pour représenter la première inégalité dont il s'agit principalement dans ce Mémoire, commence à chaque révolution de Jupiter dans le même endroit du Zodiaque, ou à peu-près, en sorte que la plus grande différence doit être éloignée de la plus petite du temps d'une demi-révolution de Jupiter.

En effet, si on veut bien remarquer l'ordre de leurs augmentations & diminutions dans le cours des observations de la Table, on trouvera qu'une de ces périodes a commencé en l'année 1705 entre l'observation du 22 Février & celle du 30 Avril; car par l'observation du 22 Février, l'inégalité étoit de 5' 40" additive, qui est une marque que l'inégalité soustractive, qui s'étoit trouvée dans les observations précédentes, avoit cessé, & le 30 d'Avril elle étoit déjà de 3' 20" soustractive, comme on a continué de le remarquer dans les observations suivantes. Elle a ensuite toujours été en augmentant jusqu'à l'observation de l'année 1711, dans laquelle

on l'a trouvée de $1^h 52'$, qui a été la plus grande. Après cette observation, elle a commencé à diminuer sensiblement; de sorte qu'après une seule révolution du Satellite elle avoit déjà diminué de 18 minutes.

L'année 1713, le premier d'Août, elle étoit réduite à $38'$; l'année 1714, le 16 de Janvier, elle n'étoit que de $21' 22''$; enfin elle a cessé vers la fin de l'année 1716, ou au commencement de l'année 1717, car le 9 de Janvier de cette année-là elle n'étoit que de 5 secondes, le lieu de Jupiter vû du Soleil étant à $28^{\circ} 9'$ des Gémeaux. Il est vrai-semblable que cette inégalité commençoit sa période au temps de cette observation, car par l'observation suivante du 26 de Janvier elle a été observée de $1' 32''$, & le 10 de Décembre de la même année elle étoit déjà de $18' 40''$, le 4 de Mars de l'année suivante de $22' 15''$, & elle a continué d'augmenter jusqu'à l'année 1723 qu'on l'a observée de $1^h 36' 8''$, qui est la plus grande qu'on ait remarquée dans cette période, le lieu de Jupiter étant alors au 7^{me} degré $38'$ du Capricorne, plus avancée de 7^d que l'année 1711, où l'inégalité fut observée de $1^h 52'$.

On pourroit supposer qu'au temps de cette observation elle avoit déjà commencé à diminuer, parce que en 1723 on n'a point fait d'observations de ce Satellite, dans le temps que Jupiter étoit au commencement du Capricorne, où on a remarqué la plus grande inégalité en 1711, & que le 4 de Septembre suivant elle étoit moindre de 7 minutes, ayant été observée de $1^h 29'$.

Elle continua ensuite de diminuer, & elle étoit l'année suivante 1724 le 4 d'Août de $1^h 10'$, l'année 1725 le 27 de Septembre de $38'$, & le 20 de Décembre de la même année de $22' 20''$, & il paroît qu'elle avoit cessé l'année 1728 avant le 7 d'Octobre, car ce jour-là elle fut observée de $6' 12''$ additive, le lieu de Jupiter étant à $24^{\circ} 35'$ des Gémeaux, qui est néanmoins éloigné de celui où elle a fini la période précédente de 4 degrés au moins.

Elle a augmenté ensuite, & le 18 de Février de l'année

1729 elle étoit de $6' 46''$, l'année 1730 le 2 de Janvier de $13'$, le 14 d'Octobre de $32'$, & le 20 de Décembre de la même année, par une observation qui m'a été communiquée par M. Manfredi, elle a été de $40'$, le 14 de Mars de l'année 1731 on l'a trouvée de $47' 7''$, & enfin le 20 de Mai elle a été de $54'$.

Dans la période qui a précédé les deux dont je viens de parler, cette inégalité est montée le 21 d'Août 1699 à $1^h 53'$, Jupiter étant à $29^\circ 22'$ du Sagittaire, à $40'$ près du lieu où il se trouva douze ans après, lorsque le Satellite eut une inégalité à peu-près semblable à celle de 1699.

On voit par les observations que je viens de rapporter, que cette inégalité commence, lorsque Jupiter est aux moyennes distances du Soleil, c'est-à-dire vers la fin des Gémeaux, qui est éloigné de trois Signes de l'aphélie; qu'elle augmente continuellement jusqu'à ce que Jupiter, après avoir passé par son aphélie, soit arrivé vers la fin du Sagittaire, ou au commencement du Capricorne, où elle est la plus grande, qu'ensuite elle diminue, Jupiter allant vers son périhélie, & qu'elle cesse à peu-près dans l'endroit où elle avoit commencé.

Ces remarques faites sur l'ordre & la période de ces différences, donnent lieu à trois réflexions qui conduisent au moyen de représenter cette inégalité, dans la seconde forme des Tables de M. Cassini, par une Table périodique, qui paroît d'autant plus utile, qu'on a lieu de croire que le défaut d'attention à cette inégalité, qui fait que les phases de ce Satellite anticipent toujours le temps où on les attend par le calcul, a été la cause du peu d'observations que nous avons de ce Satellite.

La première réflexion est que puisque ces différences du temps calculé au temps des observations sont telles que le temps calculé excède toujours le temps des observations (à deux cas près, qui sont si légers, qu'on peut les attribuer à quelque erreur) on peut facilement en conclure qu'ôtant de l'époque des moyennes révolutions la moitié de la plus grande de ces différences, le temps calculé n'excédera plus

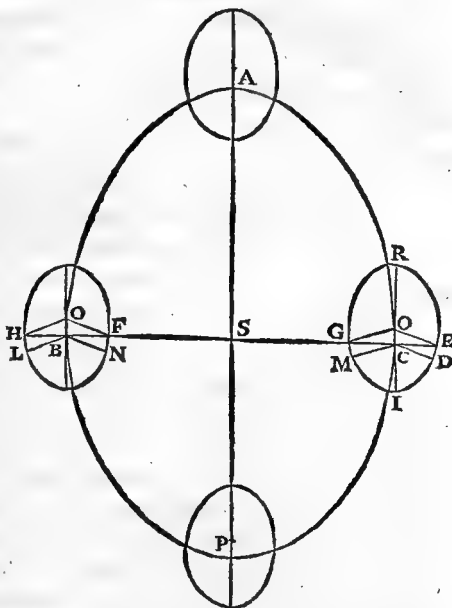
le temps des observations que durant la moitié environ de chaque période, & pendant l'autre moitié ce sera au contraire le temps des observations qui excédera le calculé, & ainsi pendant une demi-période les équations seront soustractives, & pendant l'autre elle seront additives. J'ai jugé qu'on pourroit prendre 55' de temps pour la moitié de la plus grande différence; car nous avons vû qu'en 1699 cette différence étoit de $1^h 53'$, & en 1711 elle étoit de $1^h 52'$, dont la moitié est de 56'. A l'égard de l'observation de 1724, où nous avons trouvé la plus grande inégalité de $1^h 36'$, nous avons remarqué que la période avoit passé son milieu de près de 7° , & par conséquent elle devoit être plus petite.

La seconde réflexion est que cette soustraction de 55' ainsi faite de l'époque des révolutions moyennes du 4^{me} Satellite, se trouvera tout-à-coup avoir ôté la même valeur de 55' à toutes mes différences du temps calculé au temps des observations; ainsi l'inégalité sera de 55' additive dans l'endroit où elle avoit été nulle, qui est vers le commencement de l'Ecrevisse, lieu des moyennes distances de Jupiter au Soleil dans le second demi-cercle d'anomalie; elle sera ensuite nulle, où elle étoit de 55' soustractive, c'est-à-dire, à l'aphélie & au périhélie de Jupiter, & enfin elle sera de 55' soustractive, où elle l'étoit de $1^h 50'$, qui est vers le commencement du Capricorne, lieu des moyennes distances de Jupiter au Soleil dans le premier demi-cercle d'anomalie, ce qui est précisément le même ordre & période des équations de l'anomalie de Jupiter, qui sont soustractives dans le premier demi-cercle d'anomalie, & additives dans le second, & où les plus grandes sont aux distances moyennes de Jupiter au Soleil.

La troisième réflexion, qui suit naturellement des deux autres, est que l'hypothèse de l'excentricité de l'orbite du 4^{me} Satellite, par rapport au centre de Jupiter, est la plus naturelle pour représenter cette inégalité après la soustraction de l'époque, pourvû qu'elle ait deux conditions; la première, que son grand axe soit parallèle à la ligne des apsides de Jupiter par rapport au Soleil; la seconde, que le point de

son orbite, plus éloigné du centre de Jupiter, répond à l'aphélie de cette Planete. On en va voir la preuve dans le raisonnement suivant.

Supposons que l'orbe du 4^{me} Satellite est excentrique de la manière qu'il est représenté dans la Figure, où *S* est le Soleil, *ABPC* l'orbe de Jupiter, dont le point *A* est l'aphélie, & le point *P* est le périhélie, *C* & *B* les moyennes distances. Soit placé dans ces quatre points l'orbe du 4^{me} Satellite de figure elliptique, de manière que le point de son orbite, plus



éloigné du centre de Jupiter, répond à l'aphélie de cette Planete, ou, pour parler plus exactement, au commencement de la Balance. Soit menée la ligne *SCE*, dont le point *C* marquera le centre de Jupiter, & le foyer du mouvement vrai ou apparent du Satellite; le point *E* marquera le lieu de l'opposition véritable du Satellite. Soit pris ensuite le point *O*, foyer du moyen mouvement, & soit tirée la ligne *OE* du moyen mouvement & la parallèle *CD*, le point *D* marquera le lieu de l'opposition moyenne du Satellite.

Il est donc constant que lorsque Jupiter sera, par exemple en *C*, le Satellite qui fait sa révolution d'Occident en Orient de *I* en *R*, arrivera en *D*, lieu de l'opposition moyenne avec le Soleil plutôt qu'en *E*, lieu de son opposition véritable, qui est déterminé par la ligne *SCE*, qui passe par le centre

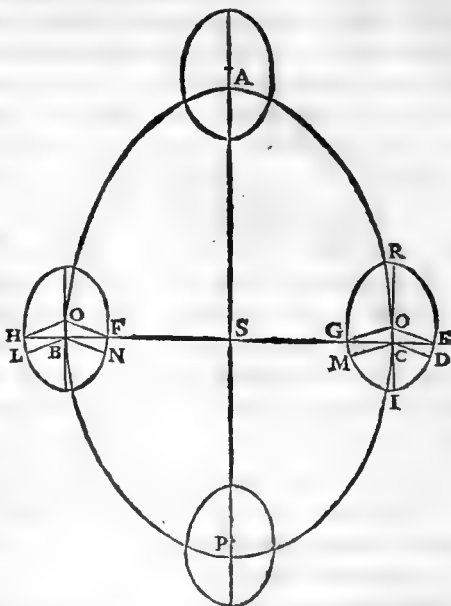
du Soleil & celui de Jupiter, & qu'ainsi le calcul anticipera l'observation de la quantité de l'arc *DE*, que l'on suppose tel que le Satellite employe à le décrire 55 minutes.

Lorsque Jupiter sera dans son aphélie en *A*, la ligne de l'opposition moyenne du Satellite concourt avec la ligne de l'opposition véritable, ainsi l'inégalité sera nulle.

Lorsque Jupiter sera en *B*, si l'on mène la ligne *OH* du moyen mouvement du Satellite & la parallèle *LB*, il est certain que ce Satellite arrivera plutôt en *H*, lieu de son opposition véritable, que en *L*, lieu de l'opposition moyenne, & qu'ainsi l'observation anticipera le calcul de la même quantité de 55 minutes, au lieu que Jupiter étant en *C*, le calcul a dû anticiper l'observation d'une même quantité, de sorte que d'une observation à l'autre il y aura 1^h 50', qui est la plus grande inégalité qu'on trouve au 4^{me} Satellite. •

Enfin Jupiter étant en *P*, la ligne de l'opposition véritable concourra avec la ligne de l'opposition moyenne, & par conséquent il n'y aura point d'inégalité.

Tout ce que je viens de dire ne regarde que la partie supérieure de l'orbe du Satellite. Il est évident, par la seule inspection de la Figure, que dans la partie inférieure il doit arriver le contraire de ce qui arrive dans la partie supérieure aux points *E* & *H*; car Jupiter étant en *C*, si la ligne *SE*



étoit visible dans l'orbe du Satellite, on le verroit arriver plutôt en *G*, lieu de la conjonction véritable qu'en *M*, lieu de la conjonction moyenne, & Jupiter étant en *B*, le Satellite arriveroit plutôt en *N*, lieu de la conjonction moyenne, qu'en *F*, lieu de la conjonction véritable.

Il suit aussi de cette hypothèse, que les digressions du Satellite doivent être inégales, c'est-à-dire, plus grandes en *R*, & moindres en *I*, ce qu'il nous est très-difficile de distinguer.

Pour trouver la quantité de l'excentricité, on fera comme 161 18^h 5' 7", révolution moyenne du 4^{me} Satellite, sont à 55', ainsi 360° degrés sont à 50' environ qui mesurent l'arc *ED* ou l'angle *ECD*, qui est égal à l'angle *OEC* de la plus grande équation, & on fera comme le sinus total est au rayon *OE*, ainsi le sinus de l'arc de 50' est à *CO* qu'on trouvera de 1454 parties dont le rayon est 100 mille.

Cette excentricité du 4^{me} Satellite est un peu plus petite que celle du Soleil dans son orbe qui est comme 17 à 1000.

Puisque par l'hypothèse que nous donnons ici pour représenter l'inégalité du 4^{me} Satellite, qui fait le fonds de ce Mémoire, les équations gardent le même ordre que celles de l'anomalie de Jupiter, il paroît inutile de construire deux Tables pour représenter séparément ces deux inégalités : une seule suffira, pourvu que chaque équation répondante à chaque point d'anomalie de Jupiter par rapport au Soleil, soit augmentée de la quantité de celle qui doit représenter dans cette même position d'anomalie l'inégalité provenant de l'excentricité du Satellite même par rapport au centre de Jupiter.

Ainsi la plus grande équation d'anomalie de Jupiter selon les Tables Rudolphines étant de 5° 30', & ayant été remarqué dans les Mémoires de l'Académie de 1727, que les observations les plus exactes y ajoutent encore 5 minutes, nous la supposons de 5° 35'. Nous avons trouvé que la plus grande équation en ce même point d'anomalie de Jupiter propre à représenter la plus grande inégalité provenant de l'excentricité du Satellite même, est de 50'; donc si nous les joignons ensemble, nous aurons la plus grande équation

provenante des deux excentricités de Jupiter, & du Satellite de $6^{\circ} 25'$, qu'on réduira en temps, en faisant comme 360° : à $16^h 18^m 57''$, de même $6^{\circ} 25'$: à $7^h 10'$, qui sera la plus grande équation des conjonctions du 4^{me} Satellite, qui répond aux moyennes distances de Jupiter au Soleil.

De tout ce que je viens de dire, on peut appercevoir la troisième remarque ; car ne voit-on pas d'abord que l'addition d'un trentième que M. Cassini a crû devoir faire à la première équation du 1^{er} Satellite après l'impression des Tables de l'année 1693, n'est autre chose que l'addition de l'équation, qui représente les inégalités du 1^{er} Satellite causées par une excentricité de son orbe pareille à celle du 4^{me}, que nous venons d'expliquer ; il n'a fixé cette équation à un trentième de celles qui étoient déjà imprimées, que pour éviter une nouvelle impression, & faciliter aux calculateurs cette addition.

Qu'y a-t-il de plus vrai-semblable que cette hypothèse ; sur-tout si on fait attention qu'il n'est pas naturel de penser que la même cause, qui fait mouvoir les Planetes excentriquement autour du Soleil dans un grand tourbillon, ne fasse pas le même ou semblable effet sur les Satellites dans leur petit tourbillon autour de la Planete principale, d'autant mieux que nous en voyons l'exemple dans la Lune, qui est un Satellite de la Terre ?

COMPARAISON DES OBSERVATIONS

DU QUATRIEME SATELLITE DE JUPITER,

Avec le calcul fait par les Tables de feu M. Cassini, dont la Table de la demi-demeure du Satellite dans l'ombre a été corrigée par feu M. Maraldi.

Temps vrai des Observations.			Temps vrai calculé.	Différence ou inégalité soustractive.	Lieu de Jupiter vû du Soleil.	Distance de Jupiter au nœud des Satellites.
		H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	S. D. M.	
1671	31 Mars	8 29 43	9 26 42 Im.	0 56 59	4 17 21	
1676	30 Septembre	8 8 28	9 6 14 Im.	0 57 46	9 24 32	
1677	25 Juin	15 27 30	16 15 38 Em.	0 48 8	10 7 53	
	17 Septembre	10 28 12	11 18 17 Em.	0 50 5	10 25 22	
	23 Novembre	7 7 20	7 28 31 Im.	0 21 11	11 1 24	
1678	10 Novembre	9 1 57	9 32 37 Em.	0 30 40	0 3 23	
1682	4 Octobre	17 53 36	18 40 12 Em.	0 46 36	4 7 24	
1684	9 Avril	9 18 54	11 7 54 Em.	1 49 0	5 20 16	
1687	12 Juillet	11 6 25			8 21 49	52° 41'
1688	17 Août	11 36 40	12 57 2 Im.	1 20 22	9 25 16	
	31 Septembre	10 25 58	11 45 29 Em.	1 19 31	9 26 44	
	9 Novembre	6 46 5	7 51 23 Im.	1 5 17	10 2 30	
1689	27 Octobre	9 33 15	10 29 6 Em.	0 55 51	11 3 39	
1693	29 Janvier	5 55 35			2 21 2	53 28
1694	7 Mars	9 14 30	9 46 33 Em.	0 32 3	3 24 40	
	26 Avril	11 7 40	11 31 13 Im.	0 23 33	3 28 43	
1696	25 Février	13 23 42	14 47 13 Em.	1 23 31	5 20 56	
	13 Mars	7 18 40	8 42 59 Em.	1 24 19	5 22 13	
1699	21 Août	8 31 56	10 25 26 Im.	1 53 30	8 29 22	
1700	5 Juillet	15 37 45	17 2 0 Im.	1 24 15	9 25 58	
1701	9 Juillet	12 31 10	13 33 52 Em.	1 2 42	10 28 24	
	8 Décembre	4 40 3	5 20 18 Im.	0 40 15	11 12 4	
1702	15 Août	15 50 0	16 13 49	0 23 49	0 4 53	
1705	22 Février	8 54 10 Im.				
		10 57 24 Em.				
	Conjonction	9 55 47	9 50 7 0	0 5 40 ad.	2 27 30	47 0
	30 Avril	9 8 14	9 11 34 Im.	0 3 20	3 3 9	
	17 Novembre	13 36 30	13 53 0 Em.	0 16 30	3 19 53	
1706	31 Mars	9 8 1	9 27 45 Im.	0 19 44	4 0 46	
1707	7 Mai	8 57 22	9 43 56 Im.	0 46 34	5 2 24	
1708	6 Avril	8 31 20 Im.				
		10 43 15 Em.				
	Conjonction	9 37 8	11 6 51 0	1 29 43	5 27 58	43 28
	12 Juin	10 21 44	11 45 32 Em.	1 23 48	6 2 58	

Temps vrai des Observations.			Temps vrai calculé.	Différence ou inégalité soultrautive.	Lieu de Jupiter vû du Soleil.	Distance de Jupiter au nœud des Satellites.
		H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	S. D. M.	
1711	9 Juillet	12 32 10	14 24 17 Im.	1 52 7	9 0 2	
	26 Juillet	9 15 14	10 51 13 Em.	1 35 59	9 1 25	
1713	1 Août	13 8 30	13 46 43 Im.	0 38 13	11 5 7	
	24 Octobre	8 57 45	9 29 0 Im.	0 31 15	11 12 42	
1714	16 Janvier	7 33 37	7 54 59 Em.	0 21 22	11 20 21	
1716	20 Novembre	8 55 32			2 23 57	50° 33'
1717	9 Janvier	12 47 9 Im.				
		15 7 17 Em.				
	Conjonction	13 57 13	13 57 18 σ	0 0 5	2 28 9	46 39
	26 Janvier	6 39 30 Im.				
		9 16 44 Em.				
	Conjonction	7 58 7	7 59 39 σ	0 1 32	2 29 36	
	10 Décembre	17 56 0	18 14 40	0 18 40	3 26 2	
1718	4 Mars	7 9 17 Im.				
		11 45 18 Em.				
	Conjonction	9 27 17	9 49 31 σ	0 22 15	4 2 49	
1719	10 Avril	11 20 0	12 15 40 Em.	0 55 40	5 4 23	
	30 Novembre	19 1 29	20 1 14 Im.	0 59 45	5 22 16	
1723	18 Août	10 46 20	12 22 28 Im.	1 36 8	9 7 38	
	4 Septembre	8 20 25	9 49 36 Em.	1 29 11	9 9 3	
1724	4 Août	11 41 il est forti	13 1 40 Em.	1 20 40	10 7 36	
	10 Octobre	7 58 30	8 58 58 Im.	1 0 28	10 13 28	
1725	7 Septembre	7 15 30	7 53 16 Im.	0 37 46	11 14 59	
	20 Décembre	5 52 26	6 14 46 Em.	0 22 20	11 22 38	
1728	7 Octobre	11 9 26 Im.				
		13 0 10				
	Conjonction	12 4 48	11 58 36 σ	0 6 12 ad.	2 24 35	49 55
1729	18 Février	10 53 50	11 0 36 Im.	0 6 46	3 5 59	
1730	2 Janvier	17 19 36	17 32 36 Im.	0 13 0	4 2 8	
	19 Janvier	11 12 51	11 26 52 Im.	0 14 1	4 3 30	
	27 Mars	11 25 28	11 37 56 Im.	0 12 28	4 8 52	
	13 Avril	10 11 51	10 42 14 Em.	0 30 32	4 10 13	
	14 Octobre	16 22 43	16 55 5 Em.	0 32 22	4 24 41	
	20 Décembre	11 12 53 Im.				
		15 44 48 Em.				
	Conjonction	13 28 50	14 9 3 σ	0 40 13	4 29 53	
1731	14 Mars	9 5 20	9 53 27 Em.	0 47 7	5 6 22	
	20 Mai	9 5 30	9 59 34 Em.	0 54 4	5 11 30	

RECHERCHES

SUR

LE MOUVEMENT DES EAUX.

Par M. COUPLET.

LES loix du mouvement des eaux ont été l'objet des 22 Mars
 recherches de plusieurs habiles Mathématiciens* ; mais 1732.
 la plupart de leurs expériences ayant été faites sur des conduites
 très-courtes, ou sur des conduites terminées par des ajutages,
 dans lesquelles conduites l'eau n'a pas, à beaucoup près, les
 mêmes frottements que celle qui sort à gueule bée, les eaux
 qui couloient dans leurs conduites, ne trouvoient point d'em-
 pêchements suffisants pour faire remarquer des différences
 considérables entre les quantités véritables d'eau que ces con-
 duites fournissoient dans leurs expériences, & les quantités
 d'eaux qu'ils estimoient que ces conduites devoient fournir,
 suivant leurs regles : & aussi M. Mariotte dit-il, folio 276,
 imprimé en 1686, qu'il y a quelquefois des causes qui em-
 pêchent l'exactitude de ces regles, de manière que fort sou-
 vent les grandes ouvertures donnent un peu plus à propor-
 tion que les plus petites, & quelquefois un peu moins, &
 de même que les plus grandes hauteurs donnent quelquefois
 un peu plus que selon la raison soudoublée, & quelquefois
 elles donnent un peu moins. Aussi le fruit que nous avons
 de toutes leurs recherches se réduit seulement à quelques
 regles sur les propriétés du mouvement des eaux, comme sur
 la hauteur des jets, leur dépense, & tous les mouvements
 où les eaux ne peuvent point être ralenties par des frotte-
 ments & autres obstacles qu'elles trouvent toujours dans de
 longues conduites.

* M.^{rs} Heron, Majettus, Guillelmini, Castelli, Borelli, Toricelli,
 Picard, Mariotte, Varignon, Carré, &c.

Mem. 1732.

Nous verrons dans la suite de nos expériences, qu'une conduite qui, suivant les regles, auroit dû fournir 61 pouces d'eau & $\frac{11}{25}$, n'a fourni que 2 pouces 63 lignes, parce qu'elle étoit extrêmement longue, & qu'elle versoit les eaux à gueule bée, comme l'on voit dans la conduite de fer de 4 pouces, Figure première.

Si l'on s'étoit servi des regles que nous avons sur le mouvement des eaux, pour déterminer quel devoit être le diametre de cette conduite pour fournir 2 pouces 63 lignes d'eau, l'on auroit fait le diametre de cette conduite presque cinq fois plus petit qu'il n'est, & l'on n'auroit eu par cette conduite qu'environ la 25^{me} partie des 2 pouces 63 lignes d'eau que l'on demandoit : ce qui fait voir que l'on est encore bien éloigné des connoissances nécessaires, pour que l'on en puisse déduire des regles suffisantes pour la détermination des vrais diametres qui conviennent aux conduites ou aqueducs qui doivent mener à une distance marquée, & selon les diverses circonstances qui se peuvent présenter par la disposition du terrain, une quantité d'eau donnée quelconque qui se présenteroit à l'embouchure d'une conduite qui doit la rendre à gueule bée par son bout opposé, c'est-à-dire, ayant ce bout de sortie de même ouverture que son embouchure, sans être retréci comme l'on fait pour avoir un jet.

C'est une question qui, toute importante qu'elle est, n'a point encore été éclaircie, & dont il paroît que la solution dépend de la connoissance du frottement des eaux dans leurs conduites par rapport à différents diametres & longueurs différentes, & par rapport à leurs différentes vitesses.

Il est rare qu'en physique on s'éclaircisse parfaitement sur l'objet que l'on y considère, que l'on ne soit guidé par des expériences fondamentales ; & comme l'on ne peut avoir ces connoissances que par un grand nombre d'expériences, & que Versailles est le lieu le plus propre pour les faire, j'y en ai fait plusieurs avec mon pere & M. Villiard, qui en avoient déjà fait avec M. Picard & M. Roëmer, & nos expériences, comparées avec celles que l'on pourra faire dans la suite,

pourront du moins contribuer à établir quelques regles à ce sujet.

Voici les descriptions & les profils des conduites sur lesquelles nous avons fait nos expériences.

FIGURE I.

La première Figure est le profil d'une conduite de fer de 4 pouces de diametre, qui menoit autrefois l'eau du Réservoir de la Place Dauphine, dit le *Réservoir des bonnes Eaux*, dans celui des petites Écuries de Versailles.

ABC est le Réservoir de la Place Dauphine, qui est en forme de prisme droit, dont la base est un quarré d'environ 2 pieds de côté, & sa hauteur est de 2 pieds 8 pouces. Il est situé dans la rue Dauphine, en une maison du Roy, communément dite la *Maison des bonnes Eaux*. Il tire ses eaux du Regard quarré près St Antoine; ce Regard les reçoit de Bailly & du Chesnay, qui sont deux Villages à droite & à gauche de Roquancour sur le chemin de Marly.

A est une soupape placée au fond du Réservoir de la Place Dauphine, elle est de 6 pouces de diametre; à cette soupape s'abouche un tuyau descendant de plomb & du même diametre de 6 pouces dans la longueur seulement d'environ 6 pieds, au bout duquel s'abouchoit un second tuyau descendant aussi de plomb, mais de 4 pouces seulement de diametre comme tout le reste de la conduite.

Ces deux tuyaux descendants formoient ensemble une longueur verticale de 23 pieds 4 pouces, faisant en *D* un coude tel que le marque le profil, d'où la conduite continuoit en remontant une pente *DF* de 133 toises 5 pieds 9 pouces de long sur une hauteur verticale *ED* de 16 pieds 6 pouces 3 lignes. D'où l'on voit que la longueur horisontale *EF* étoit d'environ 133 toises 5 pieds 7 pouces, qui ne differe de la ligne même de conduite que d'environ 2 pouces.

Du point *F* elle continuë de monter jusqu'en *H*, mais par une pente plus douce *FH* de 59 toises de long sur une verticale *FI* de 1 pied 1 pouce; d'où l'on voit que la longueur

116 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
horizontale IH n'étoit que d'environ 1 pouce moindre que la ligne de conduite FH .

Du point H elle descendoit en x par une pente Hx de 34 toises 1 pied, faisant en chemin au point M un petit coude insensible, & ayant pour hauteur verticale xR 4 pieds 1 pouce 3 lignes. D'où l'on voit que la longueur horizontale HR n'étoit que de quelques lignes moindre que la ligne de conduite HMx .

Ensuite du point x elle remonte au point N par une pente xN de 14 toises 5 pieds, faisant sur sa longueur au point R un petit coude, & ayant pour hauteur verticale xV 2 pieds 10 pouces. D'où l'on voit que la longueur horizontale VN étoit de très-peu moindre que la ligne même de conduite xRN .

Enfin du point N où elle étoit arrondie, elle s'élevoit par une conduite de plomb NO du même diametre de 4 pouces, allant verticalement en O au fond du Réservoir des petites Ecuries, ayant pour cette hauteur verticale NO 6 pieds 3 pouces, & par l'extrémité O de ce tuyau montant l'eau sortoit à gueule bée, & c'est à cette sortie que nous avons fait nos premières expériences.

L'on voit que les différences qui sont entre les lignes de niveau & les lignes de conduite, sont affés petites pour être négligées par rapport au frottement, puisque cette ligne totale LO ne se trouve que de 4 à 5 pouces seulement plus courte que la ligne totale de conduite $DFHxN$, qui est de 29 1 toises 5 pieds 9 pouces.

Il est bon de remarquer que dans le profil les sinuosités horizontales que cette conduite trace sur le terrain n'y sont point marquées, cependant elle ne se rendoit point d'un lieu à un autre, suivant une ligne absolument droite, elle faisoit plusieurs coudes que l'on avoit arrondis pour adoucir le choc de l'eau contre ses parois, mais toute la longueur de la conduite est exprimée dans le profil.

Le tuyau descendant DA est de 23 pieds 4 pouces.

Le développement $DFHMxRN$ de la conduite de fer est de 29 1 toises 5 pieds 9 pouces.

Et le tuyau montant *NO* est de 6 pieds 3 pouces, enforte que la conduite entière est de 296 toises 5 pieds 4 pouces; sans y comprendre la hauteur *ABC* du Réservoir de 2 pieds 8 pouces.

Au dessus des Réservoirs différents de la Place Dauphine qui sont de plomb, il y a un chaîneau ou réservoir de distribution aussi de plomb, dans lequel les eaux qui viennent du Regard quarré près *S^t Antoine*, entrent par le fond au moyen d'un tuyau montant qui les y répand.

A ce chaîneau ou réservoir de distribution sont soudés plusieurs robinets qui répandent leurs eaux dans autant de réservoirs particuliers, enforte que par ce moyen l'on fournit auquel desdits réservoirs l'on veut tant & si peu d'eau que l'on souhaite, en ouvrant plus ou moins les robinets qui leur sont destinés.

FIGURE II.

La seconde Figure est le profil d'une conduite de fer de 6 pouces de diametre qui a été mise en la place de la conduite de fer de 4 pouces que nous venons de rapporter dans le premier profil, première Figure, & qui mene actuellement l'eau du Réservoir de la Place Dauphine aux petites Ecuries de Versailles.

ZA est le Réservoir de la Place Dauphine, & le même que dans le profil précédent, qui en son fond a sa soupape *A* de 6 pouces de diametre, à laquelle s'abouche un tuyau descendant *AD* de plomb & de même diametre de 6 pouces, & situé verticalement dans la longueur de 23 pieds 4 pouces, qui est la même que dans le profil précédent, Figure I.

Ce tuyau *AD* fait un coude en *D*, où il s'arrondit en s'abouchant avec ladite conduite, qui s'élève par une pente *DF* de 87 toises 5 pieds 9 pouces de longueur sur une hauteur verticale *ED* de 10 pieds 10 pouces.

Du point *F* elle continuë de monter jusqu'en *N* par une pente plus douce *FN* de 192 toises 6 pouces sur une hauteur verticale *FH* de 5 pieds 5 pouces.

Enfin du point *N* elle s'arrondit & s'élève par un tuyau vertical *NOR* de plomb, de 9 pieds 2 pouces 6 lignes de longueur montant au réservoir desdites petites Ecuries dans lequel il entre par son fond.

Nous avons donc cette conduite de fer *DFN* de 280 toises 3 pouces, à laquelle si l'on ajoute le tuyau descendant *AD* de 23 pieds 4 pouces, plus le tuyau montant *NOR* de 9 pieds 2 pouces 6 lignes, l'on aura pour longueur totale de la ligne de conduite *ADFNOR* la quantité de 285 toises 2 pieds 9 pouces 6 lignes.

FIGURE III.

La troisième Figure est le profil d'une conduite, partie grès & partie plomb, de 5 pouces de diamètre, qui apporte les eaux du Regard quarré près St Antoine dans le Réservoir de distribution de la Place Dauphine.

BCAFH est le Regard quarré près St Antoine. Il reçoit ses eaux de Bailly & du Chesnay; sçavoir, celles de Bailly par l'ouverture de tuyau *B*, & celles du Chesnay par l'ouverture de tuyau marquée *C*.

A est une décharge du fond du Regard quarré, & *H* est une décharge de la superficie de ce Regard, laquelle décharge est de 10 pouces 9 lignes au dessous de la tablette ou du bord supérieur dudit Regard.

Du dessus de cette tablette l'on a mené le niveau ou la ligne horizontale *xy* jusqu'au bord supérieur du Réservoir de la Place Dauphine, & cette tablette s'est trouvée de 3 pieds 11 pouces plus élevée que le bord supérieur dudit Réservoir de distribution, dans lequel les eaux entrent par le fond, ou, ce qui est le même, de 3 pieds 6 pouces plus élevée que la partie supérieure *I* du tuyau montant au chaîneau de la Place Dauphine, lequel bord supérieur *I* du tuyau montant par où l'eau sort à gueule bée, étant de 5 pouces inférieur au bord supérieur dudit chaîneau ou réservoir de distribution de la Place Dauphine, le tuyau *B* se trouve au Regard quarré de 1 pied 6 pouces 6 lignes au dessous de la tablette de ce réservoir;

& le tuyau *C* se trouve de 2 pieds 7 pouces 9 lignes au dessous de cette même tablette. Ces distances sont prises depuis le bord supérieur de cette tablette jusqu'à la partie inférieure de l'ouverture dudit tuyau, qui a sa coupe verticale en cet endroit où il s'abouche en *B* avec le réservoir.

Au point *F* est l'embouchure du tuyau de conduite qui reçoit les eaux dudit Regard quarré pour les porter au Réservoir de la Place Dauphine, & cette embouchure prise du dessus de la tablette de ce Réservoir quarré jusqu'à la partie inférieure du tuyau de conduite, est de 23 pieds au dessous de cette tablette.

Ensorte que le Regard quarré étant plein jusqu'au point *H* de décharge de superficie, alors le point *F* du tuyau de conduite est chargé de toute la hauteur d'eau *FH*, qui dans ce cas est de 2 pieds 1 pouce 3 lignes.

Cette conduite est de grès dans son commencement dans la longueur *FE* d'environ 50 toises, & tout le reste est de plomb. Cette conduite descend du Regard quarré par une pente *FEI* de 163 toises 4 pieds, faisant dans ce trajet deux petits coudes presque insensibles, & ayant pour sa hauteur verticale *IL* 31 pieds 6 pouces.

Du point *I* elle continuë de descendre par une pente *IM* de 192 toises 3 pieds, faisant dans cette longueur *IM* plusieurs coudes peu considérables, & ayant sa hauteur verticale *MN* de 22 pieds 3 pouces.

Puis du point *M* elle continuë de descendre par une pente plus douce *MD* de 80 toises, ayant sa hauteur verticale *DG* de 3 pieds 3 pouces.

Ensuite du point *D* elle monte par une pente *DG* de 131 toises 4 pieds, faisant dans toute cette longueur une courbe concave, & dont la hauteur verticale *DP* est de 26 pieds.

Du point *O* elle continuë de monter, mais par une pente plus douce *OQ* de 74 toises, ayant sa hauteur verticale *OR* de 6 pieds 9 pouces.

Puis du point *Q* elle redescend par une pente *QS* de 71

toises, ayant sa hauteur verticale ST de 11 pieds 3 pouces.

Du point S elle continuë de descendre par une pente plus douce SV de 90 toises 3 pieds, ayant sa hauteur verticale Vu de 2 pieds. D'où l'on voit que ce point V est d'environ 6 toises 3 pieds plus bas que le point F de l'embouchure de conduite.

Ensuite du point V elle remonte par une pente VZK de 169 toises 4 pieds sur une hauteur verticale Vq de 1 pied 3 pouces.

Du point K elle continuë de monter par une pente Kp de 79 toises sur une hauteur verticale Kr de 10 pieds 2 pouces.

Du point P elle continuë dans une ligne horizontale pm de 112 toises.

Enfin du point m elle s'élève en s'arrondissant & formant le tuyau montant & vertical mnI de 25 pieds 7 pouces, & par le point I qui est le bout du tuyau de conduite coupé horizontalement, l'eau sort à gueule bée ou à plein tuyau dans le Réservoir de distribution de la Place Dauphine.

Nous avons donc la longueur totale de la ligne de conduite $FEIMDOQSVZKpmnI$ de 1170 toises 1 pied 7 pouces, & la longueur horizontale exprimée par xy de 1163 à 1164 toises environ.

De tous ces niveaux nous concluons que la tablette, ou, ce qui est le même, le bord supérieur du Regard quarré qui est de 3 pieds au dessus de la partie inférieure F de l'embouchure de conduite, est de 3 pieds 6 pouces plus haute que le point I de sortie de la même conduite au chaîneau ou Réservoir de distribution de la Place Dauphine.

Et comme le bord supérieur de ce Réservoir de distribution de la Place Dauphine est de 5 pouces plus bas que le bout I de sortie dudit tuyau mnI , il s'ensuit que la tablette du Regard quarré sera aussi plus haute que le bord dudit Réservoir de distribution de la Place Dauphine, de 3 pieds 11 pouces.

Ce niveau a été confirmé par l'eau même que nous avons mise

mise en équilibre dans le Regard quarré & dans le Réservoir de la Place Dauphine, au moyen d'un tuyau que l'on a ajusté sur celui *mn* l au point *l*, & du même diametre de 5 pouces.

Après quoi ayant entretenu dans le Regard quarré la superficie d'eau à 8 pouces 7 lignes au dessous de la partie supérieure de la tablette, nous avons remarqué qu'alors l'eau est montée au Réservoir de la Place Dauphine de 2 pieds 9 pouces 5 lignes au dessus du point *l*, dans le tuyau montant que l'on y avoit ajoûté pour cet effet.

D'où l'on voit que cette hauteur de 2 pieds 9 pouces 5 lignes avec les 8 pouces 7 lignes dont la superficie d'eau étoit au Regard quarré au dessous de sa tablette, nous donnent comme ci-devant 3 pieds 6 pouces, dont la tablette du Regard quarré est plus haute que le bout *l* du tuyau montant au Réservoir de distribution de la Place Dauphine.

Ou bien l'on aura 3 pieds 11 pouces, dont cette même tablette du Regard quarré est plus haute que le bord supérieur du Réservoir de distribution ou chaîneau de la Place Dauphine, comme nous l'avons déjà trouvé ci-devant.

FIGURE IV.

La quatrième Figure est le profil du terrain des cinq conduites de fer, dont deux sont de 18 pouces de diametre, & les trois autres sont d'un pied, lesquelles toutes cinq reçoivent les eaux du quarré des deux Réservoirs de la butte de Montboron, située au dessus de Versailles, & sur la gauche du chemin de Versailles à Paris, & les portent au Réservoir du Château d'Eau situé dans la rue des bons Enfants contre le Corps-de-garde Suisse,

Comme toutes ces conduites ont même profil & même charge, nous nous contenterons du profil de celle de 18 pouces (Figure IV.) dans laquelle la hauteur du quarré des Réservoirs est marquée par la longueur *ABC*.

Au fond *C* de ce Réservoir est une soupape de 2 pieds de diametre à laquelle s'abouche la conduite de 18 pouces.

Mem. 1732.

. Q

Cette conduite descend suivant la longueur $CDEF$, de 197 toises, faisant dans cette longueur deux petits coudes arrondis & peu considérables en D & en E , & ayant sa hauteur verticale FG terminée par la ligne horisontale CG & le point F , pris sur le dessus de la conduite même, de 65 pieds.

Du point F elle continuë de descendre, mais par une pente beaucoup plus douce, suivant la ligne FH de 297 toises, ayant sa hauteur verticale HI de 7 pieds 9 pouces.

Ensuite du point H elle remonte par une pente HL de 149 toises, ayant sa hauteur verticale HM de 18 pieds 9 pouces.

Enfin du point L , où cette conduite s'arrondit, elle monte verticalement jusqu'en N , pour se décharger dans le Réservoir du Château d'Eau. Le tuyau montant LN est de plomb en cet endroit seulement, & est de 53 pieds 10 pouces 9 lignes de hauteur, & par conséquent ce point N , par où la conduite se décharge à gueule bée, est de 1 pouce 3 lignes au dessous du point C , qui est l'arrasement du dessus de la soupape, ou le fond du quarré de la butte de Monteboron.

Nous avons donc cette conduite totale $CDEFHLN$ d'environ 600 toises de longueur, qui a son embouchure C élevée au dessus de sa sortie N de 1 pouce 3 lignes seulement; ce qui s'est fait, afin de conserver au Réservoir du Château d'Eau le plus de hauteur qu'il étoit possible, & aussi c'est ce Réservoir qui fournit aux plus beaux jets d'eau de Versailles.

FIGURE V.

La cinquième Figure est le profil d'une conduite de fer de 18 pouces de diametre, qui conduit l'eau du quarré des Réservoirs du Parc aux Cerfs à celui du bout de l'aîle, & ensuite de la conduite aussi de fer d'un pied de diametre, qui la mene au Réservoir de Roquencour.

A est une soupape de 2 pieds de diametre, située au fond

du quarré qui reçoit l'eau des Réservoirs du Parc aux Cerfs; à cette soupape s'abouche une conduite de fer *ABDFHL* de 18 pouces.

Sur cette conduite au point *L* s'abouche un tuyau *LN* de plomb, & du même diamètre de 18 pouces, qui monte & conduit l'eau dans le Réservoir du bout de l'aîle dans lequel il se décharge à gueule bée.

Depuis la soupape *A*, cette conduite *ABDFHLxN* a plusieurs pentes & sinuosités, dont la première est exprimée par *AB* de 41 toises 5 pieds 9 pouces, qui avec la hauteur verticale *Aa* de 7 pieds 9 pouces 6 lignes, donne pour la ligne *aAB* 42 toises 2 pieds 3 pouces 3 lignes, ayant sa hauteur verticale *BCb*, comme il est marqué sur le profil, de 21 pieds 6 pouces, comprise entre le point inférieur *B* & la ligne de niveau *abdfhlrqum*, qui est de 7 pieds 9 pouces 6 lignes au dessus de la soupape *A*.

Du point *B* cette conduite continuë de descendre par une pente plus douce *BD* de 165 toises 5 pieds 6 pouces, qui avec *aAB* de 42 toises 2 pieds 3 pouces 3 lignes, donne la longueur totale *aABD* de 208 toises 1 pied 9 pouces 3 lignes, ayant sa hauteur verticale *DEd* de 29 pieds 5 pouces 6 lignes.

Du point *D* elle continuë de descendre par une pente *DF* de 317 toises 4 pieds, qui avec la longueur *aABD* de 208 toises 1 pied 9 pouces 3 lignes, donne la longueur totale *aABDF* de 525 toises 5 pieds 9 pouces 3 lignes, ayant sa hauteur verticale *FGIf* de 46 pieds 2 pouces 9 lignes.

Puis du point *F* elle remonte par une pente *FH* de 186 toises 3 pieds, qui avec la longueur précédente de 525 toises 5 pieds 9 pouces 3 lignes, donne la ligne totale *aABDFH* de 712 toises 2 pieds 9 pouces 3 lignes, ayant sa hauteur verticale *Hh* de 25 pieds 3 pouces.

Ensuite du point *H* elle redescend par une pente *HI* de 65 toises, qui avec la longueur précédente de 712 toises 2 pieds 9 pouces 3 lignes, donne la ligne totale *aABDFHI*

Q ij

de 777 toises 2 pieds 9 pouces 3 lignes, ayant sa hauteur verticale LMl de 38 pieds 4 pouces.

Enfin du point L où elle s'arrondit, elle s'élève par le tuyau montant LxN de plomb de 31 pieds 6 pouces, qui étant retranché de la verticale LMl de 38 pieds 4 pouces, donne pour reste 6 pieds 10 pouces, dont la gueule bée N est au dessous de la ligne de niveau du point a au quarré des Réservoirs du Parc aux Cerfs; ainsi l'on peut dire que l'eau qui sortiroit par la gueule bée N , seroit chargée de 6 pieds 10 pouces de hauteur d'eau, lorsque sa superficie seroit en a au quarré des Réservoirs du Parc aux Cerfs.

En suivant le même profil de la Figure cinquième, l'on voit que cette même conduite $aABDFHL$ de 18 pouces s'abouche au pied L du tuyau LxN qui monte au réservoir de l'aîle avec un autre tuyau $LOPQVZ$ aussi de fer, mais de 1 pied seulement de diametre en dedans œuvre.

A ce tuyau & un peu au dessous de son abouchement en L , est placé un robinet de 1 pied d'ouverture comme sa conduite, dans laquelle il est enveloppé, en sorte que l'on tient cette conduite fermée ou ouverte, sans qu'il se fasse aucun rétrécissement dans cet abouchement.

Ce tuyau de 1 pied continuë donc la conduite de 18 pouc. & descend du point d'abouchement L par une pente LO d'environ 80 toises, ayant sa hauteur verticale ORr de 64 pieds.

Du point O elle continuë de descendre par une pente OP beaucoup plus douce, qui s'arrondit dans toute sa longueur de 398 toises, ayant sa convexité en bas, & ayant sa hauteur verticale PS de 10 pouces 9 lignes.

Du point P elle continuë de descendre, mais par une pente PQ beaucoup plus roide de 171 toises, ayant sa hauteur verticale $QTyq$ de 94 pieds 3 pouces 6 lignes.

Puis elle remonte du point Q par une pente QV de 555 toises 2 pieds, qui dans sa longueur forme une infinité de petits coudes, mais très-doux, ayant sur cette longueur QV

sa hauteur verticale Vu de 29 pieds 5 pouces 6 lignes.

Enfin du point V elle continuë de monter, mais par une pente plus douce VZ de 344 toises 2 pieds, faisant dans sa longueur un coude adouci qui se relève d'environ 7 pieds, de même que la gueule bée Z qui se relève vers sa fin d'environ 3 pieds pour s'aller décharger dans le Réservoir de Roquencour, cette longueur VZ ayant pour sa hauteur verticale Zm 21 pieds 1 pouce, dont ladite gueule bée Z coupée horisontalement, est plus basse que notre premier point a par lequel passe la ligne horisontale am ou $abdfh$ *Irquum*.

Donc la superficie d'eau étant dans le quarré des soupapes des Réservoirs du Parc aux Cerfs à 10 pouces au dessous du point a ; l'eau qui sortiroit par la gueule bée Z au Réservoir de Roquencour, sortiroit avec 20 pieds 3 pouces de charge.

Avant que de rapporter les expériences que nous avons faites sur ces différentes conduites marquées par les cinq profils que je viens de donner, je crois qu'il est nécessaire que je rapporte l'Étalon dont nous nous sommes servis pour la jauge de leurs eaux, & les moyens que nous avons employés à ce sujet. Je commencerai par quelques réflexions sur les principes d'expériences établis par M. Mariotte dans son Traité du mouvement des Eaux.

1.^o Ce qu'il appelle 1 pouce d'eau coulante, folio 245, est celle qui coulant horisontalement & d'une vitesse égale, & sortant par un trou circulaire de 1 pouce de diametre, fait dans une plaque verticale d'une ligne d'épaisseur, ayant la partie supérieure de sa circonférence couverte d'une ligne seulement de hauteur d'eau, ou, ce qui est le même, ayant son centre de 7 lignes au dessous de la superficie de l'eau, fournit en une minute de temps 13 pintes $\frac{3}{8}$, mesure de Paris, chacune du poids de 2 livres moins 7 gros; ce qui est à très-peu près la pinte de 48 pouces cubiques, c'est-à-dire, celle dont le pied cubique en contient 36, & dont le muid qui

126 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
est de 8 pieds cubiques, en contient par conséquent 288.

2.^o Dans la troisième expérience du premier discours de la troisième partie, feuille 260, 261 & 262, ce que M. Mariotte appelle un ponce d'eau d'écoulement n'est plus 13 pintes $\frac{3}{8}$ comme dans le premier principe ci-dessus, mais 14 pintes combles chacune du poids de deux livres d'eau, c'est-à-dire, de ces pintes dont les 35 font le pied cubique, & dont par conséquent les 280 font le muid.

Il faut remarquer, 1.^o Que cette expression de pinte comble ne présente rien de déterminé, puisqu'une pinte peut être plus ou moins comble, & le plus grand comble peut être plus ou moins considérable suivant la largeur de la pinte, & il y a telle pinte dont le comble est de 1 ponce cubique, comme je l'ai expérimenté sur une pinte de 3 pouces de diamètre, qui après avoir été emplie à rase, reçoit un solide d'environ un ponce cubique avant que de répandre, attendu la tenacité de l'eau contre ses parois & sa sphéricité.

2.^o Que cette pinte est donc de 49 pouces cubiques & $\frac{13}{35}$, au lieu de 48 pouces cubiques dont est la valeur de la pinte de la première expérience, laquelle pinte de la première expérience devoit au contraire se trouver plus grande que celle de cette dernière, puisque la même ouverture a donné un plus petit nombre de pintes dans un même temps.

Cette contrariété m'a engagé à quitter les expériences de M. Mariotte à ce sujet, pour m'attacher à celles qui ont été faites par M^{rs} Roëmer & Picard, conjointement avec mon pere & M. Villiard, que depuis eux nous avons répétées plusieurs fois, & qui toutes s'accordent à donner pour la valeur du ponce d'eau 13 pintes $\frac{1}{3}$ de celles de 48 pouces cubiques: & cette quantité s'accorde sensiblement avec la première expérience de M. Mariotte, qui n'en diffère que de $\frac{1}{24}$ de pinte, c'est-à-dire, de 2 pouces cubiques d'eau dans une minute de temps, ce qui est une partie presque insensible dans ces sortes d'expériences; car le ponce évalué à 13 pintes $\frac{1}{3}$ par minute, donne 66 muids $\frac{2}{3}$ en 24 heures, ou 200 muids juste en trois jours; & en l'évaluant à 13 pintes $\frac{3}{8}$

par minute, suivant la première expérience de M. Mariotte, il donne 66 muids $\frac{7}{8}$ en 24 heures, ou 200 muids $\frac{5}{8}$ en trois jours, ce qui ne va qu'à 60 pintes précises de différence dans un jour, ou, ce qui est le même, à 2 pintes $\frac{1}{2}$ par heure.

Nous prenons donc pour la valeur de 1 ponce d'eau; l'écoulement par minute de 13 pintes $\frac{1}{3}$, mesure de Paris; chaque pinte de 48 pouces cubiques, comme il est dit ci-devant.

Le vaisseau dont nous nous sommes servis dans les expériences suivantes pour recevoir les eaux, étoit de 12 pintes; mesure de S.^t Denis, ou, ce qui est le même, de 18 pintes $\frac{2}{3}$; mesure de Paris, la pinte de Paris étant à celle de S.^t Denis dans le rapport de 9 à 14.

La capacité de notre vaisseau ou étalon étoit donc de 896 pouces cubiques.

Ce vaisseau est d'une facile construction, puisqu'il n'y a qu'à faire un prisme dont la base soit un carré de 8 pouces de côté, & qui ait 14 pouces de hauteur, le tout en dedans œuvre, ou bien de 6 pouces d'équarissage sur la hauteur de 24 pouces 10 lignes $\frac{2}{3}$.

Quoique je rapporte ici l'Étalon dont nous nous sommes servis, il est arbitraire de prendre pour étalon telle mesure que l'on voudra, pourvu qu'on la rapporte à notre mesure déterminée de 13 pintes $\frac{1}{3}$, mesure de Paris, puisque c'est cette quantité écoulée par minute qui détermine le ponce d'eau, & l'on voit que cette quantité de 13 pintes $\frac{1}{3}$, mesure de Paris, se réduit à 8 pintes $\frac{2}{3}$, mesure de S.^t Denis. L'on fera de même la réduction de toutes les autres mesures quelconques qu'il faut rapporter à celle de Paris, puisqu'elle est la plus connue.

Il faut donc rapporter le ponce d'eau qui est de 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, ou 8 pintes $\frac{2}{3}$ de S.^t Denis, à notre étalon pris de 12 pintes de S.^t Denis, ou de 18 pintes $\frac{2}{3}$ de Paris.

Cette réduction se fera par une simple règle de proportion qui est : 8 pintes $\frac{2}{3}$ de S.^t Denis, ou 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, est

à 1 pouce d'eau ou 144 lignes, comme 12 pintes de S.^t Denis, ou 18 pintes $\frac{2}{3}$ de Paris, qui est la grandeur de l'éta-lon dont nous nous sommes servis, est à 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{4}$ d'eau que fournira la source qui empliroit notre étalon en une minute de temps.

Quant au moyen de recevoir dans un temps déterminé toute l'eau qui sort d'une conduite, il est facile, au moyen d'une Pendule ou d'une Montre à secondes, ou bien d'un Pendule simple, c'est-à-dire, d'un fil le moins sujet à extension qu'il se pourra : tels sont ceux de l'écorce de Tilleul, de Palmier, ou d'Aloes que je crois le meilleur, & dont je me suis toujourns servi.

Tout le monde sçait qu'au bout de ce fil appelé *Pitte* dans les Indes où cette plante croît, si l'on attache une balle de plomb ou d'autre métal, comme d'or, d'argent ou de cuivre d'environ 8 lignes de diametre, alors s'il y a 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ depuis le centre de cette balle jusqu'au point de suspension, ce Pendule mis en mouvement donnera à Paris ses oscillations d'une seconde chacune, comme on le trouve dans le Traité de la Pendule de M. Huguens, & dans celui du mouvement des Eaux de M. Mariotte.

L'on sçait encore que si l'on ne veut les oscillations que de $\frac{1}{2}$ de seconde, alors le pendule ne doit plus être que de $\frac{1}{4}$ de celui à secondes, c'est-à-dire, de 9 pouces 2 lignes $\frac{1}{8}$, de même que pour avoir les oscillations de $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3}$ de seconde, le pendule ne doit être que de $\frac{1}{9}$ ou $\frac{1}{16}$ de celui à secondes, &c.

L'on sçait aussi que pour avoir au contraire les oscillations de 2 secondes chacune, le pendule doit être quadruple de celui à secondes, & ainsi de tous les autres cas possibles, le rapport qui est entre les longueurs des pendules différents étant le même que celui des carrés des temps employés dans leurs oscillations, ou les temps employés étant entre eux comme les racines des longueurs de ces mêmes pendules.

Pour avoir une entière précision dans la détermination des temps employés dans l'écoulement des eaux,

Il faut remarquer, 1.^o Que, comme M. Huguens l'a démontré dans son *Traité de Horologio oscillatorio*, les oscillations inégales en grandeur ou étendue ne sont point isochrones, à moins que le Pendule ne soit suspendu entre deux cycloïdes.

2.^o Que quand on se sert d'un Pendule simple, il faut avoir attention à ne lui point donner un trop grand mouvement d'oscillation, parce que dans ce cas ce Pendule décrirait une portion de cercle trop différente de la cycloïde, & que pour plus de justesse il ne faut point qu'il s'écarte de sa verticale de plus de 6 pouces environ de côté & d'autre dans le Pendule à secondes.

De plus le Pendule à secondes n'est pas le même en tout pays, car plus on approche l'équateur, & plus on doit l'accourcir, comme je l'ai moi-même remarqué après M.^{rs} Richer, Varin, Renaud, &c.

Par exemple, à Paraïbe, qui est à $6^{\circ} 58' 18''$ de latitude méridionale, j'ai observé en l'année 1698, comme il est inséré dans les Mémoires de l'Académie en l'année 1700, que le Pendule à secondes n'y est que de 3 pieds 4 lignes $\frac{5}{6}$, c'est-à-dire, de 3 lignes $\frac{2}{3}$ plus court que celui de Paris.

Donc si l'on mettoit à Paraïbe le Pendule de Paris en mouvement, il n'y donneroit plus ses oscillations d'une seconde, & son mouvement seroit ralenti, en sorte que dans l'espace d'une heure il ne donneroit plus qu'environ 3586 oscillations, au lieu de 3600 qu'il donnoit à Paris, ce qui est 14 secondes de différence dans une heure, de même que si le Pendule à secondes de Paraïbe étoit mis en mouvement à Paris, il y donneroit 3614 vibrations en une heure, au lieu de 3600 seulement qu'il donnoit à Paraïbe.

Cette différence de 14 secondes par heure qui se monte à 327 secondes, c'est-à-dire, à près de 5 minutes $\frac{1}{2}$ en 24 heures, ne laisseroit pas de produire dans ces 24 heures une erreur de plus de 2 pieds cubiques d'eau sur une source de 1 pouce seulement, & ainsi une erreur d'environ un muid sur une source de 4 pouces, ce qui n'est pas de conséquence.

Il faut remarquer que la différence qui se trouve entre

Mem. 1732. R

les temps employés dans les oscillations d'un même Pendule mis en mouvement dans des pays différents, pourroit bien être la même dans l'écoulement des eaux, puisque c'est la même cause qui agit sur l'un & sur l'autre ; & dans ce cas il seroit inutile de faire de correction au Pendule, quoiqu'on l'employe en différents pays, car une source sera toujours de 1 ponce d'eau en tel pays que ce soit, quand elle fournira 13 pintes $\frac{1}{2}$, mesure de Paris, dans 60 vibrations de Pendule de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ de longueur, avec la seule différence que ces 60 vibrations de Pendule de Paris ne seront la mesure de la minute qu'à Paris seulement, ou sous son parallèle.

Pour la commodité de ceux qui voudront faire des expériences sur le mouvement des Eaux, en se servant de nôtre Étalon de 18 pintes $\frac{2}{3}$ de Paris, ou 12 pintes, mesure de S.^t Denis, j'ai fait une Table dont les temps sont distingués de $\frac{1}{2}$ secondes en $\frac{1}{2}$ secondes marquées dans la première colonne à gauche.

Cette Table est fondée sur l'expérience rapportée ci-dessus, qu'une source de 1 ponce est celle qui en une minute ou $\frac{120}{2}$ secondes dépense 13 pintes $\frac{1}{2}$ de Paris. D'où l'on conclut, comme on le voit ci-après, que la source qui dans $\frac{1}{2}$ seconde de temps remplira nôtre étalon, dépensera 168 pouces d'eau par minute, & que celle qui le remplira en 2 ou 3 demi-secondes, &c. dépensera 84 ou 56 pouces d'eau, & ainsi de suite, comme on le trouve dans la 2^{de} colonne.

Dans la 3^{me}, 4^{me}, 5^{me} & dernière colonne l'on y trouve la quantité d'eau que cette même source de 1 ponce fourniroit par minute, par heure & par jour, en suivant les mêmes principes.

Ainsi avec cette Table, lorsqu'on se servira de nôtre Étalon, l'on trouvera tout d'un coup combien une source quelconque donne de pouces d'eau dans un temps quelconque.

Car si, pour exemple, nôtre Étalon s'emplit en $\frac{15}{2}$ secondes, l'on doit être assuré que cette source fournit 11 pouces 29 lignes, ou bien 149 pintes de Paris par minute, ou 31 muids 32 pintes par heure, ou bien 746 muids 192 pintes par jour, & ainsi des autres.

Nous avons prolongé cette Table en demi-secondes jusqu'à $\frac{168}{2}$ secondes, parce qu'alors la source qui remplira nôtre Étalon dans cet espace de temps, sera précisément de 1 pouce, & nous nous sommes contentés de la continuer par minutes jusqu'à 60, qui est la valeur d'une heure, puis d'heure en heure jusqu'à 12, où nous nous sommes arrêtés, parce qu'une source qui ne rempliroit nôtre Étalon qu'en 12 heures, ne pourroit fournir que $\frac{1}{4}$ de ligne d'eau, ou environ $\frac{1}{3}$ de pinte par minute, ce qui est presque insensible, n'étant qu'environ 1 pouce cubique d'eau d'écoulement par minute.

Pour construire cette Table, j'ai donc fait la même regle de proportion droite que ci-devant, sçavoir si la source qui fournit 13 pintes $\frac{1}{3}$, mesure de Paris, en une minute, est celle que nous sommes convenus être de 1 pouce d'eau, de combien sera celle qui dans le même temps d'une minute remplit nôtre Étalon de 18 pintes $\frac{2}{3}$ aussi de Paris? & il vient au 4^{me} terme la même valeur de 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$, comme nous l'avons déjà trouvé dans l'analogie précédente.

Ensuite j'ai fait cette regle de proportion inverse, sçavoir si la source qui remplit nôtre Étalon en une minute ou $\frac{120}{2}$ secondes, est de 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$, de combien sera celle qui le remplira en $\frac{1}{2}$ seconde seulement, c'est-à-dire, en proportion droite, $\frac{1}{2}$ seconde est à $\frac{120}{2}$ secondes comme 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$ est à la valeur de la source qui remplira nôtre Étalon en $\frac{1}{2}$ seconde de temps, & cette valeur est la quantité marquée dans le premier terme 168 de la 2^{de} colonne de la Table, ce qui marque que cette source sera précisément de 168 pouces.

Et même sans grande attention, l'on voit que la source qui en $\frac{1}{2}$ seconde remplit nôtre Étalon, doit être 120 fois plus grande que celle qui ne le remplit qu'en une minute, c'est-à-dire, en 120 fois plus de temps, puisque $\frac{1}{2}$ seconde n'est que $\frac{1}{120}$ de minute, c'est pourquoi 120 fois 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$, qui est 168 pouces, est le premier terme 168 qui nous sert pour construire toute la Table.

Car si l'on veut sçavoir de quelle quantité de pouces d'eau sera une source qui rempliroit nôtre Étalon en $\frac{1}{2}$ secondes, l'on n'a qu'à diviser ce premier terme 168 par 12, & le quotient 14 enseignera que la source proposée est de 14 pouces.

Il en est de même de toutes les autres sources, desquelles l'on trouvera la valeur de la même manière, au moyen du dividende universel 168, duquel le diviseur sera toujours le nombre particulier des demi-secondes qui seront employées à remplir nôtre Étalon, & le quotient donnera toujours en pouces d'eau la valeur de la source proposée, comme il est évident, puisque la source de 168 pouces remplissant nôtre Étalon en $\frac{1}{2}$ seconde, celle qui le remplira en $\frac{1}{2}$ secondes sera 12 fois plus petite, de même que celle qui le remplira en $\frac{2}{3}$ secondes sera 3 fois plus petite; c'est pourquoi divisant 168 par 3, le quotient 56 exprimera le nombre de pouces dont est cette source, & ainsi de toutes les autres.

J'ai fait une seconde Table pour connoître combien une source dépense d'eau, en observant la quantité de son écoulement au moyen d'un Pendule à demi-secondes, & d'un vaisseau ou Étalon de 13 pintes $\frac{1}{3}$, mesure de Paris, qui est la valeur du pouce.

Cette Table est formée de quatre colonnes, dont chacune en contient deux autres. La première à gauche contient les demi-secondes, la seconde contient les pouces & lignes d'eau fournis par la source proposée, dans les temps correspondants, en supposant que cette source ait rempli dans ce même temps son Étalon de 13 pintes $\frac{1}{3}$.

Comme pour exemple on trouve dans la première partie à gauche de la 3^{me} colonne le nombre 51, & dans la cellule correspondante à droite, l'on trouve 2, 51, ce qui marque que la source proposée remplissant l'Étalon en $\frac{51}{2}$ secondes, dépense par minute 2 pouces 51 lignes d'eau.

Nous n'avons continué cette Table de demi-secondes en demi-secondes que jusqu'à 60, ensuite de 2 en 2 jusqu'à 100,

& enfin de 5 en 5 jusqu'à $\frac{200}{2}$ secondes, qui valent ensemble demi-quart d'heure.

Pour la construction de cette Table nous avons fait ; comme dans la précédente, une regle de proportion inverſe, ſçavoir ſi la ſource qui remplit l'Étalon en une minute, ou $\frac{120}{2}$ ſecondes, eſt de 1 pouce, de combien ſera la ſource qui le remplira en $\frac{1}{2}$ ſeconde, c'eſt-à-dire, en 120 fois moins de temps, ce qui donne cette proportion droite $\frac{1}{2}$ ſeconde eſt à $\frac{120}{2}$ ſecondes comme 1 pouce eſt à 120 pouces, & ce 4^{me} terme ou ce quotient 120 exprime que la ſource qui rempliroit l'Étalon en $\frac{1}{2}$ ſeconde de temps eſt de 120 pouces. Ce nombre 120 eſt le premier terme de la Table, & ſert de dividende univerſel qui a pour diviſeur chacun des nombres de demi-ſecondes que la ſource propoſée quelconque employe à remplir l'Étalon, & le quotient donne touſjours la valeur de la ſource exprimée en pouces & lignes d'eau, ayant négligé les parties de lignes.

Comme pour exemple voulant ſçavoir la valeur de la ſource qui rempliroit ledit Étalon en $\frac{200}{2}$ ſecondes, comme il eſt marqué en la 4^{me} colonne de la Table, on trouve dans la cellule corréſpondante 86, qui indique que cette ſource eſt de 86 lignes.

Cet Étalon eſt encore facile à conſtruire, car il n'y a qu'à former un priſme qui ait pour baſe un carré de 8 pouces de côté, & ſa hauteur de 10 pouces, le tout dans œuvre, & ſa capacité ſera de 640 pouces cubiques, c'eſt-à-dire, de 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, qui eſt la valeur du pouce d'eau coulante ; on pourra encore faire la baſe de l'étaſon de 6 pouces d'équarriſſage, & ſa hauteur de 15 pouces.

Le Muid même de Paris peut ſervir d'Étalon commode ; & la ſource qui le rempliroit en une minute ſeroit de 21 pouces $\frac{2}{3}$; ainſi celle qui le rempliroit en $\frac{1}{2}$ ſeconde, c'eſt-à-dire, en 120 fois moins de temps, ſeroit 120 fois plus grande que la première, & par conſéquent ſeroit de 2592 pouces. Ce nombre pourroit encore ſervir à faire une troiſième Table, & pour lors ce premier terme 2592 ſeroit le

134 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
dividende universel pour construire toute la Table, comme
l'on a fait dans les deux précédentes.

Le Muid étant pris pour Étalon, pourroit être un cube
de 2 pieds de côté en dedans œuvre, ou bien on le pourroit
faire prismatique, ayant pour son fond un quarré de 18 pouces
de côté, & sa hauteur de $4\frac{2}{3}$ pouces.

Lorsque les sources à jauger ne sont point fortes, l'on
peut se servir de la Pinte même de Paris pour Étalon, comme
je l'ai pratiqué en diverses rencontres, & en dernier lieu
l'an 1733, dans la recherche des Eaux de sources que j'ai
donnée à la Ville d'Auxerre, qui s'est adressée à moi pour la
tirer, s'il étoit possible, de l'indigence où elle étoit d'eaux
de fontaines, & dont elle peut à présent jouir abondamment
au moyen d'un nombre assez considérable de petites sources
dont j'ai, par mes recherches, découvert la plus grande
partie, & que j'ai toutes rassemblées & jaugées les unes après
les autres avec la pinte de Paris pour Étalon & une Montre
à secondes.

L'on met la pinte vuide dans un seau aussi vuide, & l'on
place à zero secondes le seau & la pinte sous la décharge de
la source à jauger. A mesure que chaque pinte est pleine, on
la jette dehors, crainte que le seau ne puisse pas fournir à
toute l'eau pendant le temps que l'on s'est proposé pour
l'expérience. Enfin la quantité de secondes de temps que l'on
s'est proposée, étant expirée, l'on retire promptement le tout
de dessous la décharge de la source ; alors avec le nombre de
pintes que l'on a déjà jetté, l'on compte encore celles qui
restent dans le seau, tant par l'eau qui y a coulé pendant que
l'on a jetté les pintes d'eau, que par celle qui y est répandue,
lorsque chaque pinte s'est trouvée trop pleine, & par ce
moyen l'on a toute la quantité d'eau écoulée pendant le temps
de l'expérience ; enfin de cette quantité d'eau écoulée, &
mesurée exactement, l'on trouve aisément, par une simple
regle de proportion, la valeur de la source en pouces & en
lignes.

L'on pourroit de même emplir à la décharge de la source

les 13 pintes $\frac{1}{3}$ nécessaires pour former ce que l'on appelle la quantité d'un pouce d'eau d'écoulement par minute, & compter la quantité de secondes employées pour cet écoulement, ce qui reviendrait au même, mais il faudroit pour cela employer l'Étalon de 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, pour lequel j'ai donné ici une Table. La méthode ci-dessus est beaucoup moins embarrassante, je m'en suis servi avec une grande facilité, elle dispense de l'embarras de porter avec soi, & surtout en voyage, un Étalon d'un volume assez considérable.

L'on peut encore, sans aucun Étalon particulier, sçavoir la dépense d'une source, en mesurant celle qui se sera écoulée pendant un certain temps marqué, ou bien même sans aucun Étalon, en pesant l'eau écoulée, puisque l'on sçait que l'eau ordinaire pèse 69 livres $\frac{3}{4}$ le pied cubique, & que par conséquent la pinte de Paris pèse une livre 15 onces.

R E M A R Q U E.

L'on ne fait point ici attention à la différente pesanteur des eaux dans leurs écoulements, ou dans leur jauge, parce que, soit que les eaux soient claires, soit qu'elles soient troubles ou bourbeuses, les vîtesses ne discontinuent point pour cela d'être entre elles comme les racines de leurs hauteurs.

Donc il sort toujours la même quantité d'eau sous pareilles charges, puisqu'il est reçu que tous les corps en temps égaux tombent de hauteurs égales, & par conséquent acquièrent des vîtesses égales ; d'où il suit qu'il faut des vîtesses égales à des corps égaux quelconques pour monter à des hauteurs égales.

Donc tous les jets sous pareilles hauteurs de Réservoirs, devant monter à des hauteurs égales, quelle que soit la liqueur de ces jets, il s'ensuit que tous les jets doivent sortir des ajutages avec des vîtesses égales sous pareilles hauteurs de Réservoirs, quelle que soit la nature de la liqueur du jet.

REMARQUE.

Lorsque l'on jauge une source, l'on est sujet à diverses difficultés comme M. Mariotte l'a remarqué, folio 247, & particulièrement à deux sortes d'erreurs, l'une par rapport à l'étalon, & l'autre par rapport au temps employé pour le remplir.

L'erreur que l'on peut faire par rapport à l'étalon, c'est que l'on ne peut juger s'il est plein, plus précisément qu'à une ligne ou une demi-ligne près de hauteur d'eau, car si l'étalon est mouillé, la surface de l'eau sera toujours concavé, en sorte que l'étalon paroîtra plein avant qu'il le soit véritablement; & cette erreur sera d'autant plus inévitable que la source coulera avec plus de rapidité.

L'erreur que l'on peut faire par rapport au temps, c'est que l'on ne sçauroit juger si l'étalon est plein plus précisément qu'à une seconde ou une demi-seconde près.

L'on pourra remédier en partie au premier inconvenient en faisant l'étalon fort étroit par en haut, de manière que l'erreur d'une ligne de hauteur d'eau dans la partie supérieure de l'étalon, ne soit pas sensible par rapport à la capacité de l'étalon.

Si l'on n'avoit qu'un étalon en prisme, & que la rapidité de l'eau en tombant dans l'étalon y causât des ondulations assez grandes pour empêcher de juger si l'étalon est plein ou non, l'on pourroit garnir l'étalon de diaphragmes, qui amortissant la chute de l'eau, diminueroient les ondulations.

L'on pourra aussi ajouter à l'étalon un tuyau de verre d'environ 6 lignes de diametre, qui s'appliquera le long d'un des parois extérieurs de l'étalon, & qui communiquera avec l'intérieur comme une branche de siphon.

L'on pourra aussi graduer le tuyau de verre pour juger à quelle hauteur l'eau est dans l'étalon.

Il faut faire attention que garnissant cet étalon de diaphragmes, on en diminue la capacité de tout leur volume, & qu'il faut alors donner à la capacité une augmentation équivalente

équivalente à cette diminution. Si l'étalon n'a point ces diaphragmes, & que l'on conserve le tuyau montant de verre dont nous venons de parler, il faudra diminuer la capacité de l'étalon d'une quantité égale au volume d'eau nécessaire pour remplir ledit tuyau ou siphon ; il faut faire attention que le tuyau de verre que l'on ajoutera à l'étalon ne soit point trop étroit, car l'eau monteroit dans cette branche plus haut que dans l'étalon.

Pour ce qui est de la seconde ou de la demi-seconde d'erreur que l'on fait sur le temps qui a été employé pour remplir l'étalon, l'on pourra diviser la source en plusieurs rameaux, & par ce moyen l'erreur que l'on fera dans la jauge de la source, sera considérablement diminuée malgré l'erreur que l'on fera sur le temps employé à remplir ledit étalon, comme l'on verra dans les Théoremes suivans. Il y aura même un second avantage dans cette division de la source totale en plusieurs branches ou rameaux séparés, c'est que si le hazard permet que le temps que l'on aura estimé pour l'écoulement de l'un de ces rameaux, porte son erreur en excès, & que le temps estimé pour l'écoulement d'un autre rameau, porte son erreur en défaut, il y aura pour lors une compensation qui donnera le temps vrai de l'écoulement de ces deux rameaux pris ensemble.

THEOREME I.

Les erreurs que l'on fait dans l'estime ou dans la jauge d'une même source avec différens E'talons, sont réciproques aux capacités de ces différens E'talons.

DÉMONSTRATION.

Dans la jauge d'une même source, l'erreur que l'on fera avec un étalon double, ne doit être que de la moitié de l'erreur que l'on fera avec un étalon simple.

Et l'erreur que l'on fera avec un étalon multiple quelconque de l'étalon simple, sera moindre, & d'autant plus au dessous de l'erreur que l'on fera avec l'étalon simple, que l'étalon dont on se servira sera multiple de l'étalon simple.

Car l'erreur, qui arrive dans la jauge, se fait dans le temps qu'il faut employer nécessairement pour juger si l'étalon est plein ou non, & comme il faut autant de temps pour juger du plein de l'étalon simple, que pour juger du plein de l'étalon multiple quelconque, il arrivera que l'erreur de la jauge sera d'autant moindre avec un grand étalon, que cet étalon sera multiple de l'étalon simple, c'est-à-dire, que l'erreur que l'on fera avec l'étalon multiple, sera à l'erreur faite avec l'étalon simple, reciproquement comme la capacité de l'étalon simple, est à la capacité de l'étalon multiple, les étalons étant de même ouverture. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME II.

Les erreurs qui résulteront avec un même E'talon dans la jauge de différentes sources, seront entre elles comme les quarrés des valeurs de ces mêmes sources.

DÉMONSTRATION.

Soient deux sources dont les valeurs soient. $\therefore = s, \sigma$, les temps que ces deux sources employent à remplir un même étalon soient $\dots\dots\dots = t, \vartheta$, Les temps que ces deux sources employeront à remplir l'étalon, seront entre eux en raison inverse de ces mêmes sources; car plus la source sera grande, & plus le temps qu'elle emploiera à remplir l'étalon sera court, c'est-à-dire, que l'on aura cette analogie $t : \vartheta :: \sigma : s$.

Le temps de l'erreur sera le même pour chacune de ces deux sources, parce que, comme nous avons dit ci-devant; l'erreur qui arrive dans la jauge se fait dans le temps nécessaire pour juger si l'étalon est plein ou non, & qu'il ne faut pas plus de temps pour juger si une grande source a rempli l'étalon, que pour juger si ce même étalon est rempli par une petite source. Soit ce temps d'erreur $\dots\dots\dots = a$.

Les quantités d'eau qui s'écouleront de ces deux sources différentes pendant le même temps d'erreur a , soient $= e, e$.

Puisqu'il est évident que les quantités d'eau qui s'écoulent

dans un même temps sont comme les valeurs des sources, l'on aura cette analogie. $e : \epsilon :: s : \sigma$.

Mais ces erreurs d'écoulement d'eau e, ϵ , qui ont été faites pendant le même temps a , d'erreur de temps, doivent être réparties sur les temps $t, \& \vartheta$, que les sources s, σ , ont employés à remplir le même étalon, pour que l'on puisse juger de la valeur de ces sources.

Car dans la jauge d'une source, il est absolument vrai de dire qu'une même erreur d'écoulement d'eau qui auroit été faite pour exemple après 60 secondes d'écoulement, seroit 60 fois plus petite que celle qui auroit été faite après une seule seconde d'écoulement, par rapport à la valeur de la source, quoique ce soit la même quantité d'eau d'erreur.

Ainsi il faut diviser l'erreur d'écoulement par les temps employés à remplir l'étalon.

Donc il faut diviser par $t \& \vartheta$ les erreurs d'écoulement e, ϵ , qui ont été faites pendant le même temps d'erreur a .

Et les Quotients $\frac{e}{t}, \frac{\epsilon}{\vartheta}$, seront les erreurs que l'on aura faites dans la jauge, ou ce qui est le même dans l'estime de la valeur des sources proposées s, σ .

Mais nous avons trouvé ci-devant les deux analogies suivantes

$$e : \epsilon :: s : \sigma$$

$$t : \vartheta :: \sigma : s.$$

Divisant par ordre la première analogie par la seconde; l'on aura $\frac{e}{t} : \frac{\epsilon}{\vartheta} :: \frac{s}{\sigma} : \frac{\sigma}{s}$.

Multipliant par $s\sigma$, les deux derniers termes

$$:: \frac{s\sigma\sigma}{\sigma} : \frac{s\sigma s}{s}, \& \text{ en abrégant } :: ss : \sigma\sigma.$$

$$\text{Donc } \frac{e}{t} : \frac{\epsilon}{\vartheta} :: ss : \sigma\sigma.$$

Mais nous avons trouvé ci-dessus que $\frac{e}{t} \& \frac{\epsilon}{\vartheta}$ étoient les erreurs faites dans la jauge ou dans l'estime des valeurs des sources s, σ .

Et $ss, \sigma\sigma$, sont les quarrés des valeurs de ces mêmes sources.

Donc les erreurs que l'on fait par rapport à la jauge de différentes sources au moyen d'un même étalon, sont comme les quarrés des valeurs de ces mêmes sources. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME III.

Si l'on divise une source en un nombre quelconque de rameaux égaux, l'erreur que l'on fera dans la jauge de la source coulante toute entière par un même canal sera à la somme des erreurs que l'on fera dans la jauge de la même source partagée dans un nombre quelconque de rameaux égaux, comme le nombre quelconque de rameaux est à l'unité, en supposant que l'on se serve d'un même étalon.

DÉMONSTRATION.

Soit la valeur entière de la source..... $= s.$

Le nombre de ses rameaux égaux..... $= r.$

Chaque rameau sera..... $= \frac{s}{r}.$

Soit l'erreur dans la jauge de la source entière coulante par un seul canal..... $= e.$

L'erreur dans la jauge d'un de ses rameaux..... $= \epsilon.$

L'erreur dans la jauge de la somme des rameaux sera $= r\epsilon.$

Et par le Théoreme précédent l'on aura

$$e : \epsilon :: ss : \frac{ss}{rr}.$$

Multipliant les conséquents par r , l'on aura

$$e : r\epsilon :: ss : \frac{ss}{r} :: 1 : \frac{1}{r} :: r : 1.$$

C'est-à-dire, que l'erreur dans la jauge de la source coulante par un seul canal

est à l'erreur dans la jauge du nombre r de ses rameaux comme le nombre r des rameaux

est à l'unité. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Les Tables que j'ai données, s'accordent avec les Théoremes précédents.

Car si pour exemple, au lieu de $\frac{1}{2}$ secondes de temps que

nous trouverons dans une de nos expériences ci-après (Profil 2. Figure 2.) qu'il faut à une source de 10 pouces 72 lign. pour remplir nôtre étalon, nous avons jugé qu'il fallut $\frac{17}{2}$ secondes, alors la quantité d'eau correspondante n'auroit été que de 9 pouces 127 lignes, au lieu de 10 pouces 72 lignes, ce qui donne 89 lignes d'eau, ou 8 pintes d'erreur dans une minute, ce qui est considérable.

Au lieu que si l'on partage cette même source de 10 pouces 72 lignes en deux branches à peu-près égales; l'une, par exemple, de 5 pouces 60 lignes, & l'autre de 5 pouces 12 lignes, alors on voit dans la Table que nôtre étalon se rempliroit par la première branche en $\frac{31}{2}$ secondes, & par la seconde branche en $\frac{33}{2}$ secondes environ.

Si donc au lieu de $\frac{31}{2}$ secondes, nous avons jugé qu'il en fallut 32 (afin de conserver toujours la même erreur de temps comme dans le premier cas) alors cette $\frac{1}{2}$ seconde d'erreur n'appartient plus qu'à 24 lignes d'eau d'erreur, comme l'on voit dans la Table, ce qui est un peu plus de $\frac{1}{4}$ de l'erreur totale trouvée de 89 lignes d'eau dans la jauge de la source totale prise avant que nous l'ayons partagée en deux branches.

De même si au lieu de $\frac{33}{2}$ secondes qu'il faut à la seconde branche, nous avons jugé qu'il en fallut 34, alors cette même erreur de $\frac{1}{2}$ seconde de temps n'appartient, comme l'on voit dans la Table, qu'à une erreur de 21 lignes d'eau, ce qui est un peu moins de $\frac{1}{4}$ de l'erreur totale 89 lignes que l'on a eu dans la jauge de la source entière coulante par un même canal.

Et ces deux erreurs, l'une de 24, & l'autre de 21 lignes, ne font ensemble que 45 lignes d'eau d'erreur, qui n'est qu'environ la moitié de celle 89 que nous avons trouvée dans la jauge de la source totale avant de l'avoir partagée en deux rameaux.

Nous voyons donc que partageant une source en deux branches à peu-près égales, nous en avons la jauge une fois plus précisément que si l'on jaugeoit cette source en entier, coulante par un seul canal, & en nous servant du même étalon.

142 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Nous aurons encore une plus grande précision dans la jauge de cette même source, si on la partage en trois branches à peu-près égales.

Comme l'une de.....	3	pouces	83	lignes
L'autre de	3		72	
Et la troisième de.....	3		62	

Ce qui fait dans ces trois branches 10 pouces 73 lignes, au lieu de 10 pouces 72 lignes de la source jaugée en total, ce qui n'est qu'à une ligne d'eau de différence, c'est-à-dire, à 4 pouces cubiques d'eau & $\frac{4}{9}$ par minute, qui font à peu-près $\frac{1}{11}$ de pinte de Paris.

Or dans la Table l'on a pour les temps correspondants à l'écoulement de ces trois branches, 47, 48, 49 demi-secondes.

Mais si au lieu de ces temps, 47, 48, 49 demi-secondes, l'on s'étoit trompé de $\frac{1}{2}$ seconde par excès (pour suivre la même erreur de temps précédemment employée) l'on auroit en leur place 48, 49, 50 demi-secondes, lesquels temps d'écoulement, en consultant les Tables, correspondent à la

quantité de	{	3	pouces	72	lignes
		3		62	
		3		52	

Ce qui fait ensemble 10 pouces 42 lignes.

Or ces 10 pouces 42 lignes que l'on trouveroit, au lieu de 10 pouces 73 lignes trouvés ci-dessus, feroient une différence de 31 lignes d'eau qui correspondent à l'erreur de $\frac{1}{2}$ seconde de temps d'écoulement, au lieu que cette même demi-seconde d'erreur nous a donné 89 lignes d'eau, en jaugeant la source entière coulante par un seul canal.

Nous avons donc démontré qu'en jaugeant la source en entier, une demi-seconde d'erreur donne une erreur d'écoulement d'eau de..... 89 lignes

Au lieu que lorsqu'elle est partagée en deux branches, cette erreur n'est plus que de..... 45 lignes

Et lorsqu'elle est partagée en trois branches, cette erreur n'est plus que de 31 lignes d'eau.

Or l'erreur de la source entière, qui est 89 lignes
Est à l'erreur résultante avec deux branches,
qui est 45
Environ comme..... 2
Est à 1

Et de même l'erreur 89 lignes
Est à l'erreur résultante avec trois branches 31
Environ comme..... 3
Est à 1

Et si la source avoit été partagée en deux branches parfaitement égales, l'erreur de la source entière auroit été exactement double de la somme des erreurs que l'on auroit faites sur les deux branches.

De même si la source avoit été partagée en trois branches parfaitement égales, l'erreur faite sur la source entière auroit été exactement triple de la somme des erreurs que l'on avoit faites sur les trois branches.

Ce qui est conforme au Théoreme III, où nous avons démontré qu'en se servant d'un même étalon, l'erreur que l'on fera dans la jauge d'une source coulante toute entière par un même canal

Sera à l'erreur totale que l'on fera sur la somme des rameaux égaux dans lesquels cette même source sera partagée

Comme le nombre quelconque des rameaux

Est à l'unité.

Ce que nous avons démontré.

Voici présentement les expériences & remarques que nous avons faites sur ces conduites de Versailles; nous commencerons par celles que nous avons faites sur la conduite de fer de 4 pouces de diamètre qui menoit autrefois les eaux du Réservoir de la Place Dauphine dans celui des petites Écuries du Roy, & nous les comparerons avec la quantité d'eau que

ladite conduite de 4 pouces y pouvoit mener suivant ses charges différentes & les sinuosités du terrain que nous avons détaillées ci-devant dans son profil, Figure première.

FIGURE I.

Premièrement l'on n'a laissé entrer dans le Réservoir de la Place Dauphine que suffisamment d'eau pour l'entretenir à niveau du dessus de l'ouverture de la soupape *A* placée au fond dudit Réservoir, lequel dessus de soupape est élevé de 9 pouces au dessus du niveau du bout supérieur *O* du tuyau de sortie à gueule bée ausdites petites Écuries.

Alors en nous servant de nôtre étalon de 896 pouces cubiques, c'est-à-dire, de 18 pintes $\frac{2}{3}$, mesure de Paris, ou 12 pintes, mesure de S.^t Denis, comme nous l'avons annoncé ci-devant, l'on a reçu toute l'eau qui sortoit à gueule bée par l'extrémité *O* du tuyau montant aux petites Écuries, toujours sous la même charge *AL* de 9 pouces, & nôtre étalon s'est rempli en $\frac{62}{3}$ secondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 2 pouces 63 lignes d'eau d'écoulement par minute.

Secondement, l'on s'est servi du même moyen pour entretenir la superficie d'eau en *B* à un pied au dessus de l'ouverture de soupape, en sorte que cette superficie d'eau étoit alors de 21 pouces au dessus du niveau de la sortie *O* du tuyau montant aux petites Écuries.

Alors on a reçu dans nôtre même étalon toute l'eau qui étoit capable de conserver cette même hauteur de superficie, & il s'est rempli en $\frac{40}{2}$ secondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 4 pouces d'eau par minute qui sortoit ausdites petites Écuries avec une charge *BL* de 21 pouces, au lieu de 2 pouces 63 lignes ci-dessus, sous une charge de 9 pouces de hauteur d'eau.

Troisièmement, l'on a de la même manière entretenu l'eau en *C* dans le Réservoir de la Place Dauphine à 22 pouces au dessus de l'ouverture de la soupape *A*, c'est-à-dire, à 31 pouces au dessus du niveau du bout *O* de sortie de conduite aux petites Écuries.

Alors

Alors on a reçu dans nôtre étalon toute l'eau qui étoit capable d'entretenir la superficie d'eau audit point *C*, & il s'est rempli en $\frac{3}{2}$ secondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 5 pouces 60 lignes, qui sortoient aufdites petites Ecuries, sous une charge *CL* de 3 1 pouces de hauteur d'eau.

REMARQUE.

Par ces trois expériences nous trouvons toute l'eau que cette conduite de 4 pouces de diametre, & d'environ 300 toises de longueur, dépensoit à gueule bée sous ces trois charges différentes.

Sçavoir, avec une charge de 9 pouces cette conduite dépensoit 2 pouces 63 lignes, ou, ce qui est le même, comme on le voit dans la Table, 162 muids 92 pintes en 24 heures.

Avec une charge de 21 pouces elle dépensoit 4 pouces d'eau, ou 266 muids 192 pintes en 24 heures.

Et avec une charge de 31 pouces elle dépensoit 5 pouces 60 lignes d'eau, ou 361 muids 84 pintes en vingt-quatre heures.

L'on voit que ces quantités d'eau écoulées ne sont point entre elles dans le rapport des racines de leurs charges, comme le prétend M. Mariotte, & comme elles devroient être conformément à l'accélération des vitesses dans la chute des corps, s'il n'y avoit point d'obstacles qui les empêchassent de suivre cette loi.

En effet dans les trois expériences que nous venons de rapporter, les trois charges sont 9, 21, 31 pouces, dont les racines sont environ 3, $4\frac{5}{9}$ & $5\frac{6}{11}$, lesquelles se trouvent entre elles exprimées par 297, 451 & 549.

Mettant aussi sous une même expression les quantités d'eau écoulées, nous aurons 351, 576 & 780 lignes d'eau.

Or pour que les quantités d'eau écoulées fussent dans le rapport de leurs charges, il faudroit que l'expérience qui a donné 351 lignes d'eau dans la première observation, nous eût donné 533 lignes dans la seconde observation, au lieu de 576 que l'expérience nous a donné.

Et il faudroit de même que cette expérience qui a donné les 351 lignes d'eau dans la première observation, nous eût donné 655 lignes $\frac{1}{2}$ dans la troisième observation, au lieu de 780 que l'expérience nous a fourni.

Enforte que les dépenses d'eau seroient alors de 351, 533, 655 lignes $\frac{1}{2}$, au lieu que les vraies dépenses fournies par l'expérience même sont de 351, 576, 780 lignes, ce qui est très-différent du rapport des racines des charges 297, 451, 549.

Ces différences font voir la nécessité indispensable de connoître la théorie des frottements des eaux dans les tuyaux de conduite, & c'est l'expérience seule qui peut nous y conduire, comme tous les sçavants qui ont entrepris de traiter cette matière l'ont bien senti.

Mais l'on ne peut parvenir à la connoissance de cette diminution de vitesse d'eau occasionnée par le frottement de ces mêmes eaux contre les parois internes de leurs conduites, que par une très-longue suite d'expériences, puisque c'est de cette suite que l'on pourroit conclure la loi que les eaux se trouvent forcées de suivre suivant les différentes circonstances que les diverses conduites leur présentent. Car dans cette suite d'expériences qui ne peuvent être trop nombreuses, l'on pourroit découvrir les progressions qu'il y a lieu de croire qui s'observent dans l'écoulement des eaux.

Selon cette idée, les expériences que je rapporte ici ne doivent être regardées que comme un essai, puisque par leur trop petit nombre elles se trouvent insuffisantes pour parvenir à cette connoissance, mais du moins auront-elles l'avantage d'avoir servi à indiquer la voye que je crois qu'il convient de suivre dans ces recherches.

R E M A R Q U E.

M. Mariotte, folio 265, de son mouvement des Eaux; imprimé en 1686, dit : *J'ai trouvé par plusieurs expériences très-exactes, qu'une ouverture ronde de 3 lignes de diametre étant de 13 pieds au dessous de la surface supérieure de l'eau d'un*

large tuyau, donnoit un pouce, c'est-à-dire, qu'il en sortoit pendant le temps d'une minute 14 pintes, mesure de Paris, de celles qui pèsent 2 livres, & dont les 35 font le pied cube. Ce sont les paroles, cependant la mesure d'un pouce doit être exprimée par 13 pintes $\frac{1}{2}$ de celles de 48 pouces cubiques, & dont le pied cubique en contient 36, comme je l'ai dit ci-devant.

De cette regle établie par M. Mariotte pour mesurer les eaux jaillissantes, l'on doit conclure que par une ouverture circulaire de 4 pouces de diametre, c'est-à-dire, 16 fois plus large que celle de 3 lignes de l'expérience de M. Mariotte, laquelle ouverture aura par conséquent 256 fois plus de surface, il sortira 256 pouces d'eau par minute.

Maintenant pour sçavoir ce qu'il sortira de pouces d'eau sous une charge de 9 pouces, par une ouverture circulaire de 4 pouces de diametre, l'on fera cette analogie :

Comme la racine de 13 pieds ou de 156 pouces, laquelle est environ 12 pouces $\frac{1}{2}$, est à la racine de 9 pouces, laquelle racine est 3, ainsi la dépense de 256 pouces d'eau est à la quantité de pouces d'eau que doit fournir nôtre ouverture circulaire de 4 pouces de diametre sous 9 pouces de charge.

Cette analogie est, 12 $\frac{1}{2}$ est à 3 comme 256 est à un quatrième terme, qui est de 61 pouces d'eau & $\frac{1}{5}$ pour une ouverture de 4 pouces sous une charge de 9 pouces, au lieu que l'expérience que nous avons faite à Versailles ne nous a donné que 2 pouces 63 lignes, ce qui donne une différence d'environ 59 pouces d'eau, ou 786 pintes $\frac{2}{3}$ par minute; ce qui est très-considérable.

On ne fait point attention au frottement de l'eau contre le tuyau dans l'expérience de M. Mariotte; car, comme il y a lieu de croire, il étoit très-foible, n'ayant de frottement à souffrir que celui qui se faisoit sur la plaque contre les parois du trou de sortie, puisque le tuyau étant très-large, l'eau descendoit très-lentement dans ce tuyau pour fournir le pouce d'eau qui sortoit par l'ouverture de 3 lignes, & que le

148 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
frottement est d'autant moins considérable que la vitesse de
l'eau est plus petite.

Et si l'on peut regarder comme zero le frottement qu'il
y a eu dans l'expérience de M. Mariotte, l'on doit donc attri-
buer ces 59 pouces d'eau de différence au frottement qui
s'est trouvé, selon nôtre expérience, dans le tuyau de 4 pouces
de diametre, & d'environ 300 toises de longueur sous une
charge de 9 pouces qui donnoit son eau à gueule bée; & il
est étonnant que ce frottement de l'eau contre les parois de
ce tuyau ait causé une diminution d'écoulement d'eau environ
30 fois plus grande que la quantité d'eau qui est sortie par
cette conduite.

Maintenant ce principe d'expériences étant établi, il n'y
a qu'à faire un grand nombre d'expériences avec ce même
tuyau de 4 pouces sous des charges différentes, & par ce
moyen l'on aura la progression qui entrera dans les frotte-
ments que nous cherchons sous différentes charges, ou, ce
qui est le même, avec des vitesses différentes.

FIGURE II.

Voici maintenant les expériences & remarques que nous
avons faites sur la conduite de fer de 6 pouces de diametre
qui mene actuellement l'eau du Réservoir de la Place Dau-
phine dans les petites Écuries de Versailles, & qui a été
mise en la place de la conduite de fer de 4 pouces, dont la
Figure première exprimoit le profil; avec la quantité d'eau
qu'elle peut recevoir suivant les charges différentes, & les
sinuosités du terrain, telles que nous les avons détaillées dans
son profil, Fig. 2.

Premièrement, l'on n'a lâché dans le Réservoir de la Place
Dauphine qu'autant d'eau qu'il en falloit pour l'entretenir à
la hauteur Z, c'est-à-dire, en sorte que la soupape A fût
toujours chargée de 28 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau.

Le bout du tuyau montant aux petites Écuries, étoit coupé
horizontalement à 3 pouces au dessous du niveau de la super-

ficie d'eau en *Z* au Réservoir de la Place Dauphine, comme nous l'avons remarqué ci-devant.

Dans cet état, par le bout *R* du tuyau montant aux petites Écuries, l'eau sortoit à gueule bée, & elle a rempli nôtre Étalon en $\frac{23}{2}$ secondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 7 pouces 44 lignes de dépense d'eau sous une charge de 3 pouces, c'est-à-dire, suivant la même Table, 97 pintes de Paris par minute, ou bien 20 muids 83 pintes en une heure, ou bien 486 muids 275 pintes en 24 heures.

Secondement, l'on a coupé le tuyau montant *NOR* horizontalement en *y*, à 2 pouces $\frac{1}{4}$ au dessous du point *R*, en sorte que ce point *y* de section étoit alors de 5 pouces $\frac{1}{4}$ au dessous de la superficie d'eau en *Z* audit Réservoir *AZ* de la Place Dauphine ; & pour entretenir cette superficie d'eau toujours à la même hauteur précédente *Z*, nous nous sommes servis du même moyen que ci-devant, c'est-à-dire, en ouvrant un peu davantage que dans l'expérience précédente, le robinet de l'auge ou chaîneau placé au dessus du Réservoir de la Place Dauphine.

Dans cet état, nous avons reçu dans nôtre étalon toute l'eau qui étoit nécessaire pour entretenir cette superficie d'eau à la hauteur *Z* au Réservoir de la Place Dauphine, & il s'est rempli en $\frac{16}{2}$ secondes, ce qui donne dans la Table 10 pouces 72 lignes, c'est-à-dire, 10 pouces $\frac{1}{2}$, ou, ce qui est le même, 140 pintes de Paris par minute, ou 29 muids 48 pintes par heure, ou 700 muids en 24 heures sous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$ de hauteur d'eau.

R E M A R Q U E.

Nous avons donc 7 pouces 44 lignes, ou 1052 lignes de dépense d'eau sous une charge de 3 pouces ou 36 lignes, dont la racine quarrée est 6 lignes.

Et nous avons 10 pouces 72 lignes ou 1512 lignes de dépense d'eau sous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$ ou 63 lignes, dont la racine est environ 8 lignes.

Or si ces dépenses d'eau étoient proportionnées aux racines de leurs charges, l'on auroit cette analogie

$$6 : 8 :: 1052 : 1403.$$

Au lieu que l'expérience nous donne 1512 lignes, qui est de 109 lignes supérieure à la dépense que nous donneroit le rapport des racines des charges, c'est-à-dire, supérieur au 4^{me} terme 1403 de cette analogie ci-dessus.

R E M A R Q U E.

Si, selon M. Mariotte, une ouverture ronde de 3 lignes de diametre, chargée de 13 pieds, donne un ponce d'eau par minute, l'on en doit conclure que par une ouverture de 6 ponces de diametre qui est 24 fois plus grande que celle de 3 lignes, laquelle ouverture aura par conséquent 576 fois plus de surface, il sortira 576 ponces d'eau sous une charge de 13 pieds.

Maintenant pour avoir ce qu'il sortira de ponces d'eau sous nôtre charge de 3 ponces, par une ouverture circulaire de 6 ponces de diametre, l'on fera cette analogie :

La racine de 13 pieds, ou de 156 ponces, ou de 1872 lignes, qui est 43 lignes & environ $\frac{1}{4}$, est à la racine de 3 ponces, ou de 36 lignes, qui est 6 lignes,

Comme le produit de 576 ponces d'eau est à la quantité de ponces d'eau fournie par une ouverture circulaire de 6 ponces de diametre sous une charge de 3 ponces.

Et cette analogie est $43\frac{1}{4} : 6 :: 576 : 79\frac{157}{173}$ ponces d'eau, dont le 4^{me} terme, qui est près de 80 ponces d'eau, exprime la quantité de ponces d'eau qui s'écouleront par une ouverture de 6 ponces de diametre sous une charge de 3 ponces, s'il n'y avoit point plus de frottement que dans l'observation de M. Mariotte, au lieu que nôtre expérience faite à Versailles ne nous a donné que 7 ponces 44 lignes, ce qui est différent de près de 74 ponces ou 986 pintes $\frac{2}{3}$ par minute. Or l'on ne peut attribuer une si grande différence qu'au frottement de l'eau contre les parois de nôtre tuyau de 6 ponces de diametre & d'environ 300 toises de long.

De même pour nôtre seconde expérience sous 5 pouces $\frac{1}{4}$ de charge, l'on raisonnera comme ci-dessus. Puisque par nôtre tuyau de 6 pouces nous venons de voir que sous une charge de 13 pieds il sortiroit 576 pouces d'eau, l'on fera cette analogie :

La racine de 13 pieds ou de 1872 lignes, qui est 43 lignes & environ $\frac{1}{4}$, est à la racine de 5 pouces $\frac{1}{4}$ qui est environ 8 lignes,

Comme la dépense de 576 pouces est à la quantité de pouces d'eau que dépensera nôtre tuyau de 6 pouces sous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$.

Et l'on aura $43 \frac{1}{4} : 8 :: 576 : 406 \frac{24}{173}$ pouces d'eau, dont le 4^{me} terme 406 à 407 pouces exprime la quantité de pouces d'eau que nôtre tuyau de 6 pouces dépenseroit sous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$, selon le principe de M. Mariotte, au lieu que par nôtre expérience ce même tuyau n'a dépensé que 10 pouces $\frac{1}{2}$ par minute; ainsi la différence est de 396 pouces.

L'on peut considérer comme un obstacle à l'écoulement des eaux le frottement de la plaque dans laquelle le trou de sortie est percé, & même y joindre l'obstacle que cause la résistance de l'air, d'autant plus que si ces obstacles n'existoient pas, les eaux jaillissantes devroient monter jusqu'à la surface supérieure des eaux du Réservoir qui fournit l'eau à ces jets; de plus l'erreur que l'on fait dans le temps employé dans la jauge des eaux doit encore y entrer pour quelque chose, comme nous l'avons fait voir ci-devant. Donc si l'expérience fondamentale se trouve elle-même altérée par tous ces obstacles, il est constant que son altération se communique à toutes les autres que nous voudrions en déduire; cependant il a été jusqu'à présent impossible de faire mieux malgré toutes les attentions que l'on y a apportées, & c'est ce qui doit engager à redoubler les recherches à ce sujet, pour que l'on en puisse tirer les règles que l'on doit employer dans le choix des tuyaux convenables aux quantités d'eaux que l'on veut conduire.

FIGURE III.

Voici les expériences que nous avons faites sur la conduite de fer de 5 pouces de diametre qui porte les eaux du Regard quarré près S.^t Antoine, dans le Réservoir de la Place Dauphine de Versailles, avec la quantité d'eau qu'elle y peut porter suivant les charges différentes.

Premièrement, l'eau étant dans le Regard quarré à 17 pouces au dessous de sa tablette, & sortant alors à gueule bée par le point / de sortie au Réservoir de la Place Dauphine, qui, comme à son ordinaire, étoit de 3 pieds $\frac{1}{2}$ ou 42 pouces au dessous du niveau de cette même tablette du Regard quarré, ce qui fait 25 pouces de charge d'eau, l'on a reçu par deux robinets toute l'eau qui en sortoit, & l'un de ces deux robinets emplissoit nôtre étalon en $\frac{30}{2}$ secondes, ce qui donne, comme l'on voit dans la Table, une dépense de 5 pouces 86 lignes d'eau, & l'autre robinet le remplissoit en $\frac{40}{2}$ secondes, ce qui donne 4 pouces 29 lignes d'eau d'écoulement. Toute la quantité d'eau qui sortoit alors par ces deux robinets pris ensemble, & sous une charge de 25 pouces de hauteur d'eau, étoit donc de 9 pouces & 115 lignes.

Secondement, après avoir ajusté un tuyau montant de 5 pouces de diametre sur celui du Réservoir de la Place Dauphine en /, qui est aussi du même diametre de 5 pouces, comme nous l'avons dit ci-devant, & l'eau étant dans le Regard quarré à 9 pouces sous la tablette, & le tuyau montant au Réservoir de la Place Dauphine étant coupé à 14 pouces 7 lignes au dessous du niveau de ladite tablette du Regard quarré, ce qui donne 5 pouces 7 lignes de charge, alors nôtre étalon s'est empli par l'un des susdits deux robinets en $\frac{65}{2}$ secondes, ce qui donne 2 pouces 84 lignes d'eau, & par le second robinet en $\frac{150}{2}$ secondes, ce qui donne 1 ponce 17 lignes. Ainsi toute la quantité d'eau qui sortoit alors par ces deux robinets pris ensemble sous une charge de 5 pouces 7 lignes de hauteur d'eau, étoit de 3 pouces & 101 lignes.

Troisièmement,

Troisièmement, la surface d'eau étant dans le Réservoir quarré à 9 pouces $\frac{1}{4}$ au dessous de sa tablette, & le tuyau montant au Réservoir de la Place Dauphine étant coupé à 20 pouces 7 lignes sous la même tablette, ce qui donne 11 pouces 4 lignes de charge; alors nôtre étalon s'est rempli par l'un des deux robinets en $\frac{46}{2}$ secondes, & par l'autre en $\frac{78}{2}$ secondes, ce qui donne dans la Table 3 pouces 94 lignes, & 2 pouces 22 lignes; ainsi la dépense de ces deux robinets pris ensemble est de 5 pouces 116 lignes sous une charge de 11 pouces $\frac{1}{3}$.

Quatrièmement, la superficie de l'eau étant dans le Regard quarré à 9 pouces 10 lignes sous sa tablette, & le tuyau montant au Réservoir de la Place Dauphine étant coupé à 26 pouces 7 lignes au dessous de la ligne de niveau de cette même tablette, ce qui donne 16 pouces 9 lignes de charge; alors nôtre étalon s'est rempli par un des deux robinets en $\frac{32}{2}$ secondes, & par l'autre en $\frac{55}{2}$ secondes, ce qui donne dans la Table 4 pouces 78 lignes, & 3 pouces 8 lignes pour les quantités écoulées, qui toutes deux ensemble donnent 7 pouces 86 lignes d'eau sous une charge de 16 pouces 9 lignes, & par une gueule bée de 5 pouces de diametre.

Cinquièmement, la superficie d'eau étant dans le Regard quarré à 11 pouces $\frac{1}{2}$ au dessous de sa tablette, & le tuyau montant au Réservoir de la Place Dauphine étant coupé horizontalement (comme dans toutes les coupes précédentes) à 32 pouces 7 lignes au dessous de la ligne de niveau de la partie supérieure de la tablette du Regard quarré, ce qui donne 21 pouces une ligne de charge; alors nôtre étalon s'est rempli par un des deux robinets en $\frac{31}{2}$ secondes, & par l'autre en $\frac{49}{2}$ secondes, ce qui donne dans la Table 5 pouces 60 lignes, & 3 pouces 62 lignes pour les quantités d'eau écoulées, qui toutes deux ensemble donnent 8 pouces 122 lignes de dépense d'eau sous une charge de 21 pouces une ligne de hauteur d'eau.

Sixièmement, l'eau étant dans le Regard quarré à 14 pouces 7 lignes au dessous de sa tablette, & le tuyau montant au

Réservoir de la Place Dauphine étant coupé à 38 pouces 7 lignes au dessous de la ligne de niveau du dessus de cette même tablette, ce qui donne 24 pouces de charge ; alors nôtre étalon s'est rempli par ces mêmes deux robinets en $\frac{30}{2}$ secondes & en $\frac{42}{2}$ secondes, ce qui donne dans la Table 5 pouces 86 lignes, & 4 pouces d'eau pour les quantités écoulées, qui toutes deux prises ensemble, donnent 9 pouces 86 lignes de dépense à gueule bée sous une charge de 24 pouces.

Septièmement, l'eau étant dans le Regard quarré à 17 pouces sous la tablette, & le tuyau montant au Réservoir de la Place Dauphine étant coupé ou remis comme à son ordinaire à 3 pieds $\frac{1}{2}$, ou 42 pouces au dessous de la ligne de niveau de la superficie de cette même tablette, ce qui donne 25 pouces de charge sous laquelle l'eau sortoit à gueule bée de 5 pouces de diametre, & se déchargeoit dans l'auge ou chaîneau auquel les deux robinets étoient soudés ; par l'un des robinets nôtre étalon s'est empli en $\frac{30}{2}$ secondes, & par l'autre en $\frac{40}{2}$ secondes comme dans la première expérience, ce qui est pour dépense totale, comme l'on voit dans la Table, 9 pouces & 115 lignes sous 25 pouces de charge par un tuyau de 5 pouces de diametre.

R E M A R Q U E.

L'on voit dans nôtre seconde expérience que la superficie de l'eau étant au Regard quarré à 9 pouces sous la ligne de niveau xy , & que le tuyau montant au Réservoir de la Place Dauphine étant de 14 pouces 7 lignes au dessous de cette même ligne xy , ce qui donne 5 pouces 7 lignes de charge ; alors la conduite *FEIMDOQSVZKpmnl*, de 1168, à 1169 toises, ne donne que 3 pouces 101 lignes d'eau, refusant le reste dans le Regard quarré, c'est-à-dire, le surplus d'eau ayant son écoulement ailleurs par une de ses décharges ; car si on laissoit regorger cette eau dans le Regard, la quantité de son écoulement ou de sa dépense augmenteroit à mesure que sa charge ou sa hauteur augmenteroit dans le Regard.

Nous avons vû dans la 3^{me} expérience, que cette même conduite ayant 11 pouces $\frac{1}{2}$ de charge, la dépense est de 5 pouces 11 6 lignes, refusant le surplus.

Dans la 4^{me} expérience, la charge étant de 16 pouces $\frac{3}{4}$; la dépense a été de 7 pouces 8 6 lignes, refusant le surplus.

Dans la 5^{me} expérience, sous une charge de 21 pouces une ligne, la dépense a été de 8 pouces 12 2 lignes, refusant le surplus.

Dans la 6^{me} expérience, sous une charge de 24 pouces, la dépense a été de 9 pouces 8 6 lignes, refusant le surplus.

Enfin dans la 7^{me} & dernière expérience, sous une charge de 25 pouces, la dépense a été de 9 pouces 11 5 lignes, refusant le surplus.

Il faut encore remarquer que dans cette conduite de 5 pouces & de 1168 à 1169 toises de long, outre les coudes marqués dans le profil, elle forme encore plusieurs sinuosités horizontales, mais fort arrondies & prises de loin, ce qui dans ce cas ne doit pas augmenter de beaucoup le frottement.

R E M A R Q U E.

Maintenant si, selon M. Mariotte, folio 265, une ouverture circulaire de 3 lignes de diametre, chargée de 13 pieds, donne un ponce d'eau, l'on en doit conclure que par une ouverture de 5 pouces de diametre, qui est 20 fois plus grande que celle de 3 lignes, c'est-à-dire, qui a 400 fois plus de surface, il sortira 400 ponce d'eau sous une charge de 13 pieds.

C'est pourquoi, pour avoir la quantité d'eau qui doit sortir dans nôtre première expérience sous nôtre charge de 25 ponce, l'on fera cette analogie,

La racine de 13 pieds ou 156 ponce,

est à la racine de 25 ponce, qui est 5,

Comme la dépense de 400 ponce d'eau est à la dépense que fourniroit nôtre conduite de 5 ponce sous une charge de 25 ponce, s'il n'y avoit pas plus de frottement que dans

156 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

l'expérience fondamentale de M. Mariotte, & cette analogie est, $12\frac{1}{2}$ est à 5, comme 400 est à environ 160 pouces d'eau, dont le 4^{me} terme, 160 pouces d'eau, exprime la quantité de pouces que nôtre ouverture de 5 pouces de diamètre donneroit de dépense sous une charge de 25 pouces; au lieu que l'expérience même ne nous a donné qu'une dépense de 9 pouces 11 5 lignes seulement, ce qui est bien différent.

Maintenant puisque nous venons de trouver que nôtre conduite de 5 pouces fourniroit sous une charge de 13 pieds, environ 160 pouces d'eau, l'on aura la quantité d'eau qu'il en doit sortir sous toutes autres charges quelconques par de semblables analogies, comme pour exemple pour nôtre 6^{me} expérience qui s'est faite sous une charge de 24 pouces, l'on aura La racine de 13 pieds ou de 156 pouces,

qui est environ $12\frac{1}{2}$,
est à la racine de 24 pouces, qui est 4 pouces & environ $\frac{9}{10}$,
comme la dépense de 400 pouces
est à la quantité de pouces d'eau que dépensera nôtre tuyau de 5 pouces sous une charge de 24 pouces.

Cette analogie est, $12\frac{1}{2}$ est à $4\frac{9}{10}$ comme 400 est à 157 environ, dont le 4^{me} terme 157 exprime la quantité de pouces d'eau que nôtre conduite de 5 pouces donneroit sous une charge de 24 pouces, suivant le principe de M. Mariotte, au lieu que cette même expérience 6^{me} n'a donné réellement que 9 pouces 86 lignes, ce qui est une différence de plus de 147 pouces d'eau ou de 1960 pintes environ par minute au de-là de ce que nôtre conduite nous a véritablement produit.

FIGURE IV.

Voici les expériences que nous avons faites sur la conduite de fer de 18 pouces marquée dans le profil.

Premièrement, il faut remarquer, comme nous l'avons dit ci-devant, que le dessus des soupapes, comme C, qui sont au fond du quarré du Réservoir de la butte de Montboron, est

plus haut de 1 pouce $\frac{1}{4}$ que le bout *N* de sortie de conduite au Réservoir du Château d'Eau où elles se déchargent à gueule bée; d'où l'on voit que lorsque ces soupapes se trouvent chargées de 12 pieds de hauteur d'eau comme pour exemple de toute la hauteur *CB*, alors l'on peut dire que l'eau qui sort par cette gueule bée *N* est chargée de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, & c'est avec cette charge d'eau que nous avons fait les expériences suivantes.

Il faut encore remarquer que le Réservoir *OPQR* du Château d'Eau ayant son fond *PQ* chargé de 7 pieds de hauteur d'eau, contient 34880 pieds cubiques, ou 4360 muids, mesure de Paris, chacun de 288 pintes de celles de 48 pouces cubiques.

Avec ces connoissances, nous avons laissé couler l'eau par cette conduite de 18 pouces de diametre, & elle a fourni dans le Réservoir du Château d'Eau 10 pouces de hauteur d'eau, ou 519 muids $\frac{1}{221}$ en 12 minutes de temps, ce qui fait 43 muids $\frac{166}{663}$, ou 12456 pintes $\frac{24}{221}$ par minute, ayant toujours la même charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$.

Ainsi divisant cette quantité 12456 pintes $\frac{24}{221}$ par 13 pintes $\frac{1}{3}$ qui, selon ce que nous avons établi, est la dépense d'un pouce d'eau par minute, nous aurons au quotient 934 pouces $\frac{46}{221}$, cette fraction étant à $\frac{6}{221}$ près $\frac{30}{144}$ de pouces, ou 30 lignes d'eau.

Nous aurons donc 934 pouces 30 lignes pour la dépense de nôtre conduite de 18 pouces à gueule bée sous une charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$.

Ensuite la superficie d'eau restant toujours la même en *B*, au quarré des soupapes de la butte de Montboron, l'on a ouvert la soupape de 2 pieds qui appartient à nôtre conduite de 18 pouces, & ensemble les trois soupapes de 18 pouces qui appartiennent aux trois conduites d'un pied de diametre chacune; & ces quatre soupapes étant toutes ouvertes dans le même instant, ces quatre conduites ont fourni dans le Réservoir du Château d'Eau 9 pouces de hauteur d'eau, ou 467 muids $\frac{1}{7}$ en 6 minutes de temps, ce qui fait à ces quatre

158 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 conduites prises ensemble, 1681 pouces $\frac{4}{7}$, c'est-à-dire;
 1681 pouces & un peu plus de 82 lignes.

Ainsi sçachant que nôtre premiere conduite de 18 pouces nous a donné ci-devant 934 pouces & un peu moins de 30 lignes, si de la dépense de ces quatre conduites, c'est-à-dire, si de 1681 pouces 82 lignes l'on en ôte 934 pouces 30 lign. le reste 747 pouces & environ 52 lignes exprimera la dépense des trois conduites d'un pied chacune, dont le tiers 249 pouces 17 lignes exprime la dépense à gueule bée de chacune de ces trois conduites de fer d'un pied sous la même charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, & d'environ 600 toises de longueur & plus.

R E M A R Q U E.

Si, selon l'expérience de M. Mariotte, une ouverture circulaire de 3 lignes de diametre sur 13 pieds de charge donne un pouce, l'on en doit conclure, suivant la loi des racines des charges, que nôtre conduite de 18 pouces de diametre qui est 72 fois plus grand que celui de 3 lignes, & dont l'ouverture ou surface de la coupe horisontale est par conséquent 5184 fois plus grande, dépensera 5184 pouces d'eau sous une charge de 13 pieds.

Mais comme nôtre charge n'a été que de 12 pieds 1 pouce 1 ligne, pour sçavoir ce qu'elle doit fournir sous cette charge, il faut faire cette analogie,

La racine de 13 pieds ou 1872 lign. qui est environ $43 \text{ lign. } \frac{1}{4}$
 est à la racine de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, ou de 1743 lignes,
 qui est environ $41 \frac{3}{4}$,

comme la dépense 5184 pouces d'eau est à la quantité de pouces d'eau que doit fournir nôtre conduite de 18 pouces de diametre sous une charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$.

Cette analogie est, $43 \frac{1}{4}$ est à $41 \frac{3}{4}$ comme 5184 est à $5004 \frac{36}{173}$, dont le 4^{me} terme 5004 pouces & plus exprime la quantité de pouces d'eau que nôtre conduite de 18 pouces auroit dû donner sous nôtre charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, au lieu qu'elle n'a dépensé, selon nôtre expérience exacte,

que la quantité de 934 pouces 30 lignes, ce qui est une différence de 4070 pouces, ou 188 à 189 muids par minute; mais cette différence, toute considérable qu'elle est, ne l'est point encore tant que dans les expériences que nous avons faites sur les conduites dont nous avons parlé ci-devant, où le défaut de la dépense est 20 & 30 fois plus grand que la dépense même; au lieu que dans cette expérience présente la dépense que nous donne le rapport des racines des charges n'est gueres que quintuple de la vraie dépense donnée par l'expérience même; ce qui pourroit venir de ce que l'impression que fait le frottement sur cette dépense considérable d'eau est moins grande que celle qu'il fait sur une petite dépense, ce qui doit arriver, puisque l'empêchement occasionné par le frottement, doit être réciproque aux masses d'eaux qui sont en mouvement, d'autant plus que le frottement étant relatif aux parois des conduites différentes, il doit y avoir plus de frottement dans un petit tuyau que dans un grand, & cela dans le rapport des quarrés de leurs diametres.

FIGURE V.

Voici les expériences que nous avons faites sur la conduite de fer de 18 pouces de diametre qui conduit l'eau du quarré des Réservoirs du Parc aux Cerfs à celui du bout de l'aîle, comme aussi sur la conduite de fer, & d'un pied de diametre qui la mene au Réservoir de Roquencour.

Premièrement, la superficie d'eau, dans l'état d'expérience, étoit au quarré des Réservoirs du Parc aux Cerfs de 2 pieds 2 pouces $\frac{1}{2}$ au dessous du point *a*; donc l'eau qui sortoit alors par la gueule bée *N*, suivant ce que nous avons dit en examinant le Profil 5^{me}, n'étoit chargée que de 4 pieds 7 pouc. $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau, & c'est dans cet état que nous avons fait l'expérience suivante sur cette conduite de 18 pouces, & d'environ 790 toises de longueur.

Nous avons remarqué qu'ayant levé la soupape *A* au quarré des soupapes du Réservoir du Parc aux Cerfs, laquelle étoit alors chargée de 5 pieds 7 pouces, nôtre conduite de 18 pouc.

160 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

a fourni par la gueule bée *N* 3 pouces 9 lignes de hauteur d'eau dans une heure de temps au dessus du fond du Réservoir de l'aîle, qui est de 47 toises 1 pied 5 pouces de long sur 14 toises 2 pieds $\frac{3}{4}$ de large, ce qui fait en superficie 682 toises 34 pieds, & 57 pouces quarrés, c'est-à-dire, près de 683 toises quarrées de surface, ou précisément de 3540441 pouces quarrés de surface, laquelle étant multipliée par la hauteur d'eau de 3 pouc. $\frac{3}{4}$, donne pour solidité 13276653 $\frac{3}{4}$ pour les pouces cubiques d'eau que cette conduite de 18 pouc. a fournis en une heure, & partant $\frac{1}{60}$ en une minute, c'est-à-dire, 221277 $\frac{2}{10}$ pouces cubiques en une minute.

Mais comme 13 pintes $\frac{1}{3}$, ou, ce qui est le même, 640 pouces cubiques d'eau est la quantité que fournit par minute ce que nous avons appelé *un pouce d'eau coulante*, si l'on divise ce nombre 221277 $\frac{2}{10}$ par 640, le quotient nous donnera 345 $\frac{4779}{6400}$, c'est-à-dire, 345 pouces & près de 108 lignes pour la quantité d'eau qu'a fourni nôtre conduite de 18 pouces dans une longueur d'environ 790 toises, & sous une charge de 4 pieds 7 pouces $\frac{1}{2}$,

Secondement, la superficie d'eau étant dans le quarré des soupapes des Réservoirs du Parc aux Cerfs à 10 pouces au dessous du point *a*, l'eau qui sortoit par la gueule bée *Z* au Réservoir de Roquencour avoit 20 pieds 3 pouces de charge de hauteur d'eau.

Dans cet état, nous avons remarqué qu'ayant levé la soupape *A* qui étoit alors chargée de 6 pieds 11 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau, cette conduite de 18 pouces & d'un pied, sçavoir de 18 pouces dans la longueur d'environ 790 toises, & d'un pied dans la longueur d'environ 1550 toises, ce qui fait pour longueur totale de conduite *ABDFHLPQVZ* environ 2340 toises, a fourni 168 pouces d'eau, nous étant servis d'un muid pour étalon.

R E M A R Q U E.

Il faut remarquer que cette conduite ne peut point mener plus d'eau sous cette charge de 20 pieds $\frac{1}{4}$ dans cette longueur
de

de 2340 toises, & dans la position où elle se trouve, puisqu'elle refusoit ou regorgeoit dans le Réservoir de l'aîle, quoique la gueule bée *N* du tuyau montant audit Réservoir de l'aîle par où elle se déchargeoit fût de 14 pieds $\frac{1}{4}$ élevé au dessus du niveau de ladite gueule bée *Z* au Réservoir de Roquencour.

L'on voit qu'après du Réservoir de l'aîle, la conduite de 18 pouces forme un angle saillant & fort élevé, & dans cet angle élevé l'air s'y cantonnoit fixement, & empêchoit, ou du moins rallentissoit infiniment l'écoulement des eaux que cette conduite devoit fournir: c'est ce qui a engagé à placer à cet endroit, comme le Profil le montre, une Ventouse que l'on peut dans ces cas regarder comme une chose nécessaire, comme on le reconnoît par presque toutes les expériences, puisqu'il est rare que l'air ne soit d'un grand obstacle dans les conduites en général. On pourra s'en convaincre par une expérience que nous avons faite sur une conduite de plomb de 8 pouces de diametre & de 1900 toises de long qui amene les eaux de Roquencour au Château de Versailles dans les Réservoirs du dessous de la Rampe de la Chapelle sous une pente ou charge de 2 pieds 6 pouces, laquelle conduite n'a jamais fourni par sa gueule bée que 22 à 23 pouces d'eau d'environ 30 pouces qui se présentent à son embouchure, refusant les 7 à 8 pouces de surplus.

Mais une chose remarquable, c'est que dès l'instant qu'on lâchoit l'eau à l'embouchure de cette conduite, laquelle embouchure étoit aussi de 8 pouces comme sa sortie, il se passoit environ 10 jours avant qu'il en parût une goutte à son bout de sortie, & cela, parce que le long de cette conduite il y avoit beaucoup de coudes élevés dans lesquels l'air se cantonnoit, & d'où il ne sortoit qu'avec beaucoup de peine. C'est ce qui a encore fait penser à adoucir quelques coudes de cette conduite, & à mettre des ventouses aux angles les plus élevés où elles sont encore, & alors au bout de 12 heures l'on vit sortir quelques filets d'eau, au lieu de 10 ou 12 jours qu'il falloit auparavant, & 5 à 6 heures après il en sortit 22 à

23 pouces, qui est toute la quantité que l'on peut avoir par cette conduite.

Une chose à remarquer, c'est que les 5 ou 6 dernières heures qu'on attendit avant que d'avoir le plus grand écoulement d'eau, ou la plus grande dépense de cette conduite, se passèrent à l'évacuation de bouffées de vent, de flocons d'air & d'eau, & de filets d'eau, qui tantôt couloient & tantôt ne couloient plus, ce qui fait encore voir que l'air est d'un grand obstacle dans les conduites.

REMARQUE.

Si l'eau n'avoit point de difficulté à passer dans les tuyaux de conduite, sa dépense seroit comme la racine des charges; mais lorsqu'elle trouve de la difficulté à couler dans ses conduites, la force qu'elle a pour vaincre cette difficulté est comme la charge même: il faut donc sçavoir quelle est la résistance absoluë que l'eau trouve à circuler, tant à cause de son adhérence aux parois de ses conduites, qu'à cause des autres obstacles différents quelconques; & si l'eau est si longtemps avant que de sortir par l'autre bout de sa conduite, comme nous le venons de remarquer dans la conduite de Roquencour, cela peut arriver par plusieurs raisons, comme nous allons le voir.

FIGURE VI.

Il peut arriver que de l'eau qui est dans la conduite depuis *A* jusqu'en *G* soit en équilibre & en repos dans cette situation, puisque *A* & *G* sont deux points que l'on suppose de niveau.

Ainsi l'eau du Réservoir *E* qui est destinée pour sortir à gueule bée par l'ouverture *F* sera obligée de forcer tous les embarras intermédiaires, c'est-à-dire, que pour cela il faudra que la charge *EA* de cette eau depuis *A* jusqu'en *E* soit suffisante,

1.^o Pour surmonter la colonne d'eau *FG* qui lui résiste en partie.

2.^o Pour communiquer du mouvement à l'eau qui occupe la conduite entière dans laquelle elle étoit en repos, ce qui occasionne une seconde perte de force.

3.^o Pour vaincre les frottements qui arrivent dans les conduites.

4.^o Pour se rendre supérieure à la résistance de l'air qui se trouvant cantonné dans des angles, s'oppose à son écoulement.

5.^o Pour forcer l'impression de l'air à la sortie de la gueule bée.

6.^o Pour balancer la réaction de l'effort que l'eau coulante dans ce tuyau fait en frappant contre les parois intérieurs.

FIGURE VII.

Il y a encore une meilleure raison pourquoi l'eau ne sortira point, & même ne doit pas sortir, ou passer à travers une conduite, lorsque cette conduite aura une certaine construction, comme l'on voit ci-après, où je dis qu'il peut arriver que quoique le bout *H* du tuyau de conduite d'eau soit plus bas que son embouchure *A*, cependant l'eau ne sortira point, si l'on ne fait point de ventouse au point *E* pour faire échapper l'air *DEF*; car l'eau s'insinuant d'abord dans le tuyau par l'embouchure *A*, ne chassera pas tout l'air qui étoit contenu dans ledit tuyau, & l'eau s'introduira peu-à-peu dans la partie *EGH* du tuyau jusqu'à ce que sa hauteur *FI* soit égale à la hauteur *AB*; alors la bulle d'air *DEF* sera également pressée des deux côtés, car dans cet état l'eau *FGL* étant en équilibre, il n'y a que la partie *LH* qui s'opposera au passage de la bulle d'air, & par conséquent au passage de l'eau, puisque l'équilibre existera toutes les fois que *IF*, qui est la hauteur de l'eau contenue dans *LH*, sera égale à *AB*, qui est la hauteur de l'eau contenue dans *AM*; n'y ayant que cette partie *AM* qui puisse faire équilibre avec la partie *LH*; & lorsqu'il y aura plusieurs coudes semblables dans une même conduite, il est clair que l'eau n'en sortira point tant qu'il se trouvera de l'air renfermé entre deux colonnes

d'eau égales, & partant en équilibre l'une contre l'autre, à moins qu'on ne fasse des ventouses, & pour lors l'air s'échappant par la ventouse en *E*, l'eau s'approchera de *D* en *F*, & s'étant unie avec elle, l'eau continuera de monter le long du tuyau *GH*, & sortira par l'extrémité de ce tuyau, si peu inférieur qu'il soit à l'embouchure *A*.

Et si au bout de 10 à 12 jours l'eau a monté, & s'est déchargée par la voye qu'on lui avoit préparée, c'est que l'air qui étoit enfermé dans l'espace que nous avons marqué, s'est sans doute échappé par quelques gerçures des tuyaux mêmes, ou de leurs assemblages, d'autant plus que l'air n'a pas besoin de grand passage, sur-tout étant comprimé comme il l'étoit dans cet état ; & un de ces coudes s'étant vuide d'air, & ayant été remplacé par l'eau, la colonne d'eau s'est trouvée pour lors assés considérable pour forcer l'air qui s'étoit cantonné dans les autres angles à sortir conjointement avec l'eau, & c'est pour cela que l'on a vû sortir tantôt des flocons d'air & d'eau, tantôt de l'eau toute seule, & tantôt des bouffées de vent.

PREMIERE TABLE

165

Pour connoître combien une Source fournit de pouces d'Eau, & combien de Muids & de Pintes de Paris elle donne par minute, par heure & par jour, en observant combien elle employe de demi-secondes, de minutes ou d'heures à remplir un vaisseau de 12 pintes, mesure de S.^t Denis, ou de $18\frac{2}{3}$, mesure de Paris; le pouce d'eau étant évalué à l'écoulement de 13 pintes $\frac{1}{3}$, mesure de Paris, par minute, la pinte étant de 48 pouces cubiques, & le muid de 288 pintes.

Demi-secondes employées à remplir l'éta lon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.	Demi-secondes employées à remplir l'éta lon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.
1	168 0	7 224	466 192	11200 0	26	6 66	0 86	17 250	430 255
2	84 0	3 256	233 96	5600 0	27	6 32	0 83	17 82	414 235
3	56 0	2 171	155 160	3733 96	28	6 0	0 80	16 192	400 0
4	42 0	1 272	116 192	2800 0	29	5 114	0 77	16 27	386 59
5	33 86	1 160	93 96	2240 0	30	5 86	0 75	15 160	373 96
6	28 0	1 85	77 224	1866 192	31	5 60	0 72	15 15	361 84
7	24 0	1 32	66 192	1600 0	32	5 36	0 70	14 168	350 0
8	21 0	0 280	58 96	1400 0	33	5 13	0 68	14 41	339 113
9	18 96	0 249	51 245	1244 128	34	4 136	0 66	13 209	329 119
10	16 115	0 224	46 213	1120 0	35	4 115	0 64	13 96	320 0
11	15 39	0 204	42 122	1018 52	36	4 96	0 62	12 277	311 32
12	14 0	0 195	38 256	933 96	37	4 78	0 60	12 176	301 202
13	12 133	0 174	35 258	861 222	38	4 61	0 58	12 81	294 213
14	12 0	0 160	33 96	800 0	39	4 44	0 57	11 278	287 49
15	11 29	0 149	31 32	746 192	40	4 29	0 56	11 192	280 0
16	10 72	0 140	29 48	700 0	41	4 14	0 55	11 110	273 45
17	9 127	0 132	27 130	658 237	42	4 0	0 54	11 32	266 192
18	9 48	0 124	25 267	622 64	43	3 131	0 53	10 232	260 134
19	8 121	0 118	24 162	589 138	44	3 118	0 52	10 175	254 157
20	8 58	0 112	23 96	560 0	45	3 106	0 51	10 107	248 256
21	8 0	0 107	22 64	533 96	46	3 94	0 50	10 42	243 138
22	7 92	0 102	21 64	509 26	47	3 83	0 49	9 268	238 86
23	7 44	0 97	20 83	486 275	48	3 72	0 48	9 208	233 96
24	7 0	0 93	19 128	466 192	49	3 62	0 47	9 151	228 164
25	6 104	0 90	18 192	448 0	50	3 52	0 45	9 96	224 0

Demi- secondes em- ployées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.	Demi- secondes em- ployées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.
51	3 42	0 44	9 43	219 175	81	2 11	0 28	5 219	138 78
52	3 33	0 43	8 280	215 128	82	2 7	0 28	5 199	136 166
53	3 24	0 42	8 232	211 92	83	2 3	0 27	5 179	134 271
54	3 16	0 41	8 185	207 118	84	2 0	0 27	5 160	133 96
55	3 8	0 40	8 140	203 183	85	1 141	0 27	5 141	131 220
56	3 0	0 39	8 96	200 0	86	1 137	0 26	5 123	130 134
57	2 136	0 38	8 54	196 141	87	1 134	0 26	5 105	128 212
58	2 129	0 38	8 13	193 29	88	1 131	0 26	5 87	127 78
59	2 122	0 37	7 262	189 239	89	1 128	0 25	5 70	125 243
60	2 115	0 37	7 224	186 192	90	1 125	0 25	5 53	124 128
61	2 100	0 36	7 187	183 174	91	1 122	0 25	5 37	123 22
62	2 102	0 36	7 152	180 186	92	1 119	0 25	5 21	121 213
63	2 96	0 35	7 117	177 221	93	1 116	0 24	5 5	120 124
64	2 90	0 35	7 84	175 0	94	1 113	0 24	4 278	119 43
65	2 84	0 34	7 52	173 244	95	1 110	0 23	4 263	117 52
66	2 78	0 34	7 20	169 200	100	1 98	0 22	4 192	112 0
67	2 73	0 33	6 278	167 47	105	1 87	0 21	4 128	106 192
68	2 68	0 33	6 249	164 198	110	1 76	0 20	4 70	101 236
69	2 63	0 32	6 220	162 92	115	1 67	0 20	4 17	97 113
70	2 58	0 32	6 192	160 0	120	1 58	0 19	3 256	93 96
71	2 53	0 31	6 165	157 215	125	1 50	0 18	3 211	89 173
72	2 48	0 31	6 139	155 160	130	1 42	0 17	3 170	86 266
73	2 43	0 30	6 113	153 122	135	1 35	0 16	3 132	88 277
74	2 39	0 30	6 88	150 245	140	1 29	0 16	3 96	80 0
75	2 34	0 30	6 64	149 96	145	1 23	0 15	3 63	77 70
76	2 30	0 29	6 40	147 102	150	1 17	0 15	3 32	74 192
77	2 26	0 29	6 18	145 131	155	1 12	0 15	3 3	72 74
78	2 22	0 28	5 283	143 24	160	1 7	0 14	2 264	70 0
79	2 18	0 28	5 261	141 222	165	1 3	0 14	2 238	67 253
80	2 14	0 28	5 240	140 0	168	1 0	0 13 $\frac{1}{2}$	2 224	66 192

Minutes em- ployées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.	Heures em- ployées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.
1	1 58	0 19	3 256	93 96	1	0 3	0 0	0 19	1 160
2	0 101	0 9	1 272	46 192	2	0 2	0 0	0 9	0 224
3	0 67	0 6	1 85	31 32	3	0 1	0 0	0 6	0 150
4	0 50	0 5	0 280	23 96	4	0 1	0 0	0 5	0 112
5	0 40	0 4	0 224	18 192	5	0 $\frac{3}{5}$	0 0	0 4	0 90
6	0 31	0 3	0 187	15 160	6	0 $\frac{1}{2}$	0 0	0 3	0 75
7	0 29	0 3	0 160	13 96	7	0 $\frac{3}{7}$	0 0	0 3	0 64
8	0 26	0 2	0 140	11 192	8	0 $\frac{3}{8}$	0 0	0 2	0 56
9	0 22	0 2	0 124	10 107	9	0 $\frac{1}{3}$	0 0	0 2	0 50
10	0 20	0 2	0 112	9 96	10	0 $\frac{3}{10}$	0 0	0 2	0 45
11	0 18	0 2	0 102	8 112	11	0 $\frac{3}{11}$	0 0	0 2	0 41
12	0 17	0 1	0 93	7 224	12	0 $\frac{1}{4}$	0 0	0 2	0 37
13	0 16	0 1	0 86	7 52					
14	0 15	0 1	0 80	6 192					
15	0 14	0 1	0 75	6 64					
16	0 13	0 1	0 70	5 240					
17	0 12	0 1	0 66	5 141					
18	0 11	0 1	0 63	5 54					
19	0 10	0 1	0 59	4 257					
20	0 9	0 1	0 56	4 192					
25	0 8	0 1	0 45	3 211					
30	0 7	0 1	0 37	3 32					
35	0 6	0 0	0 32	2 192					
40	0 5	0 0	0 28	2 96					
45	0 5	0 0	0 25	2 21					
50	0 4	0 0	0 22	1 250					
55	0 4	0 0	0 20	1 201					
60	0 3	0 0	0 19	1 160					

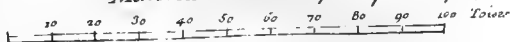
SECONDE TABLE

Pour connoître combien une Source donne d'Eau, ou de combien elle est de pouces, en observant la quantité de son écoulement, au moyen d'un Pendule à $\frac{1}{2}$ secondes, & d'un vaisseau ou Etalon de 13 pintes $\frac{1}{3}$, mesure de Paris.

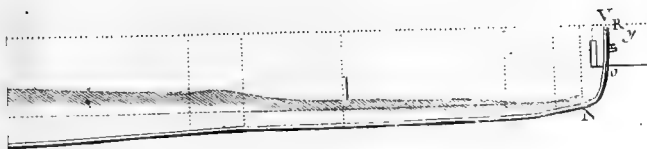
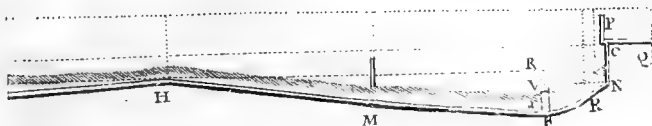
Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.
1	120 0	26	4 88	51	2 51	92	1 44
2	60 0	27	4 64	52	2 44	94	1 40
3	40 0	28	4 41	53	2 38	96	1 36
4	30 0	29	4 20	54	2 32	98	1 32
5	24 0	30	4 0	55	2 26	100	1 29
6	20 0	31	3 135	56	2 20	105	1 21
7	17 20	32	3 108	57	2 15	110	1 13
8	15 0	33	3 92	58	2 10	115	1 6
9	13 48	34	3 76	59	2 5	120	1 0
10	12 0	35	3 62	60	2 0	130	0 133
11	10 131	36	3 48	62	1 139	140	0 123
12	10 0	37	3 35	64	1 126	150	0 115
13	9 33	38	3 23	66	1 118	160	0 108
14	8 82	39	3 11	68	1 110	180	0 94
15	8 0	40	3 0	70	1 103	200	0 86
16	7 72	41	2 137	72	1 96	230	0 75
17	7 8	42	2 123	74	1 90	260	0 66
18	6 96	43	2 114	76	1 83	300	0 52
19	6 45	44	2 105	78	1 78	350	0 49
20	6 0	45	2 96	80	1 72	400	0 43
21	5 103	46	2 88	82	1 68	500	0 35
22	5 65	47	2 80	84	1 62	600	0 21
23	5 31	48	2 72	86	1 57	700	0 25
24	5 0	49	2 65	88	1 52	800	0 22
25	4 115	50	2 58	90	1 48	900	0 19

SECOND

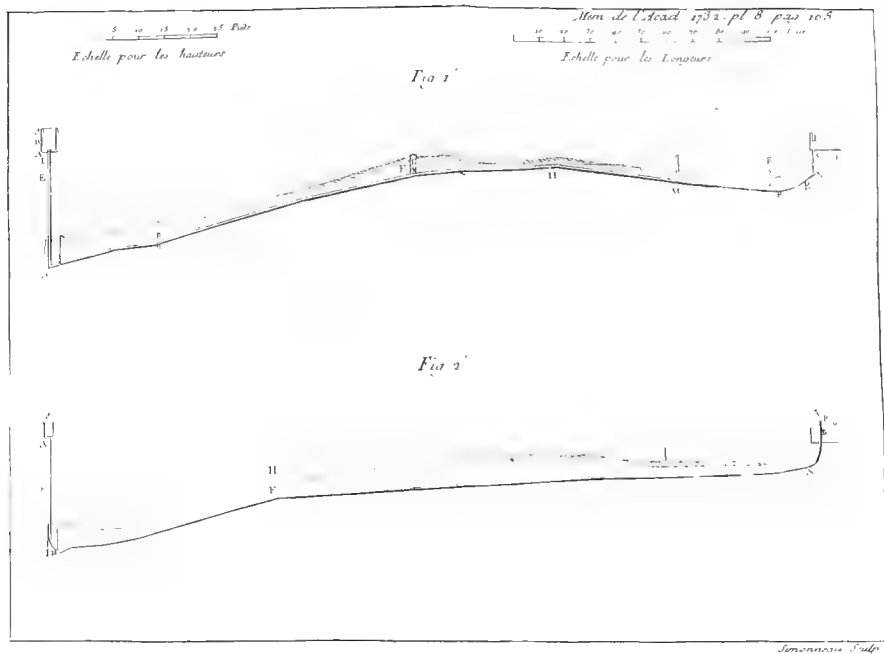
Mem. de l'Acad. 1732. pl. 8. pag. 168.



Echelle pour les Longueurs.

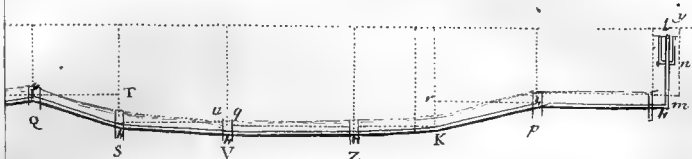


Simonneau Sulp.

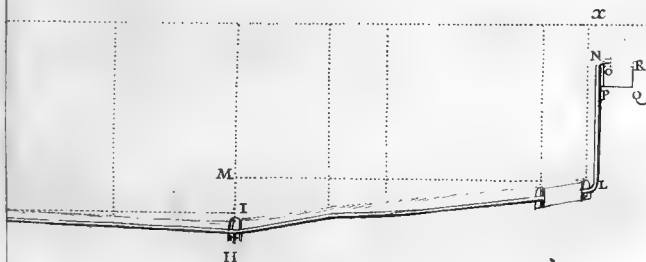




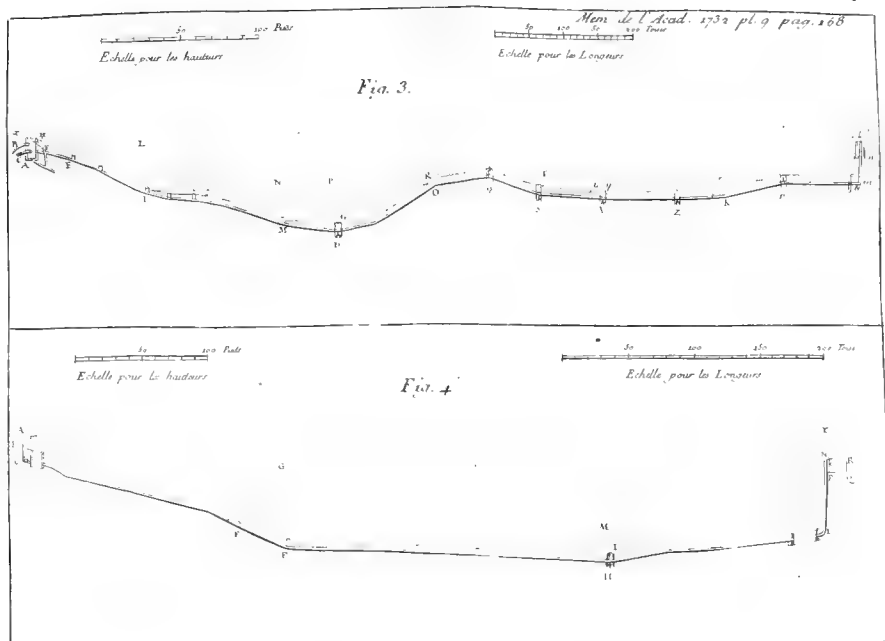
Echelle pour les Longueurs.



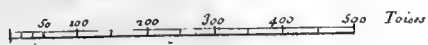
Echelle pour les Longueurs.



Simonneau Sculp.



Samsonneau Souff.



Echelle pour les Longueurs.

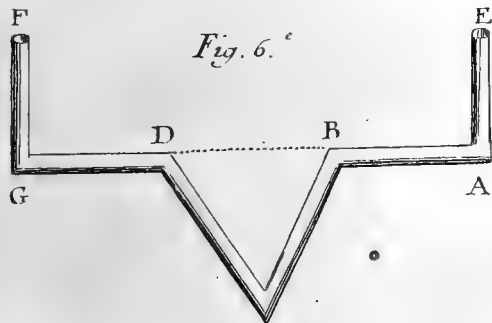
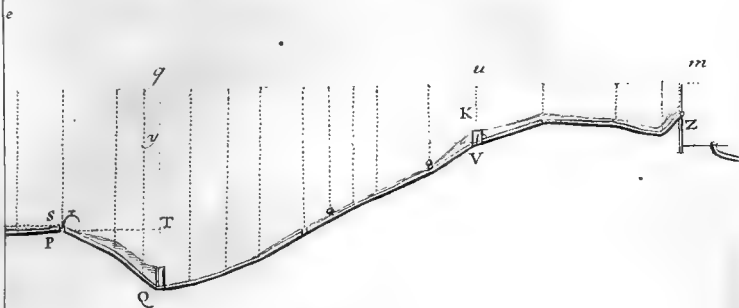


Fig. 6. e

Echelle pour les hauteurs
0 50 100 paces

Mém. de l'Acad. 1732. pl. 10. pag. 168

Echelle pour les Longueurs
0 100 200 300 400 500 Toises

Fig 5'



Fig 7'

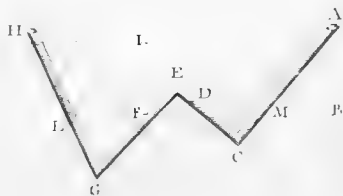
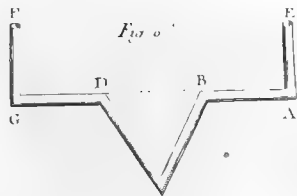


Fig 8'



Remarque

SECONDE MEMOIRE
SUR
LA TEINTURE DES PIERRES.

Par M. DU FAY.

JE donnai à l'Académie en 1728 la manière de faire 23 Avril
1732.
pénétrer dans le Marbre, & dans la plupart des Agathes, plusieurs especes de couleurs, mais il y en avoit quelques-unes qui me manquoient pour le Marbre, & d'autres qui s'employoient avec assés de difficulté, sur-tout lorsqu'on vouloit faire des traits délicats, ou des parties blanches réservées dans des taches colorées. Je remédierai à ces inconvénients dans ce Mémoire, & je donnerai la manière de faire une belle couleur bleüe que je ne faisois jusqu'à présent qu'avec l'essence de thim circulée sur l'esprit volatil de sel ammoniac, ce qui rendoit cette couleur fort chere, & il s'en falloit beaucoup qu'elle ne fût aussi belle que celle que je donne aujourd'hui.

Il m'avoit aussi été impossible de faire prendre aucune couleur sur la Cornaline, & je vais donner le moyen d'y former les desseins les plus délicats, soit en blanc, & conservant le fond rouge, soit en rouge sur un fond blanc ; c'est ce qui fait le second objet de ce Mémoire.

Nous avons dit qu'on se servoit du sang de dragon pour teindre le Marbre en rouge, mais lorsqu'on le veut employer sur de grands morceaux, comme une table, une cheminée, &c. on trouve quelque difficulté à le tenir dissous dans l'esprit de vin, il s'amasse en grumeaux, le pinceau s'empâte, & il devient fort difficile à employer. Pour y remédier, il faut pulvériser le sang de dragon, & le mettre dans un mortier d'agate ou de verre ; on y versera un peu d'esprit de vin, le broyant de temps en temps avec le pilon, & remettant

Mem. 1732.

. Y

de l'esprit de vin à mesure qu'il s'évapore ; de cette manière il s'employe très-facilement avec le pinceau, & on peut faire les traits aussi déliés qu'on le peut desirer. Cette façon est très-bonne pour faire un rouge foncé, tel qu'il se rencontre souvent dans le marbre ; mais si l'on vouloit un rouge beaucoup plus beau, il faudroit mettre dans une cuilliere d'argent un peu de sang de dragon pulvérisé, verser de l'esprit de vin dessus, & poser la cuilliere sur des charbons allumés ; on prendra ensuite avec le pinceau la partie la plus pure de cette dissolution qui s'élève contre les parois de la cuilliere, & on l'appliquera sur le marbre ; on remettra de nouvel esprit de vin à mesure qu'il s'évapore, & on continuëra jusqu'à ce que le sang de dragon ne fournisse plus de teinture, c'est une preuve qu'il ne reste plus que la partie terrestre qui ne sert qu'à rendre la couleur plus obscure.

La gomme gutte s'employe de même avec l'esprit de vin pour le jaune, mais avec plus de facilité, & lorsque l'une & l'autre de ces couleurs sont appliquées sur le marbre froid, on porte la pièce dans un four de boulanger, après que le pain en est ôté, & on l'y laisse jusqu'à ce que les couleurs soient pénétrées, ce qui se connoît par quelque petit morceau de marbre sur lequel on aura mis les mêmes couleurs, & qu'on retirera de temps en temps pour voir en quel état elles sont.

On peut faire avec le sang de dragon un rouge brun, ou une couleur fort approchante du marbre rance, en y mêlant un peu de poix noire, on variera ces deux nuances autant qu'on le voudra, en changeant la proportion de ces deux matières ; la poix seule dissoute dans l'esprit de vin donnera un jaune-brun, ou une couleur de tabac foncée.

Si l'on veut maintenant réserver des traits ou des veines blanches dans ces sortes de couleurs, voici la manière de le faire avec beaucoup de facilité ; on prendra du blanc d'Espagne, ou quelque autre matière terreuse que l'on délayera dans de l'eau avec un peu de gomme, & on en mettra avec le pinceau dans tous les endroits que l'on veut conserver

blancs; cet enduit empêchera la couleur de toucher au marbre, quoiqu'on passe le pinceau par dessus, & les parties couvertes de la sorte demeureront blanches. On peut encore faire la même chose, en collant sur le marbre du papier découpé sur les parties que l'on veut réserver.

On trouvera dans mon premier Mémoire les couleurs qui se doivent employer lorsque le marbre vient d'être tiré du four, & qu'il est encore chaud. Voici maintenant celles qu'il ne faut appliquer que lorsqu'il est entièrement refroidi.

Quoique le sang de dragon ne se dissolve qu'imparfaitement dans l'esprit de vin, & que la plus grande partie reste au fond du vaisseau en espece de pâte, il ne laisse pas de lui donner une couleur rouge assés foncée, cette teinture employée à froid sur le marbre fait un couleur de chair vif & assés beau; si le marbre étoit encore un peu chaud, la couleur en seroit plus foncée, enforte qu'avec le sang de dragon l'on peut avoir toutes les nuances de rouge depuis la plus foncée, en y mêlant, comme nous l'avons dit, un peu de poix, jusqu'à la plus claire, en appliquant sa dissolution sur le marbre absolument froid. Plus on voudra que le rouge ait de vivacité, plus il faudra avoir d'attention à choisir le plus beau sang de dragon; celui de tous qui fait le rouge le plus éclatant est celui qui est en larmes, mais il est difficile d'en trouver, & on se peut servir en sa place de celui des Canaries, qui est beaucoup plus beau que celui que l'on appelle des Isles de S.^t Laurent, & qui est enveloppé dans des feuilles de roseau.

Cette couleur employée de la sorte, ne pénètre pas si avant que lorsque le marbre est chaud, mais il n'y a rien de moins important, car pourvû que l'on puisse poncer le marbre, & le polir parfaitement sans enlever la couleur, il est indifférent qu'elle s'étende plus profondément dans le marbre, d'autant plus qu'il est impossible de former des veines déliées avec une couleur qui pénètre beaucoup, parce qu'elle s'étend également, & abbreuve le marbre en tous sens; c'est ce qui arrive à la couleur bleüe que j'ai cherchée long-temps, & que

je n'aurois peut-être jamais trouvée, si je n'en avois vû entre les mains du S.^r Dropsy, Marbrier, qui avoit fait venir de cette composition d'Angleterre, où cette pratique est connuë de quelques personnes. J'ignore si celle d'Angleterre est la même que quelqu'une de celles que je vais décrire, mais que cela soit ou non, elles y ressemblent fort, & donnent les mêmes couleurs sur le marbre. Voici de quelle manière se fait celle que j'ai trouvée la première.

Je prends six parties d'urine & une de chaux éteinte à l'air, je fais bouillir le tout dans un matras pendant une heure, & je laisse ensuite refroidir la liqueur, & précipiter la chaux, je verse par inclination cette lessive dans un autre vaisseau pour la conserver; je mets dans un matras un peu de cette lessive avec du tournesol en poudre à volonté, on voit assés que la couleur sera plus ou moins foncée suivant la quantité de tournesol; je mets le tout en digestion pendant quelques heures, & si je veux que la couleur tire un peu plus sur le pourpre, je la fais bouillir, en sorte que je puis varier les nuances de cette couleur en mettant plus ou moins de tournesol, & en le faisant bouillir ou digérer plus ou moins long-temps avec le dissolvant.

Je l'ai fait encore d'une autre manière, en faisant dissoudre le tournesol dans de l'esprit volatil d'urine; la nuance change de même suivant la quantité de tournesol & le temps qu'on le laisse en digestion.

Quelque temps après avoir fait ces expériences, j'ai fait la même couleur encore plus belle, & avec plus de facilité, avec l'orseille des Canaries, qui est une matière d'un grand usage dans la teinture; on ne fait simplement que la délayer dans l'eau & la mettre sur le marbre; on rend la couleur plus ou moins foncée, en la laissant plus ou moins de temps sur le marbre, & y en remettant à mesure qu'elle se sèche, la couleur devient très-belle en moins de vingt-quatre heures, & pénètre très-avant. J'ai fait la même chose en dissolvant l'orseille dans une lessive de chaux & d'urine, mais il vaut mieux ne faire que la délayer dans l'eau commune, comme nous

venons de le dire, parce que cela altere moins la qualité du marbre.

Si l'on se sert de l'orseille d'herbe ou des Canaries préparée à l'ordinaire, c'est-à-dire, avec la chaux & l'urine, ou quelques autres ingrédients semblables, la couleur sera plutôt violette que bleuë ; mais pour avoir un vrai bleu, il faut qu'elle soit préparée avec du jus de citron, & il n'y a point à craindre que cet acide endommage le marbre, parce qu'il est entièrement émoussé & absorbé, lorsqu'il a été travaillé avec l'orseille assés long-temps pour la faire venir en couleur.

Pour employer cette couleur, il faut que le marbre soit entièrement froid ; on la met avec le pinceau, mais comme nous venons de remarquer qu'elle s'étend beaucoup, on ne la peut employer qu'à faire de grandes veines qui ne sont pas bien exactement terminées, à moins qu'elles ne touchent immédiatement des parties colorées avec le sang de dragon ou la gomme gutte, auquel cas elle s'arrête. On la contient aussi avec la cire, soit colorée, ainsi que je l'ai dit dans mon premier Mémoire, si l'on veut les veines colorées, soit blanche, si l'on veut que les veines demeurent blanches, ce qui se peut executer avec assés de précision.

Si cette couleur a l'inconvénient de s'étendre plus qu'on ne veut, elle a deux avantages très-considérables ; le premier est qu'elle est d'une grande beauté, & même au dessus de tout ce qui se peut rencontrer naturellement dans le marbre ; l'autre est qu'on peut la passer sur les veines de rouge, de brun & de jaune sans qu'elle les endommage, & qu'ainsi elle est extrêmement facile à employer. Il me semble qu'on pourroit soupçonner cette couleur de n'être pas des plus solides, parce que le tournesol & l'orseille changent fort vite, & pâlissent à l'air ; cependant j'ai vû des morceaux de marbre teints de la sorte depuis plus de deux ans sans qu'ils ayent souffert aucune altération sensible, au lieu que le safran, le roucou, & quelques autres matières dont j'ai parlé dans mon premier Mémoire, perdoient en peu de jours une grande partie de leur couleur ; d'où l'on peut conclure que si cette

teinture n'est pas aussi solide que le rouge & le jaune , elle ne laissera pas de conserver fort long-temps sa beauté & son éclat.

Je dois néanmoins faire encore une observation, c'est que cette couleur qui pénètre extraordinairement le marbre, & quelquefois de plus d'un pouce, le rend un peu plus tendre & plus friable qu'il n'étoit auparavant, lorsqu'on se sert de la lessive de chaux & d'urine. Cet inconvénient ne mérite aucune attention, lorsqu'on ne veut faire que des taches ou quelques veines bleuës; mais si l'on vouloit teindre toute une table de cette couleur, & la rendre extrêmement foncée, en y remettant plusieurs couches, il seroit à craindre qu'on ne la rendit par-là plus facile à rompre en la chargeant, car il m'a semblé que le marbre que j'avois extrêmement pénétré de cette teinture, se cassoit plus facilement qu'auparavant: mais il n'en peut jamais rien arriver de mal dans des pièces solides comme des cheminées, ou lorsqu'on ne voudra pas les teindre entièrement de cette couleur, ou lorsqu'on n'emploiera que l'orseille simplement dissoute avec l'eau commune.

J'ai remarqué aussi qu'après avoir retiré du four des pièces de marbre un peu grandes, & fort minces, elles se courboient, ou se voiloient un tant soit peu, si l'on les laissoit refroidir posées contre une muraille, comme on a coutume de les placer, à moins qu'on n'eût l'attention de les mettre absolument de champ, c'est-à-dire, de leur donner très-peu de pied; cela n'est point arrivé à des tables ordinaires, de quelque grandeur qu'elles fussent, mais il est toujours bon d'avertir que cela peut quelquefois arriver lorsque les pièces sont très-minces, & que par conséquent il y faut faire attention.

Je ne crois pas qu'il reste rien à désirer sur cette matière, si ce n'est le noir parfait auquel je ne vois pas d'apparence qu'on puisse jamais parvenir, par les raisons que j'ai dites en 1728. A l'égard de toutes les autres couleurs, nous les avons maintenant, & si je ne suis pas entré dans le détail des nuances qui résultent de ces couleurs principales ou matrices, c'est que l'usage l'apprendra en très-peu de temps à

ceux qui voudront se donner la peine d'y travailler. D'ailleurs l'effet n'est pas toujours précisément le même, il peut varier suivant la dureté du marbre, la grosseur ou la finesse de son grain, les veines qui s'y peuvent rencontrer, enfin diverses autres circonstances qu'il est impossible d'examiner séparément, & qui jetteroient dans un détail très-inutile, puisqu'il importe fort peu de donner exactement une nuance plutôt qu'une autre qui en seroit fort approchante, à moins qu'on n'entreprît de faire des fleurs, des animaux, ou d'autres ornemens, ce qui seroit bien plus difficile encore par le dessein que par les couleurs, à cause que la plupart s'étendent beaucoup, & se terminent trop confusément pour pouvoir en former un dessein dont la délicatesse puisse être comparée aux ouvrages de marbres de rapport; ainsi cela ne pourroit leur ressembler qu'imparfaitement; au lieu qu'en ne faisant que des veines, ou des taches semées au hazard, on imitera aussi exactement que l'on le voudra les marbres les plus précieux & les plus rares. Ceci n'étant qu'une suite de mon premier Mémoire, je dois y renvoyer pour plusieurs circonstances que j'obtiens actuellement, & qui y sont amplement détaillées. Voici maintenant ce que j'ai promis à l'égard des Cornalines; je l'avois cherché fort inutilement, lorsque je travaillois sur la teinture des Pierres fines, & le hazard me l'a fait trouver au moment que j'y pensois le moins.

Il m'est tombé plusieurs fois entre les mains des Cornalines sur lesquelles il y avoit un mot ou quelques lettres d'une écriture blanche, & qui ressembloit à de l'Émail; j'en ai même vu une faite depuis très-peu de temps par le S.^r Barrier, l'un des plus habiles ouvriers que nous ayons pour la gravure des Pierres, sur laquelle étoit un petit chariot avec trois figures, le tout blanc sur un fond rouge. Cela me parut être la même sorte d'ouvrage, & j'imaginai que cela pouvoit être fait de la même façon que l'on émaille les Grenats Syriens; ce qui se pratique très-communément, sur-tout en Allemagne. La manière dont on les travaille est fort simple; on les grave, on remplit d'émail pulvérisé la gravure, & ayant fait fondre

à l'ordinaire l'émail sous une moufle, on repolit la pierre, ce qui ne lui laisse aucun relief, & l'émail paroît ne plus faire qu'un même corps avec la pierre. Je crûs qu'on pouvoit peut-être s'y être pris de la même manière pour ces sortes de Cornalines, & je résolus de l'essayer. Je pris une Cornaline gravée, j'emplis d'émail blanc pulvérisé le creux de la gravure, & ayant posé la pierre sur une longue lame de fer, je la mis sous une moufle bien échauffée, & j'eus l'attention de ne l'approcher du lieu de la plus grande chaleur que peu à peu, afin que s'échauffant insensiblement, elle fût moins en risque de se casser; je la laissai trois ou quatre minutes en cet état, & voyant que la plaque de fer commençoit à rougir, je la retirai vers l'entrée de la moufle pour voir si la Cornaline avoit pû soutenir ce degré de chaleur sans se casser, ou perdre sa couleur, je n'y trouvai point de changement sensible; je la replaçai donc, & l'y ayant laissée un peu plus long-temps, j'entendis quelque petillement qui me fit juger que la pierre ne pouvoit pas soutenir un plus grand degré de chaleur, je la retirai, & la laissai refroidir à l'entrée du fourneau pour ne la pas exposer subitement à l'air froid, je trouvai que mon émail n'étoit point du tout fondu, & l'ayant jetté pour voir quel changement il étoit arrivé à la pierre, je trouvai le fond de la gravure blanc, quoique le champ de la pierre fût demeuré rouge, je crûs que c'étoient les parties les plus fixes de la poudre d'émail qui y étoient demeurées attachées, j'en fis une empreinte avec la cire molle pour enlever cette poudre, mais c'étoit la pierre même qui étoit blanchie dans les endroits où l'émail avoit touché.

Je fus extrêmement surpris de voir que cet émail, sans être fondu, eût pû communiquer sa couleur à la pierre. J'essayai de faire la même chose sur une Cornaline qui n'étoit point gravée; je posai dessus, de l'émail en poudre suivant un dessein grossier, & je la mis sous la moufle de même que la première; je la retirai au bout de quelques minutes, avant qu'elle fût parvenue à ce degré de chaleur qui avoit occasionné quelques fêlures dans la première, & je trouvai que la partie qui avoit
été

été couverte d'émail étoit devenuë blanche, le reste étant demeuré rouge. Je vis bien que ce ne pouvoit pas être un effet de la couleur de l'émail, la chaleur ayant été trop peu considérable pour qu'il s'en fût rien détaché qui eût pû pénétrer la pierre. Je jugeai donc que l'émail n'avoit fait en cette occasion que ce qu'auroit fait toute autre matière terreuse que l'on eût appliquée sur la pierre, & qu'il avoit seulement occasionné plus de chaleur dans les endroits qui en avoient été couverts, que le reste de la pierre n'en avoit éprouvé par l'air échauffé de l'intérieur de la moufle.

Je travaillai en conséquence de ce raisonnement, & ayant délayé du blanc d'Espagne avec un peu d'eau gommée, j'en formai des desseins sur une Cornaline, je la plaçai sous la moufle à l'ordinaire, & l'ayant retirée au bout de quelques minutes, je trouvai que tous les endroits qui avoient été couverts étoient blancs, & qu'ainsi je ne m'étois pas trompé dans ma conjecture. J'essayai diverses autres matières terreuses qui me réussirent également bien. Je ne songeai plus alors qu'à en trouver quelqu'une qui s'employât avec plus de facilité que les autres, & avec laquelle on pût faire des traits aussi délicats qu'on le pouvoit desirer. Le colcothar ou vitriol calciné fut ce qui me réussit le mieux, il s'emploie avec la dernière facilité, & on peut former les traits aussi délicats qu'on le juge à propos; il ne faut pas pour cet effet prendre le colchotar ordinaire, parce qu'il est calciné inégalement, & qu'il se forme quelquefois des grumeaux, mais il faut calciner de la couperose verte dans un grand creusët large, & remuer sans cesse avec une verge de fer, ou spatule, afin qu'il prenne par-tout une couleur rouge uniforme, & il faut cesser la calcination avant qu'il noircisse. Pour l'avoir encore plus net & plus fin, on le délayera avec de l'eau, & l'ayant un peu agité, on le versera par inclination, ensorte qu'il ne passera avec l'eau que les parties les plus déliées; on laissera ensuite reposer cette eau, & la versant de nouveau par inclination, ou la filtrant, on trouvera au fond le vitriol calciné en

poudre impalpable, on le fera sécher, & pour s'en servir on le délayera dans une coquille avec un peu d'eau gommée.

Lorsque je m'étois servi de matières plus difficiles à employer, le trait étoit souvent plus épais en des endroits qu'en d'autres, parce que la matière ne coulant pas facilement, il étoit presque impossible de la rendre par tout de même hauteur; je remarquai que ces endroits où il s'étoit trouvé plus de matière, étoient, après avoir été retirés de dessous la moufle, d'un blanc plus mat que les autres; cela me fit venir l'idée d'un travail plus recherché, dans lequel je reconnus qu'un habile ouvrier pourroit réussir parfaitement. Je dessinai avec le colcothar une tête sur une Cornaline, & je couvris tout le dedans ou l'intérieur du trait d'une couche de cette même matière, la plus égale que je pûs, je la laissai sécher, & je traçai ensuite l'œil, la narine, la bouche, & les plis d'un voile dont elle étoit coëffée, avec la même matière, enforte que ces parties en étoient plus chargées que le reste, je trouvai même ce travail beaucoup plus facile que je ne l'aurois crû. Je la laissai sécher, & la plaçai sous la moufle; l'événement fut tel que je l'avois prévu, les parties qui avoient été plus chargées de matière, se trouverent d'un blanc plus mat que le reste, enforte qu'il ne faut qu'une main habile pour faire un ouvrage de cette nature aussi parfait qu'on le peut désirer.

J'ai fait la contre-partie de ce même travail, qui m'a également bien réussi, c'est-à-dire, que j'ai couvert de colcothar tout le champ de la Cornaline, & qu'avec la pointe d'une aiguille je l'ai enlevé, suivant un dessein qui est demeuré rouge, tandis que le champ est devenu blanc à l'ordinaire. Les ouvrages faits de cette manière, peuvent être encore beaucoup plus délicats que les autres; car quelque fin que soit le trait que l'on peut faire avec le pinceau, ceux que l'on fait avec la pointe d'une aiguille le sont encore plus, & quelque déliés qu'ils soient, ils se distinguent parfaitement, & demeurent rouges sur un fond blanc. Il est vrai qu'on ne peut pas

varier les nuances de ce rouge comme nous venons de voir qu'on le peut faire, lorsque le champ demeure rouge, & que les desseins sont blancs; mais il peut bien se faire que l'on porte dans la suite cet ouvrage à un plus haut degré de perfection, par plusieurs découvertes que l'usage ne sçauoit manquer de faire naître; ainsi je me contenterai d'avoir indiqué la voye qu'il faut suivre pour y parvenir. Il nous reste maintenant à parler du choix des pierres qui peuvent être employées à cette sorte de travail.

Toutes les Cornalines n'y sont pas également propres; celles qui ont des veines inégalement foncées ne sçauoient réussir, parce que les veines les plus colorées blanchissent plus promptement que les autres, & par conséquent rendent le dessein défectueux. Les pierres d'un rouge pâle ne sont pas bien encore, parce qu'elles perdent une partie de leur couleur, étant chauffées; ainsi il n'y a que les Cornalines d'un rouge foncé & égal qui soient propres à ce travail; ce sont celles que l'on nomme communément *Cornalines de vieille roche*, elles soutiennent la chaleur sans se casser, & blanchissent fort également dans les endroits qui sont couverts de l'enduit terreux. J'ai cependant vû quelquefois des Cornalines communes réussir assez bien, mais ce n'a été qu'après en avoir essayé un grand nombre, dont la plupart se cassent, & les autres blanchissent inégalement, au lieu que celles de vieille roche ne sont sujettes à aucun de ces inconvénients.

On jugera aisément que je ne m'en suis pas tenu à la seule Cornaline pour faire ces sortes d'épreuves, je l'ai essayé sur l'Agathe blanche ou Calcedoine, sur la Sardoine, sur l'Agathe noire, sans aucun succès. La Calcedoine blanchit à une très-petite chaleur, mais également par-tout, tant ce qui est couvert de l'enduit, que ce qui ne l'est point, il n'y a que les veines qui s'y rencontrent, qui, quoiqu'imperceptibles dans l'état naturel, y causent quelque inégalité de couleur. L'Agathe noire souffre la plus vive chaleur sans changer de couleur.

La Cornaline blanche, qui est une pierre fort dure,

transparente & laiteuse, devient assés promptement d'un blanc opaque, elle soutient long-temps la chaleur sans se casser. J'ai voulu essayer quel effet seroit dans ces circonstances la dissolution d'argent, & j'en ai formé des traits sur la pierre; ils sont devenus jaunes par la calcination. La même liqueur a fait des taches brunes sur la Cornaline, en sorte qu'on s'en pourroit servir pour marquer des ombres dans l'ouvrage dont nous avons parlé; mais cela seroit d'une execution difficile, parce que cette couleur s'étend un peu, & qu'on n'en peut pas former des traits à beaucoup près aussi déliés que ceux que l'on peut faire avec le colchotar.

Les autres Agathes, Jaspes ou pierres dures que j'ai essayées, n'ont pris aucune couleur, ou l'ont prise également par-tout, en sorte que celles dont je viens de parler, sont les seules dont on se puisse servir pour cette sorte de travail.

Je n'ai pas crû qu'il fût nécessaire de pousser plus loin cette découverte; premièrement, parce que cet objet n'est qu'une simple curiosité, qui n'aura plus aucun mérite dès qu'elle sera connue. Secondement, il auroit fallu un grand nombre d'expériences pour porter ce travail à sa perfection, & le premier ouvrier qui voudra s'en donner la peine, y parviendra peut-être avec plus de facilité que moi. Enfin j'en ai dit assés pour détromper, ou du moins pour jeter dans le soupçon ceux qui n'ayant aucune connoissance de cette pratique, pourroient prendre pour naturels des accidents qu'il est très-facile de former sur la plupart des pierres dures, comme on le voit, tant dans mon premier Mémoire que dans celui-ci.

A l'égard de la teinture des Marbres, l'objet en est plus important; il se trouve souvent des taches blanches difformes dans les Marbres les plus précieux, on peut colorer ces taches dans le goût du reste du Marbre, & remédier par-là à un inconvénient très-ordinaire, & très-désagréable.

On peut aussi avec le Marbre blanc imiter dans la dernière perfection les Marbres les plus rares. On m'objectera que le Marbre blanc lui-même n'est pas commun, & qu'ainsi ces

sortes de marbres seront toujours chers ; mais si le marbre d'un blanc parfait, sans veines & sans taches est rare, il n'en est pas de même de celui qui est d'un blanc sale, taché de jaune, ou qui a quelque autre défaut, il ne s'en rencontre que trop souvent, & on ne sçait à quel usage employer cette sorte de marbre : nous avons maintenant le moyen de nous servir de ces marbres défectueux, qui sont encore plus propres à être colorés que ceux qui seroient d'un blanc parfait, parce que les veines ou les taches qui s'y rencontrent naturellement font de nouveaux accidents qui peuvent déterminer la façon de placer les couleurs, & qui causent dans les nuances une variété qui ne peut être qu'agréable, & contribuer à une imitation plus parfaite du marbre coloré naturellement.



DESCRIPTION ET USAGE
D'UN METROMETRE,
OU
MACHINE

Pour battre les Mesures & les Temps de toutes sortes d'Airs.

Par M. D'ONZEMBAY.

23 Avril
1732.

QUOIQUE la Musique soit fort ancienne, & que chaque Air ait toujours renfermé en soi une quantité de mesures, & que chaque mesure ait été subdivisée en une quantité de parties égales, il seroit impossible de déterminer aujourd'hui le goût des Anciens d'avec celui des Modernes, faute de pouvoir être certain du temps qu'ils employoient pour chaque mesure. Il est cependant hors de doute que chaque compositeur a toujours eu grande attention à faire exécuter sa musique plus ou moins vivement, suivant le goût qu'il a eu; mais il n'a pû le transmettre à la postérité, n'ayant pas imaginé une machine avec laquelle on pût constater la juste durée des Mesures & des Temps des Airs de Musique. C'est ce qu'on peut faire aisément par les vibrations du Pendule; car comme on peut augmenter ou diminuer la durée de chaque vibration en allongeant ou raccourcissant le Pendule; on peut connoître quelle longueur il faut lui donner, pour que chaque vibration batte juste la mesure d'un air proposé, ou que chaque vibration batte les temps de ce même air. Alors tous les Musiciens connoîtront la durée des Mesures & des Temps des Airs, elles ne seront plus altérées, & se conserveront à l'avenir. Ce moyen de diviser le temps en parties égales par un Pendule mis en mouvement, a été découvert par Galilée, & on a trouvé depuis qu'un Pendule de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, faisant 3 600 vibrations en une heure,

battoit la seconde, & on s'en sert utilement pour les Pendules.

Le S.^r Loulier, qui étoit de la Musique de Mademoiselle de Guise, & qui a imaginé la manière de régler le papier de Musique avec des Pattes, a crû pouvoir profiter de cette découverte pour constater la durée de la mesure de toutes sortes d'Airs. Il est à présumer que s'il eût vécu plus long-temps, il auroit tâché de corriger les défauts de la Machine que j'ai eüe à son inventaire.

Perfuadé de l'utilité qu'on en peut retirer, j'ai cherché non seulement à la perfectionner, mais aussi à en rendre l'usage plus étendu, & par conséquent plus utile; c'est ce que je me propose de faire dans ce Mémoire. Nous le diviserons en trois Parties.

Dans la première, nous donnerons la description du Métrometre & de ses usages pour donner très-aisément telle longueur que l'on voudra au Pendule, afin que ses vibrations soient de la valeur des mesures ou des temps de ces mêmes mesures, telle qu'on voudra la déterminer.

Dans la seconde Partie, nous donnerons les regles pour trouver les justes longueurs qu'il faut donner au Pendule, afin que les vibrations soient de telle durée qu'on voudra, & nous y joindrons une Table de toutes les longueurs du Pendule, en pieds, pouces, lignes & points, pour les différentes durées des vibrations de demi-tierce en demi-tierce jusqu'à 180 demi-tierces, ou une seconde & demie.

Enfin dans la 3.^{me} Partie, nous donnerons les durées en demi-tierces des mesures, & même des temps des Airs caractérisés de M. Lulli, & d'autres fameux Musiciens, qui guideront les Compositeurs modernes, & ils connoîtront les avantages de notre Métrometre par l'application que nous en ferons.

PREMIERE PARTIE.

Description du Métrometre.

Comme il est juste de rendre aux premiers Inventeurs toute la justice qui leur est dûë, nous commencerons par la description de la Machine du S.^r Loulier.

AB est un montant vertical de près de 6 pieds $\frac{1}{2}$ de longueur, percé de 72 trous de ponce en ponce en 5 pieds de longueur.

F est une traverse de fer attachée au montant *AB*, laquelle est percée de deux trous *D, E*, par où passe la corde *C*, à un bout de laquelle est une boule *G*, & à l'autre bout est une cheville *H* que l'on met dans un des trous du montant. Il est aisé de voir qu'en changeant la cheville *H* de trou, on allonge ou on raccourcit le Pendule, ce qui retarde ou accélère les vibrations.

L'on ne peut se servir de cette Machine pour la Musique, par les défauts qui s'y trouvent.

1.^o Les trous étant percés à distances égales, la durée des vibrations ne donne pas une valeur connue en partie de seconde ou en tierces.

2.^o Quand même on auroit remédié au défaut ci-dessus, on ne peut que bien difficilement juger à la vûe du commencement & de la fin de chaque vibration, qu'il est important d'avoir avec précision.

3.^o Le Musicien ne pourroit jouer que par cœur sa Musique, puisqu'il est obligé d'avoir les yeux continuellement sur la Machine.

Le Métrometre dont je vais donner la description, remédie à tous ces inconvénients, puisque les vibrations ont la durée précise d'autant de tierces & de demi-tierces que l'on souhaite.

Que l'oreille est avertie du commencement & de la fin de chaque vibration.

Et que le Musicien a la vûe libre pour regarder sa Musique, sans être préoccupé du mouvement d'un poids au bout d'une corde.

Description de notre Métrometre.

Les deux montants verticaux *A, B*, & *C, D*, ont chacun environ 5 pieds de hauteur; ils sont soutenus par quatre vis pour les mettre aisément perpendiculaires à l'horison.

Sur

Sur ces deux montants est une Pendule *E*, dont les battements du rocher se font entendre distinctement, ainsi on connoît par l'oreille le commencement & la fin de chaque vibration.

La lentille *P* du Pendule est attachée à un ruban *P, H*, large de 5 à 6 lignes, lequel lui sert de verge; ce ruban s'enveloppe autour de la bobine *H*, dont l'axe porte une autre bobine *G* de pareil diametre, sur laquelle s'enveloppe un pareil ruban *G, I*, mais en sens contraire du premier; enforte que quand on développe ou qu'on tire le ruban *GI*, le ruban *P, H*, s'enveloppe, ce qui diminuë la longueur du Pendule; si au contraire on vient à lâcher le bout *I*, le ruban *I, G*, s'enveloppant, fait développer le ruban *P, H*, ce qui allonge le Pendule; ainsi on peut par ce moyen allonger ou raccourcir le Pendule à volonté, promptement & sans qu'il s'arrête; & pour cet effet le bout *I* du ruban tient à un index *L* qui se fixe aisément le long du montant *C, D*, par le moyen de deux pointes poussées par un double ressort dans les trous qui sont le long de ce montant, & qui sont faits pour allonger ou raccourcir le Pendule par demi-tierces; l'on a fait des trous pour marquer 76 demi-tierces, sçavoir depuis 30 jusqu'à 68 tierces. Je crois qu'il est nécessaire de décrire la manière dont nous nous y sommes pris pour marquer l'endroit de chaque trou sur le montant *C, D*, ce qui servira de réponse aux objections qu'on ne manqueroit pas de nous faire.

Pour donner au Pendule *H. P.* les longueurs différentes pour toutes les durées des vibrations de demi-tierces en demi-tierces, nous nous sommes servis d'un compas à verge, auquel nous avons donné successivement toutes les longueurs marquées dans la Table suivante; ces longueurs doivent être prises depuis le centre du mouvement du Pendule, ou du point d'intersection, jusqu'à son centre d'oscillation; or à cause de la petite verge de cuivre *M* qui conduit le ruban au bout duquel est la lentille, le centre d'oscillation n'est pas précisément le même que le milieu ou le centre de gravité de la lentille,

& il n'est presque pas possible de le déterminer autrement que par expérience.

Pour donc trouver le centre d'oscillation, & le marquer sur la lentille, nous avons comparé les vibrations de notre Pendule *P, H*, aux vibrations d'une Pendule à secondes bien réglée, en allongeant ou raccourcissant le Pendule *P, H*, jusqu'à ce qu'enfin les vibrations ont été d'une seconde juste, ou parfaitement d'accord avec celles de la Pendule à secondes, après quoi nous avons pris avec le compas à verge une longueur de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, qui est celle du Pendule à secondes, & une des pointes du compas ayant été mise au centre du mouvement de vibration, l'autre pointe a marqué sur la lentille le centre d'oscillation du Pendule.

Ce centre s'est trouvé de 3 lignes au dessus du centre de gravité de la lentille.

Mais il y a plus ; les mêmes causes qui rendent le centre d'oscillation différent de celui de gravité de la lentille, doivent rendre ce même centre d'oscillation variable suivant qu'on allonge ou qu'on raccourcit le Pendule.

Pour connoître cette variété, nous avons raccourci le Pendule pour lui faire battre la demi-seconde, en comparant ses vibrations à la même Pendule ; & après des expériences répétées pendant plusieurs jours, quand nous avons été assurés que les vibrations étoient d'une demi-seconde juste, nous avons pris avec le compas à verge une longueur de 9 pouces 2 lign. 1 point $\frac{1}{2}$, qui est celle du Pendule à demi-secondes, & cette longueur nous a donné sur la lentille le centre d'oscillation de la demi-seconde à 2 lignes 11 points $\frac{1}{2}$ au dessous du centre d'oscillation du Pendule à secondes ; ainsi on peut prendre sans erreur sensible la différence entre ces deux centres de 3 lignes. Donc à mesure qu'on raccourcit le Pendule, on fait descendre sur la lentille le centre d'oscillation ; & au contraire, à mesure qu'on allonge le Pendule, on fait monter ce même centre.

Cette différence de 3 lignes entre la seconde & la demi-

seconde répondant à 30 tierces, donne 1 point $\frac{1}{5}$ pour chaque tierce ; & comme nous nous sommes fixés à prendre toutes les longueurs du Pendule de tierce en tierce depuis le centre de mouvement de vibration jusqu'au centre d'oscillation de la seconde, nous avons retranché des longueurs données par la Table suivante, 1 point $\frac{1}{5}$ pour chaque tierce depuis 60 jusqu'à 30 ; par exemple, pour la vibration de 50 tierces nous avons retranché dix fois 1 point $\frac{1}{5}$, ce qui fait une ligne. Il est aisé de voir qu'il a fallu faire le contraire pour les vibrations au dessus de 60 tierces, c'est-à-dire, que pour la vibration de 68 tierces il a fallu ajouter huit fois 1 point $\frac{1}{5}$, ou 9 points $\frac{3}{5}$.

Il est bon d'observer encore qu'ayant pris, comme nous avons fait, toutes les longueurs différentes du Pendule de demi-tierce en demi-tierce sur le Pendule même avec un compas à verge, & les pointes de l'index ayant marqué en même temps l'endroit des divisions ou des trous sur le montant *A, B*, nous avons évité par ce moyen les irrégularités que les développements des rubans sur les deux bobines auroient pu causer ; car il est certain que les rubans s'enveloppant ou se développant sur des cylindres dont les diamètres augmentent ou diminuent à mesure qu'on allonge ou qu'on raccourcit le Pendule, les intervalles entre les divisions ou les trous du montant, ne sont pas semblables aux distances entre les différentes longueurs du Pendule.

SECONDE PARTIE.

Des longueurs qu'on doit donner au Pendule pour que les Vibrations soient d'un nombre de tierces donné.

Tout le monde sçait qu'une heure se divise en 60 minutes, 1 minute en 60 secondes, & 1 seconde en 60 tierces ou 120 demi-tierces ; cela nous donnera une division suffisamment petite pour ce que nous proposons.

On sçait aussi que la longueur que doit avoir un Pendule,

A a ij

pour que chaque vibration soit d'une seconde ou de 60 tierces, doit être de 3 pieds 8 lignes & demi.

Pour connoître les différentes longueurs qu'on doit donner au Pendule, pour que la durée de ses vibrations soit d'un nombre de tierces donné, il faut se souvenir d'un principe reçu de tous les Mathématiciens, qui est, que deux Pendules étant de différente longueur, le nombre des vibrations de ces deux Pendules dans un temps donné est en raison réciproque des racines quarrées de leur longueur, ou que les durées des vibrations de ces deux Pendules sont entre elles comme les racines quarrées des longueurs des Pendules.

De ce principe il est aisé de déduire la règle suivante pour calculer la longueur d'un Pendule, afin que la durée de chaque vibration soit d'un nombre de tierces donné.

Multipliés la longueur du Pendule ordinaire de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ ou de 5286 points par le quarré du nombre des tierces donné, & divisés le produit par 3600, qui est le quarré de 60 tierces ou d'une seconde, le quotient sera la longueur du Pendule qu'on cherche.

E X E M P L E.

Si on veut avoir la longueur d'un Pendule, dont chaque vibration soit de 50 tierces, il faut multiplier les 5286 points de la longueur du Pendule à secondes par 2500, quarré de 50^{'''}; le produit 13215000 étant divisé par 3600, donne 3670 points $\frac{5}{6}$, lesquels étant réduits en lignes, pouces & pieds, donnent 2 pieds 1 pouce 5 lign. 10 points $\frac{5}{6}$.

A U T R E E X E M P L E.

Pour avoir un Pendule dont chaque vibration soit de 100^{'''}, multipliés 5286 par 10000, quarré de 100; divisés le produit 52860000 par 3600, le quotient 14683 réduit en pieds, pouces, lignes & points, vous donnera 8 pieds 5 pouces 11 lignes 7 points $\frac{1}{3}$ pour la longueur du Pendule qu'on cherche, & dont la durée de chaque vibration sera de 100^{'''}.

C'est par cette regle que nous avons dressé la Table qui est à la fin de ce Mémoire, qui est même plus étendue qu'il ne faut pour les longueurs du Pendule, dont on peut avoir besoin pour la Musique.

La démonstration de cette regle est très-aisée à déduire du principe ; car les durées des vibrations étant en même raison que les racines quarrées des longueurs des Pendules, il s'ensuit que les longueurs des Pendules sont comme les quarrés des temps ou les quarrés du nombre des tierces de chaque vibration : or lorsque le temps d'une vibration est d'une seconde ou de $60''$, la longueur du Pendule est de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, ou de 5286 points. Donc la durée en tierces d'une vibration étant donnée, on trouvera la longueur du Pendule par la regle de proportion suivante, en disant

Comme le quarré d'une seconde ou de $60''$, qui est de 3600, est à la longueur du Pendule à secondes de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, ou de 5286 points, ainsi le quarré du nombre des tierces de la vibration donnée sera à la longueur du Pendule qu'on cherche ; il faut donc multiplier, comme nous avons fait dans les Exemples précédents, le quarré du nombre des tierces de la vibration donnée par 5286, & diviser le produit par 3600, le quotient sera le nombre des points de la longueur du Pendule qu'on cherche, & qu'on réduira en pieds, pouces & lignes.

Nous avons mis dans la Table le nombre des vibrations par heure de chaque Pendule par rapport au nombre des tierces de leurs vibrations. Voici la méthode que nous avons suivie, & qui est fort simple.

Une heure contient 60', chaque minute contient 60'', donc une heure contient 3600'', une seconde contient 60''', donc en multipliant 3600 par 60, on aura 216000 pour le nombre des tierces d'une heure ; ainsi si l'on pouvoit faire un Pendule dont les vibrations fussent d'une tierce seulement, ce Pendule feroit 216000 vibrations par heure ; mais si la durée des vibrations est de deux tierces, il est visible que le nombre de ces vibrations ne sera que la moitié de 216000 ;

190 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
si la durée est de 3''', le nombre par heure ne sera que le tiers de 216000; ainsi nous pouvons dire que, pour avoir le nombre des vibrations par heure, la durée de chaque vibration étant donnée en tierces, il faut diviser 216000 par le nombre des tierces qui est employé pour chaque vibration.

E X E M P L E.

Trouver le nombre des vibrations dans une heure d'un Pendule dont les vibrations sont de 100'''.

Ayant divisé 216000 par 100, on aura au quotient 2160 pour le nombre des vibrations dans une heure; mais ceci seroit plutôt utile à l'Horlogerie qu'à notre sujet.

TROISIEME PARTIE.

De la durée des Mesures & des Temps des Aires.

Il est très-important, comme nous avons dit, de constater & de fixer la durée des mesures & des temps des différents Aires de Musique; c'est un soin que les Musiciens, & sur-tout ceux qui composent des Aires, doivent se donner; car ils rendront par ce moyen la durée des mesures & des temps des Aires de leur composition invariable, & conserveront par-là leur beauté & leurs agréments.

Pour rendre l'usage de notre Métrometre plus commode, nous conseillons de ne pas diviser au de-là d'une seconde l'intervalle qu'on pourra faire parcourir au Pendule, soit en l'allongeant, soit en le raccourcissant, parce que si la durée d'une mesure étoit plus grande qu'une seconde, ou que 60''', on la partagera en 2, 3, ou 4 temps, dont chaque temps contient une certaine quantité de tierces ou demi-tierces, que l'on trouve en faisant couler l'index du Métrometre jusqu'au chiffre qui marque le nombre de tierces employées pour chaque vibration, & qui exprime chaque temps.

Nous mettons ci-après un nombre d'Aires des plus caractérisés réduits, qui serviront d'exemples.

Cette Machine est si simple, que ceux qui ne voudront pas

en avoir une exprès, pourront se servir de toute Pendule à contrepoids, sans craindre de la gâter, puisque pour en former un Métrometre, il suffit d'avoir attaché au haut de sa Pendule l'axe qui porte les deux bobines, sur lesquelles restent roulés en sens contraire les deux rubans, dont l'un servira avec une lentille au bout à la place de la verge du Pendule qu'on décrochera, pendant que le bout de l'autre ruban où il y aura une cheville, sera arrêté à volonté sur le côté de la boîte de la Pendule dans un des trous, dont les distances auront été divisées par la méthode expliquée dans ce Mémoire.

Outre tous les usages & les utilités de notre Métrometre, dont nous avons parlé, nous observerons encore que rien ne peut être plus propre pour former l'oreille des jeunes personnes qui apprennent la Musique & à chanter, puisqu'ils s'accoutumeront aisément à battre la mesure avec précision, & suivant le goût du Maître ou du Compositeur.

Nous avons fait quatre colonnes à côté des Airs que nous indiquons dans la page suivante.

La première colonne marque les mesures telles que les compositeurs les ont données au public.

La seconde marque la mesure telle que nous la considérons.

La troisième marque le nombre de tierces que la durée de chaque mesure contient.

Et la quatrième colonne marque la quantité de tierces qu'il faut pour chaque temps de la mesure, supposé qu'on veuille les faire battre au Métrometre, ou que la mesure durant plus de 68"', on soit obligé d'y avoir recours ; ce qui se fera promptement, en faisant couler l'index *L*, comme nous venons de dire, sur le chiffre qui exprime le nombre de tierces dont chaque temps est composé.

Durée des Mesures & des Temps de plusieurs Airs caractérisés.

NOMS DES AUTEURS.		Temps tels qu'ils font marqués dans les Livres.	Temps tels que nous les consi- dérons.	Durées des Mesures.	Durées des Temps & des chiffres où il faut fixer l'index.
M. Lulli.	Bourée de Phaëton 2 2 ..	64'''	32'''
	La Mariée des Fêtes de Bacchus & de l'Amour 2 2 ..	68	34
	Le Printemps de Phaëton 2 2 ..	68	
	Gavotte de Roland 2 2 ..	74	37
	Les Démon de Psiché 2 2 ..	90	45
	1. ^{er} Air des Songes funestes d'Atis.	.. 2 2 ..	126	63
	2. ^d Air des Songes funestes d'Atis.	.. 3 2 2 ..	64	32
	Les Démon du 4. ^{me} acte de Pro- serpine 6 4 2 ..	60	30
	Passacaille de Persée 3 3 ..	114	38
	Les Démon d'Alceste à 4 temps.	.. 2 2 ..	96	48
	Les Divinités de la terre de Persée.	.. 6 4 2 ..	73	36 $\frac{1}{2}$
	La Chaconne des Arlequins des Fêtes de Bacchus & de l'Amour.	.. 3 3 ..	68	
		.. 6 4 2 ..	64	32
		.. 6 4 2 ..	64	32
M. Colasse.	Loure de Thetis & Pelée 4 2 ..	64	32
	L'ouverture de Thetis & Pelée.	.. 2 2 ..	112	56
	Le Commencement 2 2 ..	112	56
	Et la Reprise 6 4 2 ..	90	45
M. Campra.	Passépied de l'Europe galante 3 8 3 ..	36	
	Rigaudon de l'Europe galante 2 2 ..	62	31
	Menuet de l'Europe galante 2 3 ..	51	
M. des Touches.	Sarabande d'Issé 3 2 3 ..	147	49
	Bourée d'Omphale 2 2 ..	60	30
	Menuet de Marthesie 3 3 ..	51	
M. Mato.	Courante 3 3 ..	132	44

Nous devons avertir, en finissant, que ceux qui voudront constater les Airs de leur composition, doivent le marquer au commencement de chaque Air de la manière suivante; ce qui est dans le goût de ce que nous a donné le S.^r Lafflard.

30'''	30'''	30'''	(30''')
est une Vibration par mesure de 30'''.	deux Vibrations par mesure.	trois Vibrations par mesure.	quatre Vibrations par mesure.

TABLE

TABLE DES LONGUEURS DU PENDULE

*pour les durées des Vibrations de demi-tierce en demi-tierce,
& du nombre des Vibrations.*

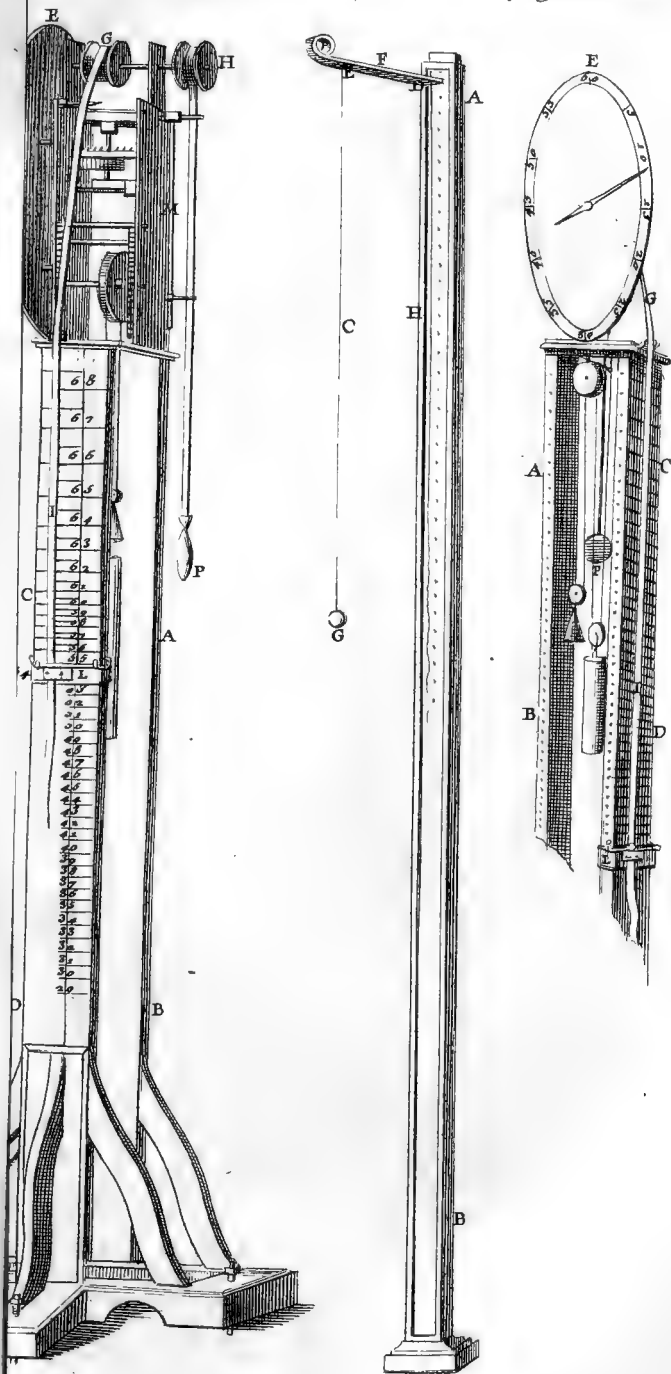
Nombre des demi- tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule.					Nombre des demi- tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule.				
		Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fraçt.			Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fraçt.
$\frac{1}{2}$	432000	$\frac{22}{30}$	$15\frac{1}{2}$	13935 $\frac{15}{31}$...	2	5	4	
1	216000	1	$\frac{7}{15}$	16	13500	...	2	7	3	$\frac{10}{11}$
$1\frac{1}{2}$	144000	3	$\frac{2}{5}$	$16\frac{1}{2}$	13090 $\frac{10}{11}$...	2	9	3	$\frac{3}{4}$
2	108000	5	$\frac{8}{9}$	17	12705 $\frac{5}{6}$...	2	11	4	$\frac{1}{7}$
$2\frac{1}{2}$	86400	9	$\frac{5}{6}$	$17\frac{1}{2}$	12342 $\frac{30}{37}$...	3	1	6	
3	72000	1	1	$\frac{1}{7}$	18	12000	...	3	3	7	$\frac{2}{4}$
$3\frac{1}{2}$	61714 $\frac{2}{7}$	1	6	$\frac{7}{20}$	$18\frac{1}{2}$	11675 $\frac{35}{37}$...	3	5	10	
4	54000	1	11	$\frac{1}{10}$	19	11368 $\frac{1}{3}$...	3	8	2	$\frac{1}{18}$
$4\frac{1}{2}$	48000	2	6	$\frac{1}{10}$	$19\frac{1}{2}$	11076 $\frac{12}{13}$...	3	10	6	
5	43200	3	0	$\frac{25}{36}$	20	10800	...	4	0	11	$\frac{1}{3}$
$5\frac{1}{2}$	39272 $\frac{8}{11}$	3	8	$\frac{25}{72}$	$20\frac{1}{2}$	10536 $\frac{24}{41}$...	4	3	5	
6	36000	4	4		21	10285 $\frac{14}{15}$...	4	5	11	$\frac{1}{2}$
$6\frac{1}{2}$	33230 $\frac{10}{13}$	5	2		$21\frac{1}{2}$	10046 $\frac{22}{43}$...	4	8	6	
7	30857 $\frac{8}{10}$	5	11	$\frac{17}{18}$	22	9818 $\frac{1}{6}$...	4	11	2	$\frac{2}{3}$
$7\frac{1}{2}$	28800	6	11		$22\frac{1}{2}$	9600	...	5	1	11	
8	27000	7	10		23	9391 $\frac{1}{6}$...	5	4	8	$\frac{1}{4}$
$8\frac{1}{2}$	25411 $\frac{13}{17}$	8	10	$\frac{27}{80}$	$23\frac{1}{2}$	9191 $\frac{23}{27}$...	5	7	7	
9	24000	9	10	$\frac{27}{40}$	24	9000	...	5	10	5	$\frac{3}{4}$
$9\frac{1}{2}$	22736 $\frac{16}{19}$	11	0	$\frac{11}{12}$	$24\frac{1}{2}$	8816 $\frac{16}{49}$...	6	1	6	$\frac{1}{3}$
10	21600	...	1	0	2	$\frac{5}{6}$	25	8640	...	6	4	6	$\frac{2}{5}$
$10\frac{1}{2}$	20571 $\frac{3}{7}$...	1	1	4	$\frac{1}{4}$	$25\frac{1}{2}$	8470 $\frac{35}{41}$...	6	7	6	$\frac{7}{9}$
11	19636 $\frac{1}{3}$...	1	2	5	$\frac{2}{3}$	26	8307 $\frac{3}{4}$...	6	10	8	$\frac{5}{4}$
$11\frac{1}{2}$	18782 $\frac{14}{23}$...	1	4	2	$\frac{3}{16}$	$26\frac{1}{2}$	8150 $\frac{50}{53}$...	7	1	11	
12	18000	...	1	5	7	$\frac{11}{25}$	27	8000	...	7	5	2	$\frac{2}{5}$
$12\frac{1}{2}$	17280	...	1	7	1	$\frac{41}{96}$	$27\frac{1}{2}$	7854 $\frac{6}{11}$...	7	8	6	$\frac{1}{3}$
13	16615 $\frac{1}{3}$...	1	8	5	$\frac{1}{3}$	28	7714 $\frac{1}{5}$...	7	11	11	$\frac{13}{75}$
$13\frac{1}{2}$	16000	...	1	10	3		$28\frac{1}{2}$	7596 $\frac{28}{37}$...	8	3	4	$\frac{2}{3}$
14	15428 $\frac{2}{7}$...	1	11	11	$\frac{7}{9}$	29	7398 $\frac{1}{6}$...	8	6	10	$\frac{5}{6}$
$14\frac{1}{2}$	14896 $\frac{16}{29}$...	2	1	8	$\frac{5}{7}$	$29\frac{1}{2}$	7322 $\frac{2}{19}$...	8	10	6	
15	14400	...	2	3	6	$\frac{3}{8}$	30	7200	...	9	2	1	$\frac{1}{2}$

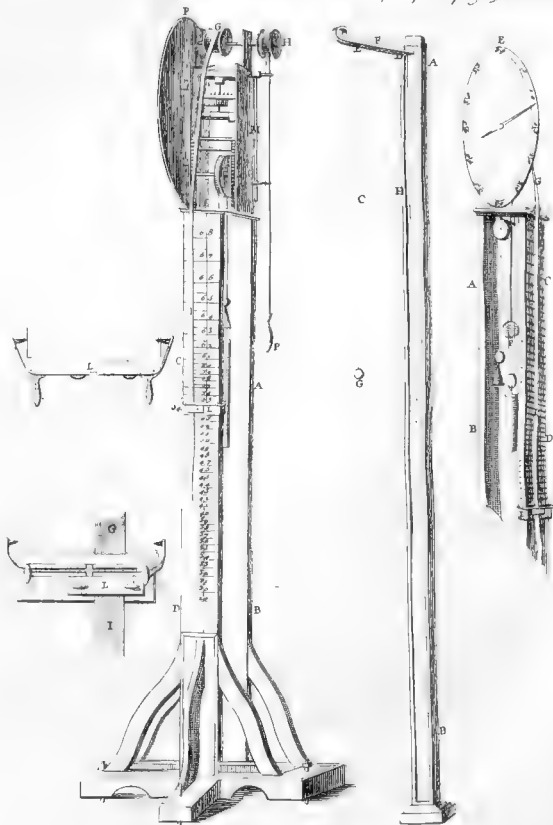
Nomb. des demi- tières.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule.					Nomb. des demi- tières.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule.				
		Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fraçt.			Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fraçt.
30 $\frac{1}{2}$	7081 $\frac{50}{61}$...	9	5	10		48	4500	1	11	5	11	$\frac{1}{25}$
31	6967 $\frac{2}{3}$...	9	9	7	$\frac{2}{3}$	48 $\frac{1}{2}$	4452 $\frac{56}{97}$	1	11	11	10	
31 $\frac{1}{2}$	6857 $\frac{1}{7}$...	10	1	5		49	4408 $\frac{9}{35}$	2	0	5	9	$\frac{2}{5}$
32	6750	...	10	5	3	$\frac{1}{2}$	49 $\frac{1}{2}$	4373 $\frac{23}{69}$	2	0	11	10	
32 $\frac{1}{2}$	6646 $\frac{2}{13}$...	10	9	3		50	4320	2	1	5	10	$\frac{5}{6}$
33	6545 $\frac{1}{2}$...	11	1	3	$\frac{3}{20}$	50 $\frac{1}{2}$	4277 $\frac{33}{101}$	2	2	0	1	
33 $\frac{1}{2}$	6447 $\frac{51}{67}$...	11	5	4		51	4235 $\frac{1}{10}$	2	2	6	3	$\frac{1}{9}$
34	6352 $\frac{11}{12}$...	11	9	5	$\frac{7}{18}$	51 $\frac{1}{2}$	4194 $\frac{18}{13}$	2	3	0	6	
34 $\frac{1}{2}$	6260 $\frac{20}{23}$	1	0	1	8		52	4153 $\frac{11}{13}$	2	3	6	10	$\frac{4}{11}$
35	6171 $\frac{1}{2}$	1	0	5	10	$\frac{11}{12}$	52 $\frac{1}{2}$	4114 $\frac{2}{7}$	2	4	1	3	
35 $\frac{1}{2}$	6084 $\frac{36}{71}$	1	0	10	2		53	4075 $\frac{1}{2}$	2	4	7	8	$\frac{1}{2}$
36	6000	1	1	2	6	$\frac{4}{25}$	53 $\frac{1}{2}$	4037 $\frac{41}{107}$	2	5	2	3	
36 $\frac{1}{2}$	5917 $\frac{50}{73}$	1	1	7	0	$\frac{1}{2}$	54	4000	2	5	8	9	$\frac{33}{50}$
37	5837 $\frac{8}{10}$	1	1	11	6	$\frac{5}{36}$	54 $\frac{1}{2}$	3963 $\frac{33}{109}$	2	6	3	6	
37 $\frac{1}{2}$	5760	1	2	4	1		55	3927 $\frac{1}{11}$	2	6	10	1	$\frac{7}{12}$
38	5684 $\frac{1}{6}$	1	2	8	8	$\frac{1}{5}$	55 $\frac{1}{2}$	3891 $\frac{100}{111}$	2	7	4	11	
38 $\frac{1}{2}$	5610 $\frac{20}{26}$	1	3	1	4		56	3857 $\frac{1}{7}$	2	7	11	8	$\frac{7}{10}$
39	5538 $\frac{5}{6}$	1	3	6	1	$\frac{7}{30}$	56 $\frac{1}{2}$	3823 $\frac{1}{113}$	2	8	6	7	$\frac{1}{2}$
39 $\frac{1}{2}$	5468 $\frac{20}{29}$	1	3	10	11		57	3789 $\frac{1}{2}$	2	9	1	6	$\frac{3}{5}$
40	5400	1	4	3	9	$\frac{1}{3}$	57 $\frac{1}{2}$	3756 $\frac{12}{13}$	2	9	8	7	
40 $\frac{1}{2}$	5333 $\frac{1}{3}$	1	4	8	9		58	3724 $\frac{4}{19}$	2	10	3	7	$\frac{4}{9}$
41	5268 $\frac{45}{10}$	1	5	1	8	$\frac{4}{15}$	58 $\frac{1}{2}$	3692 $\frac{1}{39}$	2	10	10	9	
41 $\frac{1}{2}$	5204 $\frac{68}{83}$	1	5	6	9		59	3661 $\frac{1}{59}$	2	11	5	11	$\frac{4}{9}$
42	5142 $\frac{20}{30}$	1	5	11	10	$\frac{7}{50}$	59 $\frac{1}{2}$	3630 $\frac{32}{119}$	3	0	1	2	
42 $\frac{1}{2}$	5082 $\frac{2}{5}$	1	6	5	0	$\frac{1}{2}$	60	3600	3	0	8	6	
43	5023 $\frac{3}{16}$	1	6	10	2	$\frac{17}{18}$	60 $\frac{1}{2}$	3570 $\frac{32}{121}$	3	1	3	11	
43 $\frac{1}{2}$	4965 $\frac{45}{87}$	1	7	3	6	$\frac{1}{2}$	61	3540 $\frac{60}{61}$	3	1	11	3	$\frac{7}{18}$
44	4909 $\frac{1}{12}$	1	7	8	10	$\frac{11}{22}$	61 $\frac{1}{2}$	3512 $\frac{8}{31}$	3	2	6	10	
44 $\frac{1}{2}$	4853 $\frac{83}{89}$	1	8	2	3	$\frac{1}{2}$	62	3483 $\frac{27}{31}$	3	3	2	4	$\frac{5}{3}$
45	4800	1	8	7	9	$\frac{1}{3}$	62 $\frac{1}{2}$	3456	3	3	10	0	
45 $\frac{1}{2}$	4747 $\frac{31}{91}$	1	9	1	4		63	3428 $\frac{4}{7}$	3	4	5	7	$\frac{4}{5}$
46	4695 $\frac{7}{12}$	1	9	6	11		63 $\frac{1}{2}$	3401 $\frac{23}{27}$	3	5	1	5	
46 $\frac{1}{2}$	4645 $\frac{5}{31}$	1	10	0	7		64	3375	3	5	9	2	$\frac{1}{2}$
47	4595 $\frac{7}{16}$	1	10	6	3	$\frac{5}{9}$	64 $\frac{1}{2}$	3348 $\frac{36}{43}$	3	6	5	1	
47 $\frac{1}{2}$	4547	1	11	0	1		65	3323 $\frac{1}{3}$	3	7	0	11	$\frac{5}{7}$

Nombre des demi- tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule.					Nombre des demi- tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule.				
		Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fraçt.			Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fraçt.
65 $\frac{1}{2}$	3297 $\frac{93}{131}$	3	7	9	0		78	2769 $\frac{2}{9}$	5	2	0	5	$\frac{17}{100}$
66	3272 $\frac{3}{4}$	3	8	5	0	$\frac{3}{50}$	78 $\frac{1}{2}$	2751 $\frac{93}{137}$	5	3	0	0	
66 $\frac{1}{2}$	3248 $\frac{16}{133}$	3	9	1	1		79	2734 $\frac{14}{79}$	5	3	7	7	$\frac{5}{6}$
67	3223 $\frac{69}{69}$	3	9	9	3	$\frac{1}{3}$	79 $\frac{1}{2}$	2716 $\frac{12}{13}$	5	4	5	4	
67 $\frac{1}{2}$	3200	3	10	5	6	$\frac{1}{11}$	80	2700	5	5	3	1	$\frac{1}{3}$
68	3176 $\frac{8}{17}$	3	11	1	9	$\frac{1}{2}$	80 $\frac{1}{2}$	2683 $\frac{17}{101}$	5	6	0	11	
68 $\frac{1}{2}$	3153 $\frac{39}{137}$	3	11	10	2		81	2666 $\frac{2}{3}$	5	6	10	9	$\frac{3}{4}$
69	3130 $\frac{7}{18}$	4	0	6	6	$\frac{7}{10}$	81 $\frac{1}{2}$	2650 $\frac{50}{163}$	5	7	8	9	
69 $\frac{1}{2}$	3107 $\frac{117}{139}$	4	1	3	0	$\frac{1}{2}$	82	2634 $\frac{3}{20}$	5	8	6	9	$\frac{7}{100}$
70	3082 $\frac{6}{7}$	4	1	11	6	$\frac{5}{6}$	82 $\frac{1}{2}$	2618 $\frac{2}{11}$	5	9	4	6	
70 $\frac{1}{2}$	3063 $\frac{117}{141}$	4	2	8	2		83	2602 $\frac{14}{83}$	5	10	2	11	$\frac{1}{3}$
71	3042 $\frac{18}{71}$	4	3	4	9	$\frac{5}{6}$	83 $\frac{1}{2}$	2586 $\frac{138}{107}$	5	11	1	1	
71 $\frac{1}{2}$	3020 $\frac{140}{143}$	4	4	1	6		84	2571 $\frac{20}{60}$	5	11	11	11	$\frac{14}{23}$
72	3000	4	4	10	3	$\frac{4}{5}$	84 $\frac{1}{2}$	2556 $\frac{16}{109}$	6	0	9	8	
72 $\frac{1}{2}$	2979 $\frac{9}{29}$	4	5	7	2		85	2541 $\frac{1}{6}$	6	1	8	0	$\frac{5}{7}$
73	2958 $\frac{66}{73}$	4	6	3	11	$\frac{23}{36}$	85 $\frac{1}{2}$	2526 $\frac{6}{19}$	6	2	6	6	
73 $\frac{1}{2}$	2938 $\frac{114}{147}$	4	7	1	0		86	2511 $\frac{13}{20}$	6	3	4	11	$\frac{4}{5}$
74	2918 $\frac{34}{37}$	4	7	10	0	$\frac{5}{9}$	86 $\frac{1}{2}$	2497 $\frac{19}{173}$	6	4	3	6	$\frac{3}{7}$
74 $\frac{1}{2}$	2899 $\frac{40}{149}$	4	8	7	1		87	2482 $\frac{66}{87}$	6	5	1	11	
75	2880	4	9	4	3	$\frac{3}{5}$	87 $\frac{1}{2}$	2468 $\frac{4}{7}$	6	6	0	10	
75 $\frac{1}{2}$	2860 $\frac{140}{151}$	4	10	1	6		88	2454 $\frac{13}{24}$	6	6	11	6	$\frac{3}{5}$
76	2842 $\frac{1}{12}$	4	10	10	10	$\frac{1}{19}$	88 $\frac{1}{2}$	2440 $\frac{120}{179}$	6	7	10	4	$\frac{1}{3}$
76 $\frac{1}{2}$	2823 $\frac{27}{51}$	4	11	8	1		89	2426 $\frac{43}{45}$	6	8	9	2	$\frac{2}{3}$
77	2805 $\frac{4}{21}$	5	0	5	5	$\frac{3}{4}$	89 $\frac{1}{2}$	2413 $\frac{73}{179}$	6	9	8	1	$\frac{5}{7}$
77 $\frac{1}{2}$	2787 $\frac{3}{31}$	5	1	2	11		90	2400	6	10	7	1	$\frac{1}{2}$









DE LA REVOLUTION DE VENUS

AUTOUR DE SON AXE.

Par M. CASSINI.

POUR reconnoître si Venus tourne autour de son axe par un mouvement semblable à celui qui a été découvert dans les autres Planètes, mon Pere observa en Italie, vers le milieu du Siècle dernier, avec un très-grand soin, la Planete de Venus, par le moyen d'une excellente Lunette de Campani, comme il est rapporté dans les Journaux des Sçavans du 12 Décembre 1667.

15 Mars
1732.

Mais parce que les taches obscures qu'il avoit vûës le plus souvent dans Venus, lorsque l'air étoit tranquille & serein, étoient très-déliées, & que leur étendue irrégulière, qui couvroit une grande partie du disque apparent de cette Planete, n'avoit pas les extrémités bien marquées, il eut de la peine à y rien appercevoir distinctement que l'on pût reconnoître dans d'autres observations, & d'où l'on pût juger si elle étoit en mouvement ou en repos.

Il y avoit trois choses qui augmentoient cette difficulté; l'une, que lorsque Venus est plus proche de la Terre, qui sembloit être le temps le plus propre pour l'observer, elle est si peu éloignée de l'horison, qu'elle se trouve enveloppée des vapeurs de la Terre, au travers desquelles elle paroît étincelante & tremblante, de maniere que ses parties ne se voyent que fort confusément. La seconde, que lorsqu'on la peut voir dégagée de ces vapeurs, ce n'est que pour si peu de temps qu'on n'a pas le loisir de remarquer ces mouvements qui ne sont sensibles qu'après un long intervalle. La troisième, que lorsqu'elle est moins éloignée de la Terre, la partie éclairée de son disque est trop petite pour en pouvoir remarquer le mouvement.

Bb iij

& particulièrement vers la circonférence, dont les parties d'ailleurs assés grandes, par une raison d'optique, ne paroissent presque pas, & le mouvement, d'ailleurs assés vite, semble lent.

Tout cela lui ayant fait croire qu'il réussiroit mieux dans ses observations, lorsque Venus seroit médiocrement éloignée de la Terre, que lorsqu'elle en seroit plus proche, il observa attentivement lorsqu'elle étoit plus élevée sur l'horison, & plus pleine de lumière, s'il ne pourroit point distinguer quelque partie qui fût plus remarquable entre les autres, ou par sa lumière, ou par son obscurité, principalement vers le milieu du disque, & il apperçut enfin une partie plus claire que les autres, par laquelle on pouvoit juger du mouvement ou du repos de cette Planete.

La première fois qu'il l'apperçut, ce fut le 14 Octobre 1666, à 5^h 45' après midi; c'étoit une partie claire située proche de la section, & fort éloignée du centre de cette Planete vers le Septentrion; il remarqua en même temps vers l'Occident, deux taches obscures & un peu plus longues, comme il est représenté dans la 1^{re} Figure. Il ne put pas cependant voir assés évidemment cette partie luisante assés de temps, pour en rien conclurre du repos & du mouvement de cette Planete; & il fut depuis long-temps, sans la pouvoir appercevoir. Car tout le reste de l'année il ne put pas trouver une soirée où le temps fût assés serein pour observer avec succès, & quoiq'en 1667 depuis le 24 Février, que l'air, après plusieurs jours de pluye & de mauvais temps, commença à être serein, il l'observât avec beaucoup de soin, toutes les fois qu'il faisoit beau, il n'y put distinguer que quelques taches obscures & mal terminées, jusqu'au 20 d'Avril, qu'un quart d'heure avant le lever du Soleil, il commença à revoir sur le disque de Venus, dont la moitié ou environ paroissoit pour lors éclairée, une partie luisante, située auprès de la section, & éloignée de la corne méridionale un peu plus de la quatrième partie du diametre; & il remarqua près du bord oriental, une tache obscure & un peu longue qui étoit plus

proche de la corne septentrionale, de même qu'elle est représentée dans la 2^{de} Figure.

Comme le Soleil se levait, il aperçut que cette partie luisante n'étoit plus si proche de la corne méridionale, mais qu'elle en étoit éloignée de la troisième partie du diamètre, comme l'on voit dans la 3^{me} Figure.

J'eus pour lors, dit-il, beaucoup de satisfaction d'avoir trouvé une marque évidente de mouvement dans cette Planète ; mais je fus en même temps fort étonné de ce que ce mouvement se faisoit du Midi au Septentrion dans la partie inférieure du disque, & du Septentrion au Midi dans la partie supérieure, d'où se prend mieux la détermination du mouvement. Car nous n'avons point d'exemple d'un mouvement semblable, si ce n'est dans le mouvement de libration de la Lune.

Le lendemain, au lever du Soleil, cette partie luisante n'étoit pas bien loin de la section, & étoit distante de la corne méridionale, de la quatrième partie du diamètre. Lorsque le Soleil fut élevé de 4 degrés, elle étoit située proche de la section, & éloignée de la corne méridionale, de deux cinquièmes de diamètres. Le Soleil étant élevé de 6 degrés 10 minutes, il sembloit qu'elle eût passé le centre, & que la section du disque la coupoit ; & le Soleil étant élevé de 7 degrés, elle paroissoit encore plus avancée vers le Septentrion, & la section la coupoit en deux, d'où il connut qu'il y avoit quelque inclinaison de mouvement vers le centre.

Le 9 Mai, vers le temps du lever du Soleil, il vit encore cette partie luisante auprès du centre de cette Planète vers le Septentrion, avec deux taches obscures situées entre la section & la circonférence, & également éloignées l'une de l'autre, & de chaque corne de part & d'autre : & le temps étant serein, il observa pendant une heure & demi-quart, son mouvement qui sembloit pour lors se faire exactement du Midi au Septentrion, sans aucune inclinaison sensible vers l'Orient, ni vers l'Occident. Cependant il aperçut dans le mouvement des taches obscures, une variation si grande

qu'on ne la peut attribuer à aucune raison d'optique; ce qu'on peut aussi remarquer dans les Figures 2 & 3.

Le 10 & le 13 Mai, avant le lever du Soleil, il vit encore la partie luisante auprès du centre vers le Septentrion.

Enfin le 5 & le 6 Juin, avant le lever du Soleil, il la vit entre la corne septentrionale & le centre de Venus, & il remarqua la même variation irrégulière des taches obscures. Mais lorsque cette Planete commença un peu à s'éloigner de la Terre, on eut beaucoup plus de peine à observer ces Phénomènes.

Mon Pere se donna de garde de dire son sentiment sur ces Phénomènes aussi hardiment qu'il l'avoit fait sur les taches de Jupiter & de Mars. Car je pouvois, dit-il, observer attentivement ces taches l'espace d'une nuit entière, pendant l'opposition de ces Planetes avec le Soleil; je pouvois considérer leur mouvement pendant quelques heures; enfin les voyant retourner régulièrement au même endroit, je pouvois juger si c'étoient les mêmes taches, ou non, & en combien de temps elles achevoient leur tour. Mais il n'en est pas de même de ces Phénomènes qui paroissent dans Venus. Car on les voit si peu de temps, qu'il est beaucoup plus difficile de connoître certainement quand ils retournent au même endroit. Je puis, ajoute-t-il, néanmoins dire (supposé que cette partie luisante de Venus que j'ai observée, & particulièrement cette année, ait été la même) qu'en moins d'un jour elle acheve son mouvement, soit de révolution, soit de libration, de manière qu'en 23 jours à peu près, elle revient environ à la même heure, à la même situation dans la Planete de Venus, ce qui ne se fait pas néanmoins sans quelque irrégularité. De dire maintenant, supposé que ce soit toujours la même partie luisante, si ce mouvement se fait par une révolution entière, ou seulement par une libration, c'est ce que je n'oserois encore assurer, parce que je n'ai pas pu voir la continuité de ce mouvement dans une grande partie de l'arc, comme dans les autres Planetes, & par cette même raison, cela sera toujours très-difficile à déterminer.

Après

Après avoir rapporté ce discours, tel qu'il étoit inséré dans les Journaux des Sçavants, du 12 Décembre, avec quelques corrections écrites de la main de mon Pere, tirées d'un manuscrit, & qui n'y changent rien d'essentiel; j'ai crû devoir examiner quel doit être le mouvement de Venus autour de son axe, qui résulte de ces observations.

On considérera pour cet effet, que le 20 Avril, un quart d'heure avant le lever du Soleil, mon Pere apperçut sur le disque de Venus, une tache ou partie luisante, éloignée de la corne méridionale un peu plus de la quatrième partie du diametre de cette Planete, comme elle est marquée dans la 2^{de} Figure.

Le lendemain, au lever du Soleil, cette tache étoit distante de la corne méridionale, de la quatrième partie du diametre de Venus, & elle en parut éloignée de deux cinquièmes; lorsque le Soleil fut à la hauteur de 4 degrés, où il se trouva 24 minutes après son lever. Cette tache, depuis le lever du Soleil du 21 Avril, qui a dû arriver ce jour-là à Bologne à 5 heures $\frac{1}{2}$ jusqu'à 5 heures 39 minutes, est donc parvenuë au même lieu du disque de Venus où elle étoit le jour précédent, un quart d'heure avant le lever du Soleil, c'est-à-dire, à 5 heures 2 minutes. Elle a donc employé un peu plus de 24 heures à achever une révolution entière.

Par l'observation faite le 20 Avril au lever du Soleil, la tache étoit éloignée de la corne méridionale de Venus de la troisième partie du diametre de cette Planete. Le lendemain, au lever du Soleil, qui a dû avancer de deux minutes sur celui du jour précédent, elle en étoit éloignée de la quatrième partie du diametre. Elle n'avoit donc pas achevé une révolution entière dans l'espace de 23 heures 58 minutes, & il s'en manquoit un arc qui répond à un douzième du diametre de Venus, d'où il suit qu'elle a employé plus de 24 heures à faire sa révolution.

Par l'observation du 21 Avril, faite lorsque le Soleil étoit élevé de 6°. 10' sur l'horison, la tache avoit passé le centre de Venus; c'étoit environ 36 minutes après le lever du Soleil

qui arriva à 5 heures $\frac{1}{4}$. Ainsi depuis le lever du jour précédent qui étoit à 5 heures 17 minutes, jusqu'à 5 heures 51 minutes du jour suivant, la tache avoit fait une révolution entière, plus un arc qui répond à la sixieme partie du diametre de Venus, c'est-à-dire, d'environ 20 degrés, ce qui donne sa révolution de 23 heures $\frac{1}{4}$; & c'est apparemment par la comparaison de ces dernieres observations, que mon Pere a jugé que Venus acheve sa révolution autour de son axe en moins d'un jour, ayant préféré ces observations aux autres, à cause que lorsque les taches sont plus près du centre d'une Planete, leur mouvement apparent est plus vite; & leur situation se détermine avec plus d'évidence que lorsqu'elles en sont plus éloignées.

Depuis cette observation, mon Pere n'a plus apperçû dans Venus de taches assés distinctes pour pouvoir confirmer la période de la révolution de Venus autour de son axe, telle qu'il l'avoit supposée; ce qui lui a fait dire dans un abrégé d'Astronomie, que cette Planete a des taches obscures, mais fort foibles & confuses, de sorte qu'on ne sçauroit marquer précisément leur terme. C'est pourquoi, ajoute-t-il, ce seroit en vain qu'on tâcheroit de déterminer par ce moyen, s'il y a du mouvement.

Cependant en 1726, M. Bianchini, Prélat domestique du Pape, & de cette Académie, ayant observé à Rome la Planete de Venus, avec des Verres de Campani, depuis 70 jusqu'à 100 Palmes Romaines de foyer, y découvrit le 9 Février, diverses taches qu'il continua d'observer dans la suite, telles qu'elles sont représentées dans les Planches 1, 2 & 3 de son Livre intitulé *Hesperii & Phosphori nova Phenomena*; où l'on voit que le 9 Février, il y avoit deux taches dans le disque de Venus, terminées par la section qui séparoit sa partie éclairée du Soleil d'avec celle qui étoit obscure, dont l'une, qui étoit vers sa partie septentrionale, étoit fort petite, en forme de segment de cercle, & la seconde, qui étoit vers la partie méridionale, étoit beaucoup plus grosse, ayant aussi une figure sphérique.

Le 14 Février, la grosse tache ne paroissoit plus, & il crut reconnoître la petite qu'il trouva alors avancée vers la partie méridionale de Venus, étant accompagnée de deux autres taches vers le Septentrion.

Deux jours après, c'est-à-dire le 16 Février, il crut voir les mêmes taches, quoique sous une forme un peu différente, qui s'étoient avancées du Nord vers le Midi.

Le 18, la tache méridionale avoit disparu, les deux autres s'étoient avancées vers le Midi, & il en paroissoit une nouvelle vers le Nord. Le 20, les trois mêmes taches parurent plus avancées vers le Midi. Le 24, les deux plus méridionales de ces taches avoient disparu; celle qui étoit vers le Nord, s'étoit avancée vers le Sud, & on en vit deux nouvelles vers le Septentrion. Ces trois taches parurent le 26 un peu plus méridionales. Enfin, le 5 Mars, vingt-quatre jours après la première observation, M. Bianchini crut appercevoir les deux mêmes taches qu'il avoit découvertes le 9 Février, dans la même situation où elles étoient alors, quoique beaucoup moins grandes; comme elles le devoient être en effet, à cause que Venus étoit beaucoup plus en croissant que le 9 Février, de sorte que sa partie obscure en interceptoit une portion considérable. Sur ces observations, & diverses autres faites aux mois suivans de Mai & Juin 1726, Juillet, Août & Septembre 1727, & 7 Janvier 1728, il conclut que la révolution de Venus autour de son axe n'étoit point de 23 heures, comme il sembloit que mon Pere l'avoit déterminée, mais de 24 jours & 8 heures, du Septentrion vers le Midi dans la partie inférieure du disque de Venus qui nous est exposée, & du Midi vers le Septentrion dans la partie supérieure.

Il trouva que le pôle boréal de cette révolution répondoit au 20^{me} degré d'Aquarius, & étoit élevé de 15 degrés sur le plan de l'écliptique, son axe conservant le parallélisme dans tout le cours de cette planete autour du Soleil.

Pour appuyer son sentiment sur le temps de la durée de la révolution de Venus autour de son axe, il rapporte l'ob-

servation qu'il a faite de cette Planete le 26 Février par un temps fort serein, avec un Verre de Campani de 88 palmes.

Cette observation fut faite en présence de plusieurs personnes, qui reconnoissoient avec lui les taches qu'il décrivait. Ayant donc dressé la Lunette à Venus vers le coucher du Soleil, à $5^h 25'$, il l'observa pendant l'espace de près d'une heure jusqu'à $6^h 15'$ qu'il fut obligé de discontinuer son observation, parce que Venus fut cachée par le Palais Barberin. Trois heures après le temps du milieu de la première observation, c'est-à-dire à $8^h 40'$, on pouvoit voir commodément Venus du dedans de ce Palais, & l'observation ne se faisoit plus à l'air, mais à couvert. Ayant donc placé le même Verre de 88 palmes avec son support près des fenêtres de ce Palais, il observa Venus jusqu'à 9 heures, & trouva les taches dans la même situation où il les avoit vûes à 5 heures & demie; de sorte que comparant la figure du disque dessinée à $5^h 45'$ avec celle qui paroïssoit depuis $8^h 30'$ jusqu'à 9 heures, on ne put s'appercevoir de presque aucun changement dans la situation des taches. Il y auroit donc eu, remarque-t-il, pendant trois heures, plus de la huitième partie d'une révolution entière, si elle s'achevoit en 23 heures; d'où il auroit suivi que la tache qui occupoit le centre de Venus à $5^h 25'$ auroit dû en être éloignée à $8^h 45'$ vers la corne méridionale d'un arc d'environ 50 degrés, & paroître au de-là de la tache méridionale qui auroit presque disparu; & au contraire la tache septentrionale auroit dû se trouver au milieu de Venus, de sorte que de trois taches qui à $5^h 45'$ étoient distribuées également dans le disque de Venus, deux auroient dû être apperçûes dans la partie méridionale, & il n'en seroit resté aucune dans la partie septentrionale, supposé que la révolution entière fût de 23 heures.

Or tous ceux, ajoute-t-il, qui avec nous ont observé avec le Verre de 88 palmes la Planete de Venus, depuis $8^h 30'$ jusqu'à $9^h 0'$, ont vû évidemment que la grosse tache occupoit environ le milieu de la phase qui étoit en croissant, & qu'il y avoit à peu-près la même quantité de parties du Mi-

crometre entre le sommet de la tache méridionale & la corne supérieure, qu'entre le sommet de la tache septentrionale & la corne inférieure, de même qu'elle avoit été observée à $5^h 30'$. Il est donc nécessaire, ajoute-t-il, de reconnoître que dans cet espace de 3 heures, les taches de Venus ne se sont pas avancées dans leur parallele plus de deux degrés de la circonférence de cette Planete, & que l'arc de la progression diurne qui en 24 heures est d'environ 15 degrés, n'a pas pû, dans l'espace de 3 heures, faire un changement sensible, au lieu que l'on en auroit apperçû un considérable dans la supposition que la révolution s'acheve en 23 heures, puisque dans l'espace de 3 heures il y auroit eu un mouvement de 47 degrés.

Il est donc, dit-il, évident par les observations des 14, 16, 18 & 20 Février, que la quantité du progrès diurne des taches est telle qu'elles achevent le quart d'une révolution dans l'espace de 6 jours, comme on peut le voir en comparant ensemble les figures des taches dans chacune de ces observations; & que la révolution entière est de 24 jours & un peu plus, comme on le reconnoît par l'observation du 9 Février comparée avec celle qui a été faite le 5 Mars après l'intervalle de 24 jours, où les taches parurent revenueës sur le disque de Venus presque au même lieu où elles avoient été apperçûës d'abord.

Comme M. Bianchini se fonde principalement sur cette observation du 26 Février pour combattre la révolution de Venus autour de son axe, que mon Pere a jugée de 23 heures, ce qui a été suivi de presque tous les Astronomes, j'ai crû qu'il étoit nécessaire d'en examiner toutes les circonstances.

Je conviens d'abord des observations que M. Bianchini a rapportées telles qu'il les a décrites, & je rends toute la justice qui est dûë à l'exactitude & à la pénétration de cet habile Astronome. Je suppose même avec lui, qu'à $5^h 45'$ il a paru trois taches dans le disque de Venus telles qu'elles sont marquées dans la Figure pour le 26 Février, & que trois heures après on en a vû aussi trois à peu-près de la même figure & dans la même situation sur ce disque. Mais il faut remarquer

que, selon lui, son observation a été interrompue depuis $6^h 15'$ jusqu'à $8^h 40'$ par des édifices qui empêchoient de voir Venus, & que dans cet intervalle qui est de près de deux heures & demie, il n'a pû observer les taches, ni par conséquent le mouvement qu'elles ont pû avoir. Comme en supposant la révolution de Venus de 23 heures, les taches ont dû, dans l'espace de trois heures qui s'est écoulé entre la description que l'on a faite de ces taches, avoir un mouvement de 47 degrés, ainsi que M. Bianchini en convient, il se peut fort bien faire que par le mouvement apparent de ces taches qui étoit alors du Nord vers le Sud, la tache *E* qui étoit dans la partie méridionale de Venus se soit approchée de la corne inférieure où elle a cessé de paroître, pendant que la tache *F* qui étoit au centre a pris sa place; & que celle qui étoit en *G* dans la partie septentrionale étant parvenue au centre en *F*, il ait reparu une nouvelle tache dans la partie septentrionale au point *G*, de sorte qu'à $8^h 45'$, temps de la seconde observation, on ait vû trois taches à peu-près au même endroit où étoient les précédentes & de la même figure qu'à $5^h 45'$. Car la tache qui étoit au milieu en *F*, étant parvenue en *E*, a dû, par la raison d'optique, diminuer de largeur, & paroître à peu-près semblable à celle dont elle a pris la place, pendant que par la même raison la tache *G* qui étoit vers la partie méridionale, a augmenté de grandeur apparente en s'approchant du centre. Cela se peut voir aisément par l'inspection de la Figure de M. Bianchini, où ayant tiré par le centre de chaque tache des lignes perpendiculaires à la section de Venus jusqu'à la circonférence, l'on trouve qu'il y a entre elles un arc d'environ 45 degrés, & que le milieu de la tache méridionale a dû être sorti de Venus dans l'espace de trois heures, supposant sa révolution de 23 heures, pendant que la tache *F* a succédé à la tache *E*, & la tache *G* à la tache *F*.

A l'égard de la nouvelle tache que nous supposons être survenue à la place de la tache *G*, il y a tout lieu d'admettre cette supposition, si l'on considère les Figures de M. Bianchini, où l'on voit qu'en divers jours plusieurs taches de la même

forme se font succédées les unes aux autres, & que la tache nommée *A* a dû paroître dans le disque du Soleil immédiatement après la tache *G*, quoiqu'à une distance un peu plus grande que la révolution ne la demande.

L'observation du 26 Février de l'année 1726 ne prouve donc rien de décisif, comme l'a crû M. Bianchini, contre la révolution de Venus autour de son axe qui avoit été trouvé de 23 heures.

Mais quand même on auroit de la peine à admettre l'explication que je viens de proposer, qui concilie les observations de Venus, rapportées par M. Bianchini, avec celles qui ont été faites en 1667, du moins pourroit-on opposer à cette observation, celles de mon Pere qui paroissent du moins aussi évidentes : car dans tout le discours qu'il rapporte, il ne parle qu'avec une extrême réserve sur les phénomènes qu'il a apperçûs dans Venus, & sur la durée de sa révolution, n'osant pas même assurer positivement si c'est révolution ou libration sur son axe ; mais pour ce qui est du mouvement, il prononce qu'il a eû beaucoup de satisfaction d'avoir trouvé une marque évidente de mouvement dans cette Planete, comme il résulte, non pas d'une seule observation, mais de plusieurs faites en des jours différens.

Il est à remarquer que le mouvement des taches observées en 1667 a été du Midi vers le Septentrion, au lieu que celui que M. Bianchini y a observé en 1726, dans ses premières observations, depuis le 9 Février jusqu'au 5 Mars, y est directement opposé. Mais on peut rendre aisément raison de cette contradiction qui n'est qu'apparente. Car le 20 Avril de l'année 1667, le lieu de Venus étoit au 14.^e degré du Sagittaire, éloigné seulement de deux signes & 6 degrés du pôle boréal de sa révolution, qui a été déterminée par M. Bianchini à 10 degrés du Verseau, d'où l'on trouve que ce pôle étoit hors de l'hémisphère exposé au Soleil, & dans la partie obscure de Venus qu'elle nous présentait. Au lieu que le 9 Février 1726, le lieu de Venus étoit au 17.^{me} degré de l'Ecrevisse, éloigné de 7 signes & 3 degrés du pôle

boréal, qui se trouvoit alors dans l'hémisphère de cette Planete exposé au Soleil, & dans la partie de Venus qui nous est cachée, d'où il suit que le mouvement des taches qui a paru au mois d'Avril 1667, du Midi vers le Septentrion, dans la partie de Venus qui étoit alors exposée à la Terre, devoit paroître par les observations du mois de Février 1726, du Nord vers le Sud, tel qu'il résulte des observations de M. Bianchini.

Voilà donc la direction du mouvement de Venus autour de son axe bien établie du Nord vers le Sud, dans la partie supérieure de son disque, par les observations de ces deux Astronomes ; ce qui méritoit d'être confirmé, cette direction étant si différente de celle qui s'observe dans la révolution des autres Planetes autour de leur axe. Il reste présentement à examiner si l'on peut concilier également bien la quantité du mouvement que mon Pere y a observée, avec celle qui résulte des observations de M. Bianchini.

On remarquera pour cet effet que la tache qui, dans l'observation du 14 Février 1726, étoit vers le bord septentrional de Venus, s'est avancée vers le Midi les jours suivans, ayant paru dans le disque de cette Planete, depuis le 14 jusqu'au 20 Février qu'elle avoit passé au de-là du milieu, en s'approchant de la corne méridionale, d'où M. Bianchini a conclu qu'ayant fait environ 90 degrés en six jours, le mouvement de cette tache a été d'environ 15 degrés par jour. Je conviens avec lui de ces observations, & je m'en sers également bien pour prouver que la révolution de Venus autour de son axe n'est que de 23 heures ou environ ; car le mouvement apparent de cette tache devant être alors du Nord vers le Sud, il suit que supposant sa révolution de 23 heures, elle a dû parcourir, dans l'espace de 24 heures, tout le globe entier de Venus plus environ 15 degrés du Nord vers le Sud, & qu'ainsi dans l'espace de 6 jours elle a dû achever six révolutions entières plus environ 90 degrés dont elle s'est avancée du Nord vers le Midi conformément à l'apparence.

Supposant donc que les taches qui avoient paru dans Venus
le

le 9 Février soient revenus le 5 Mars après 24 jours & 8 heures au même lieu, où on avoit commencé à les appercevoir, on trouvera que dans cet intervalle il y a eu 25 révolutions entières, ce qui donne la durée de chacune de 23 heures 22 minutes, peu différente de celle que nous avons déduite de l'observation du 20 Avril 1667, faite lorsque la tache étoit à un tiers du diametre de Venus, comparée à celle du jour suivant, où la même tache avoit passé un peu au de-là du centre de cette Planete. Ainsi bien-loin que les observations de M. Bianchini soient contraires à celles que mon Pere avoit faites en 1667, elles semblent les confirmer, & concourir avec elles pour établir la révolution de Venus autour de son axe de 23 heures ou environ.

Il me reste à résoudre quelques difficultés que le P. Briga, de la Compagnie de Jesus, Professeur de Mathématique dans le College de Florence, a proposées sur les observations de mon Pere, dans une Lettre qu'il a écrite à M. Bianchini, qui l'a fait imprimer dans son ouvrage.

Il remarque d'abord que dans la première observation de 1666, Venus étoit convexe de part & d'autre, qui est la phase que cette Planete doit nous présenter depuis sa conjonction supérieure jusqu'à sa quadrature, & que dans les autres observations où elle a été vûe après le lever du Soleil, cette Planete étoit vers sa plus grande digression. C'est pourquoi il s'étonne que dans une si grande distance où Venus étoit de la Terre dans le premier cas, & qu'après le lever du Soleil dans le second cas, on ait pû voir de vraies taches dans Venus.

Il auroit dû, à plus forte raison, être surpris de ce que M. Bianchini a vû des taches obscures dans Venus depuis le 7 Juillet jusqu'au 6 Août 1727, dans le temps que cette Planete avoit à peu-près la même figure qu'en 1666, lorsqu'elle a été observée par mon Pere. Car les taches qui sont obscures, telles que M. Bianchini les a dépeintes, se doivent voir avec bien plus de difficulté que les taches claires, comme il est aisé de s'en appercevoir dans la Lune, dont les parties claires se distinguent en plein jour avec assés d'évidence.

pendant que les parties obscures, telles que les Mers, disparaissent, & c'est par cette raison qu'on a pû discerner, même après le lever du Soleil, ces taches claires dans Venus : ce qui ne devoit pas paroître surprenant au P. Briga, s'il avoit fait attention qu'à cause de la grande clarté de cette Planete on la distingue souvent en plein jour à la vûe simple, même dans le temps où la lumière du Soleil est la plus vive.

Si l'on dit, ajoûte-t-il, que ce sont de vraies taches dans le corps de la Planete, l'inclinaison que l'on a vûe une seule fois dans son mouvement peut être seulement apparente, car le parallélisme des axes est un secret de la véritable Astronomie, qu'il n'est pas si surprenant qui ait été inconnu aux Astronomes Grecs, que de n'être point mis en usage par tous les modernes.

J'avouë que je ne comprends pas la force de cette objection, ni si c'en est une ; car puisque les poles de Venus sont dirigés aux mêmes points du Ciel, il s'ensuit que par le mouvement de cette Planete autour du Soleil, ces poles changent de situation apparente tant à l'égard de l'hémisphère de Venus exposé au Soleil, que par rapport à la face qu'elle présente à la Terre ; d'où il s'ensuit une variation dans la direction des taches observées après un intervalle de quelques jours, ce qui est apparemment la cause que la tache claire, dont le mouvement fut observé le 21 Avril 1667 du Sud vers le Nord avec quelque inclinaison, parut le 9 Mai se faire exactement du Midi vers le Septentrion sans aucune inclinaison.

Puisque donc, continuë le P. Briga, la figure des taches est si différente de celles qui sont représentées sur le Globe de M. Bianchini, qu'elles ont paru à M. Cassini avoir en très-peu de temps une grande variété que l'on ne pouvoit attribuer, selon lui, à une cause optique ; qu'ayant été cherchées pendant près de 60 ans, on ne les a point vûes ni aucune qui leur fût semblable, cette partie si reluisante s'étant évanouie ; qu'elles ont été observées même après le lever du Soleil, lorsque Venus étoit à une grande distance de la Terre ; que le mouvement de révolution du Midi vers le Septentrion

dans l'hémisphère qui nous est visible, est trop différent du mouvement du centre en longitude ; je suis porté à soupçonner que ces phénomènes n'étoient pas réellement dans la surface de Venus, mais ou dans son atmosphère ou dans l'éther qui étoit entre la Planète & l'œil, dont il prétend qu'il ne manque pas d'exemples.

Il rapporte pour cet effet l'apparence d'une tache obscure vûe par Mœstlin en 1605, dans le temps d'une éclipse de Lune qui occupoit près de la quatrième partie du disque de cette Planète.

Qu'en 1629, on vit à Lisbonne pendant deux jours, au commencement de Janvier, une Étoile qui étoit adhérente à la corne australe de la Lune ; que pour s'écarter moins de son exemple, en 1645, Fontana apperçût un ou deux globes obscurs, ou de couleur rougeâtre, tantôt au dedans, tantôt dehors cette Planète, ce qui fit douter si c'étoit un Satellite de Venus, ou un météore dans son atmosphère, ou quelque corps opaque entre l'œil & Venus ; ce que d'autres attribuèrent à des taches qui étoient dans les Verres dont cet Astronome s'est servi, ce qu'il ne peut pas cependant soupçonner.

Enfin que mon Pere lui-même a vû en 1672 & 1686, avec une Lunette de 34 pieds, près de Venus, un petit globe lumineux, dont la phase étoit semblable à celle de cette Planète, & qui n'en étoit éloigné que de $\frac{3}{5}$ de son diamètre ; ce qui lui fait juger qu'il n'est pas vrai-semblable que ce phénomène fût dans l'atmosphère de cette Planète, puisqu'il seroit difficile de croire qu'il fût élevé à une si grande hauteur, & encore moins que ce fût un Satellite, puisqu'on n'auroit pas manqué à l'apercevoir depuis ce temps ; & qu'ainsi il est plus croyable que la matière fluide céleste qui étoit entre Venus & l'œil de l'observateur, étoit devenue alors assez dense pour pouvoir réfléchir quelque lumière, quoiqu'il suffise pour cela que quelques parties de différente rareté se mêlent ensemble, comme on le voit dans l'écume blanche qui est composée d'air diaphane & d'eau claire.

Si donc, à cause des raisons que l'on vient d'insinuer, on

pouvoit faire les mêmes conjectures sur les taches vûës dans Venus par M. Cassini, l'honneur de la découverte seroit dû à celui qui pourroit prouver le premier qu'il a vû dans Venus des taches véritables. Je ne sçais si l'on admettra aisément cette cause phisique des apparences rapportées par le P. Briga, mais quoi qu'il en soit, il suffit de répondre qu'elles sont fort différentes de celles que mon Pere a remarquées dans Venus, où il a observé en différents jours & à différentes heures du même jour, une partie claire dans Venus qui avoit un mouvement évident du Midi vers le Septentrion; & qu'ainsi on ne peut pas attribuer cette apparence à la densité de l'éther qui auroit dû avoir deux mouvements, l'un par lequel il auroit suivi Venus de l'Orient vers l'Occident, & l'autre qui l'auroit fait élever du Midi vers le Septentrion.

Pour ce qui regarde le mouvement de cette tache, du Midi vers le Septentrion, que le P. Briga trouve fort différent du centre en longitude, il auroit dû proposer la même objection contre le mouvement des taches apperçûës par M. Bianchini, du Septentrion vers le Midi, & que nous avons prouvé être réellement du même sens que celui qu'on avoit observé en 1667. La différence qui se trouve entre la tache observée en 1667, & celles qui ont été apperçûës en 1726, dont la première étoit claire, & les autres obscures, ne forme aucune objection difficile à résoudre, puisqu'il n'y a qu'à supposer qu'il y a dans la Planete de Venus, de même que dans la Lune, deux sortes de taches, dont les unes sont claires, telles que Tycho, Helicon, &c. & d'autres obscures, comme Grimaldi, Plato, & ce qu'on appelle *Mers* dans cette Planete. Quant à l'objection fondée sur ce que cette partie claire, ni aucune autre semblable, n'ont pas été apperçûës depuis l'année 1667, même par des Lunettes plus longues, quelque attention qu'on y ait faite; il est aisé de répondre qu'il y a dans Venus, de même que dans Jupiter, des taches permanentes, ou du moins de longue durée, comme les bandes qu'on y observe, & d'autres qui sont passageres & de moindre durée, telles que les taches, par le secours desquelles mon

Pere a découvert la révolution de cette Planete autour de son axe ; & qu'ainfi il n'est pas furprenant que la tache claire qui a été apperçûë en 1666 & 1667 se foit dissipée entièrement, fans avoir paru depuis ce temps-là, d'autant plus que l'on n'a pas toujours d'occafion favorable d'observer cette Planete, qui n'est que rarement dégagée des vapeurs.

De ce que nous venons de rapporter, il réfulte que fi l'on suppose la révolution de Venus autour de son axe, de $23^h 20'$, on représente également bien les observations de M. Bianchini & celles de mon Pere, & que fi on fôûtient qu'elle ne s'acheve qu'en 24 jours, comme l'a prétendu M. Bianchini, il faut entièrement rejeter celles de mon Pere, comme n'étant qu'une apparence trompeufe. Nous avons d'abord fait voir que la principale observation sur laquelle M. Bianchini s'est fondée, ne conduoit rien contre la période de cette révolution en $23^h 20'$, & nous avons crû ensuite devoir répondre ; peut-être trop au long, aux objections qui ont été proposées pour infinuer que ces apparences étoient trompeufes.

Nous avons donc jugé qu'en attendant qu'on eût des observations plus décisives sur la période de la révolution de Venus, nous étions bien fondés à fôûtenir qu'elle s'acheve en $23^h 20'$, à peu-près de même qu'elle a été établie par mon Pere, & conformément au sentiment de presque tous les Astronomes & les Physiciens qui l'ont suivi.

Pour nous, après avoir été averti par M. Bianchini, des observations qu'il avoit faites à Rome sur la Planete de Venus, nous avons effayé, si on pourroit appercevoir les mêmes taches en ce pays-ci.

On a pour cet effet fait dresser à l'Observatoire, un grand mât de 60 pieds de longueur, en forme d'une poutre quarrée depuis 11 jusqu'à 14 pouces d'épaisseur, où l'on avoit pratiqué des rainures dans les faces opposées sur toute leur longueur. On avoit construit, pour supporter l'objectif & l'élever à la hauteur convenable, une cage ou lanterne de fer qui embrassoit ce mât, avec des roulettes de cuivre qui entroient dans les rainures du mât, pour élever plus commodément

le Verre avec son support, & l'affujettir de maniere qu'il n'eût aucun mouvement sensible.

Dans cet état, nous avons observé Venus un grand nombre de fois, avec une grande facilité, y employant d'abord un Verre de 114 pieds de foyer de longueur, fait par M. Hartsoëker, qui étoit un des meilleurs qu'il eût travaillé, & ensuite un objectif de Campani, de 120 palmes Romaines, ou 82 pieds de Roy, essayé par M. Bianchini, qui l'avoit jugé excellent, comme il l'est en effet, & qui appartient à M. d'Onzembray. Cependant avec toutes ces précautions, il ne nous a jamais réussi à feu M. Maraldi, ni à moi, de voir aucunes taches distinctes dans Venus, par un grand nombre d'observations faites le soir, en 1729, dans les temps les plus favorables; soit que celles qui avoient été remarquées par M. Bianchini les années précédentes eussent disparu, soit que l'air ne fût pas assez serein en ce pays-ci, pour pouvoir les appercevoir distinctement: ce qui peut être la cause de ce que mon Pere, qui avoit aperçu en Italie quelques taches dans Venus, ne les a jamais pû découvrir ici, même avec de plus longues Lunettes. Nous avons seulement remarqué, que la partie la plus proche de la section étoit plus obscure que celle qui étoit vers les bords, ce qui nous faisoit soupçonner qu'il y avoit des taches. Cependant comme cette apparence peut provenir de ce que la partie la plus proche de la section est moins éclairée du Soleil par ses rayons qui y tombent plus obliquement que vers les bords; nous n'avons pas crû pouvoir y asseoir de jugement certain, jusqu'à ce que nous ayons d'autres observations sur l'évidence desquelles on puisse compter, & que nous continuerons de faire, lorsque l'occasion s'en présentera.



Figure des Tâches de Vénus.

Mém. de l'Acad. 1732 pl. 12 pag. 214.

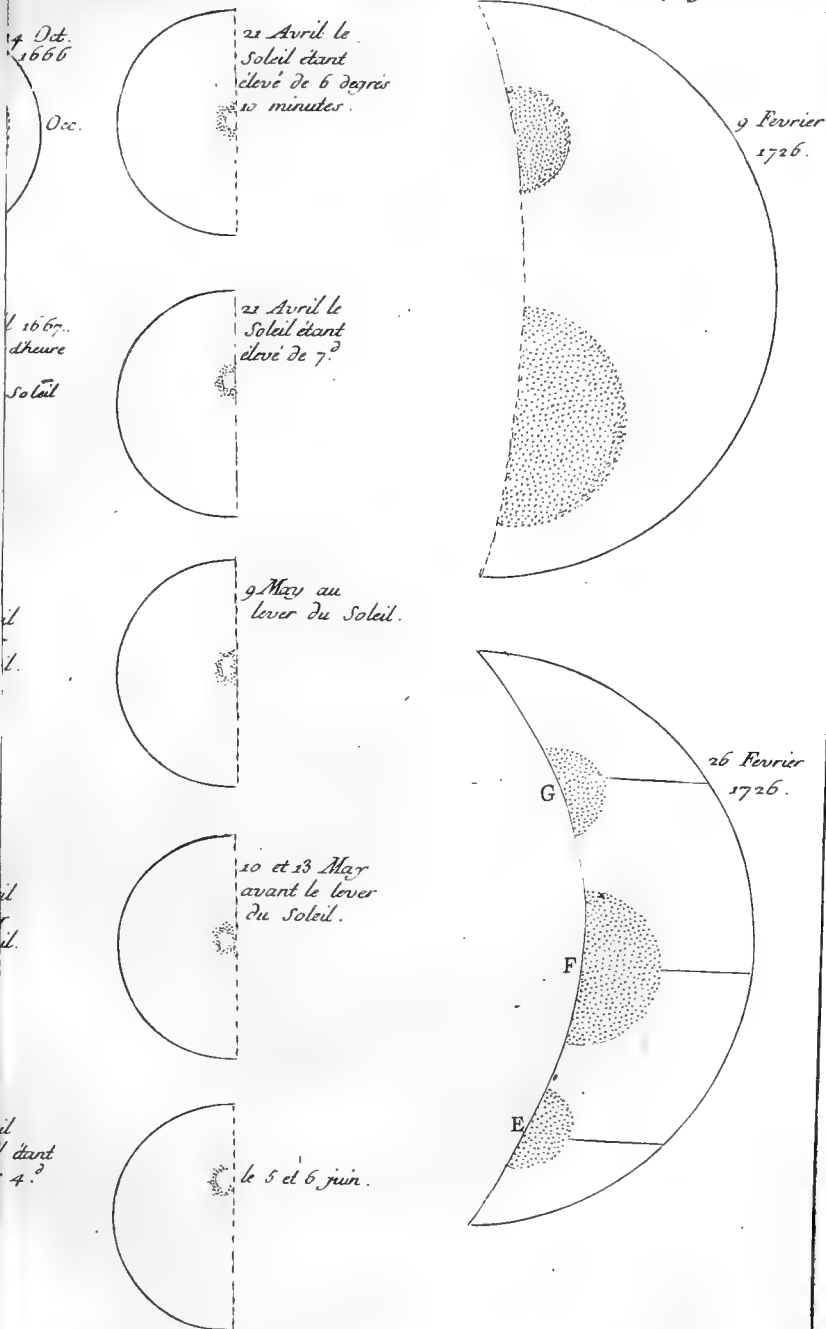
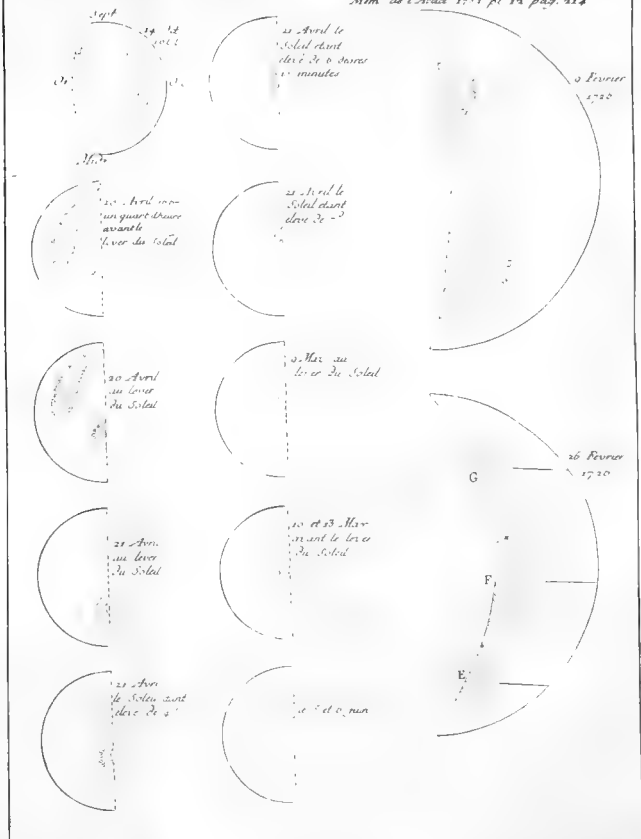


Figure des Tâches de Vénus

Mem. de l'Acad 1731 pl 12 pag. 214



Simonneau Sault

DISSERTATION SUR L'AMPUTATION,

Où l'on déduit les différents moyens dont on s'est servi pour faire cette opération, & pour arrêter le sang des Arteres, depuis Hippocrate jusqu'à la fin du Siècle dernier.

Par M. PETIT le Médecin.

JE ne parlerai dans cette Dissertation que des principaux Auteurs qui ont décrit l'opération de l'Amputation. Il seroit ennuyeux & même inutile de les parcourir tous. Mon dessein est d'exposer en raccourci tout ce qu'on a inventé depuis Hippocrate, pour rendre cette opération plus utile, plus sûre & plus parfaite. 21 Juin 1732.

Celle, qui vivoit plus d'un siècle avant Galien, est le premier auteur dans lequel on trouve la description de cette opération; il ne la donne pas comme nouvelle, & quoique sa chirurgie soit, dit-on, tirée d'Hippocrate & d'Asclépiade, il ne cite ni l'un ni l'autre par rapport à cette opération.

Hippocrate traite de la Gangrene & du Sphacele, il dit ^a qu'il faut amputer ce qui est pourri, mais il ne décrit point l'amputation du membre. Asclépiade vivoit un siècle avant Jesus-Christ ^b, nous n'avons rien de lui sur cette matière, on ne sçait s'il a fait cette opération. On en doit dire autant d'Erophile & d'Erasistrate, qui faisoient les opérations de Chirurgie, comme je l'ai dit ailleurs ^{*}. Nous ne trouvons donc aucune description de cette opération avant Celse. Il ne faut point douter qu'elle n'ait été faite avant lui, & même

^a De articul. 4. observ. 17. de morb. vulg. lib. 2. sect. 7. Epidem. lib. 7.

^b Daniel le Clerc, dans son histoire de la Médecine, edit. 1723. p. 392.

dît que ce Médecin étoit dans une grande réputation à Rome pendant la vie de Mithridate, c'est-à-dire, vers le milieu du siècle XXXIX.

^{*} Mem. Acad. an. 1725. p. 8.

qu'elle n'ait été décrite par quelques auteurs dont les ouvrages ont été perdus. Selon toute apparence on n'a fait cette opération dans ces temps-là, & même depuis, jusqu'au 15^{me} siècle, qu'à l'occasion du Sphacele survenu à un bras ou à une jambe. Il paroît qu'on la devoit faire très-rarement, parce que les malades étoient toujours en danger de mourir, & , selon Celse ^a, mouroient le plus souvent par l'hémorragie pendant l'opération. Il ne faut pas s'en étonner, Celse ne faisoit point de ligature au dessus du lieu qu'il vouloit amputer, pour comprimer les vaisseaux, & y suspendre l'hémorragie, du moins il n'en dit rien dans la description de son opération. La voici : *Igitur inter sanam vitiatamque partem*

Lib. 7. c. 33.

incidenda scapello caro usque ad os est sic, ut neque contra ipsum articulum id fiat, & potius ex sana parte aliquid excidatur, quam ex agra relinquatur. Ubi ad os ventum est, reducenda ab eo sana caro, & circa os subjecanda est, ut ea quoque parte aliquid ossis nudetur : dein id ferrula præcidendum est, quam proxime sanæ carni etiam in hærenti, ac tunc frons ossis quam ferrula exasperavit, lavanda est supraque inducenda cutis, quæ sub ejusmodi curatione laxa esse debet, ut quam maxime undique os contegat. Quo cutis inducta non fuerit, id linamentis erit contegendum, & super id spongia ex aceto deliganda. Cætera postea sic facienda, ut in vulneribus, in quibus pus non moveri debet, præceptum est.

On ne voit dans cette description aucun moyen de suspendre l'hémorragie, & voilà pourquoi les malades mouroient souvent par la perte de leur sang pendant l'opération. Ce qu'il y a de surprenant, c'est qu'on ne trouve point ce moyen dans aucun des auteurs qui ont décrit cette opération jusqu'au 16^{me} siècle.

Paul Æginete, Avicenne, Guy de Chauliac, n'en disent pas un mot. Guy de Chauliac, qui vivoit vers le milieu du 14^{me} siècle, faisoit deux ligatures, une au dessus de l'endroit où il devoit faire l'amputation, & une autre au dessous, mais il ne

^a *Lib. 7. cap. 33.* Sed id quoque in ipso opere, vel profusione sanguinis, vel animæ defectione, moriuntur.

dit point qu'il les faisoit pour suspendre l'hémorragie, ou même pour ôter le sentiment à la partie. Il est aisé de comprendre qu'il ne les faisoit que pour assujettir les chairs, & les affermir de manière que le couteau pût les couper plus uniment & avec plus de facilité, ce que l'on fait encore aujourd'hui. On ne sçait si Vesale s'est servi d'une ligature pour suspendre l'hémorragie, on ne le voit pas bien clairement dans sa description.

Bartholomæus Maggius^a, qui a écrit vers le milieu du 16^{me} siècle, & dont les œuvres ont été recueillies par Gesner, faisoit une ligature sur la partie saine au dessus de la partie corrompue. L'on serroit cette ligature très-fort, pour ôter en quelque manière le sentiment à la partie. Il ne parle point du tout des moyens de suspendre l'hémorragie pendant l'opération. Il dit que Celse faisoit une ligature au dessus de la partie corrompue, mais Celse n'a point décrit son opération de la manière dont Maggius la rapporte. J'ai fait voir ci-dessus qu'il ne dit rien de cette ligature. Botal^b, Médecin de Charles IX, dit qu'on faisoit trois ligatures de son temps, une sans doute pour ôter le sentiment (il ne le dit pas positivement), & les deux autres au dessus & au dessous de l'endroit où l'on devoit couper le membre, sans rien dire des moyens de suspendre l'hémorragie.

Paré, Chirurgien de Charles IX, dit^c que lorsque l'on veut amputer un membre, il faut tirer la peau & les muscles vers la partie saine, & faire une ligature extrême au dessus de l'endroit où l'on voudra couper, avec un fort lien délié & de figure plate. Elle sert, dit-il, 1.^o à tenir le cuir & les muscles relevés en haut avec l'aide des serviteurs. 2.^o Elle prohibe l'hémorragie. 3.^o Elle ôte le sentiment à la partie. Voilà le premier auteur que j'ai trouvé qui parle bien clairement de la manière de suspendre l'hémorragie pendant l'opération.

Pigray, Fabrice d'Aquapendente, Fabrice Hildam, & tous les Chirurgiens qui sont venus après lui, l'ont mise en usage.

^a De vulner. sclop. cur. de memb. sphacelo affecti & corrupti excisione.

^b Leonardi Botalli opera de vulner. sclopet. c. 23. p. 789. edit. 1660.

de Van Horne.

^c Oeuvre de Chirurgie, liv. 12. des combustions & gangrenes, edit. 1664.

Il est vrai que cette ligature ne suspendoit pas toujours & totalement l'hémorragie, car les vaisseaux laissoient échapper plus ou moins de sang malgré cette ligature : cet inconvénient mettoit quelquefois le malade en danger de perdre la vie. Le S.^r Morel, Franc-Comtois, Chirurgien d'armée, & fort ingénieux, a trouvé le moyen d'arrêter le sang avec plus de sûreté ; il a inventé le Tourniquet en 1674, de la manière dont on s'en sert aujourd'hui *. Avec cet instrument on est le maître d'arrêter totalement le sang, & d'en laisser couler si peu & autant que l'on veut, en le serrant plus ou moins. Il ôte le sentiment à la partie, enforte que les malades ne sentent point une douleur si vive, lorsque l'on coupe les chairs ; & que l'on fait la ligature des vaisseaux, ce qui fait qu'ils supportent avec plus de patience cette cruelle opération ; avantage qui ne se trouve qu'imparfaitement dans la ligature de Paré.

Un des défauts de ce Tourniquet est, dit-on, de pincer la peau, & de causer des douleurs très-vives ; ce qui est vrai, lorsque le Chirurgien n'a pas l'adresse de l'accommoder comme il faut, mais avec un peu de soin & d'attention, & à l'aide d'un carton que l'on met à l'endroit du bâton ou garot, on évite cet accident.

Un autre défaut que l'on donne à ce Tourniquet est que si l'on apprehende l'hémorragie après l'opération, on ne peut le laisser sur la partie, parce qu'il supprime totalement la circulation du sang au dessous de l'endroit où il est appliqué. Cette partie courroit risque de tomber en mortification, ce qui a engagé quelques Chirurgiens habiles à imaginer de nouvelles Machines dont je parlerai dans un Mémoire, où j'exposerai celles qui ont été inventées depuis le dernier siècle pour suspendre & arrêter l'hémorragie des Arteres. En attendant, je dirai que le S.^r Morel n'a prétendu se servir de son Tourniquet que pour suspendre sûrement l'hémorragie dans le temps de l'opération, & jusqu'à ce qu'on s'en soit rendu maître par la ligature des vaisseaux, ce que l'on n'avoit encore

* Voyés *l'Art de saigner* du S.^r Meurisse, edit. 1728. p. 302.

pû faire ; d'ailleurs c'est un cas très-rare de voir renouveler l'hémorragie, lorsque la ligature est faite de la manière dont nous le dirons dans la suite de ce Mémoire, après que nous aurons vû de quelle manière on coupoit les chairs.

Hippocrate ni Galien, comme je l'ai dit, n'ont donné aucune description de l'amputation, il ne faut donc pas chercher chés eux de quelle manière on coupoit les chairs, ni comment on arrêtoit le sang des vaisseaux, ils ont rapporté en général les moyens d'arrêter les hémorragies, mais ils n'ont rien dit en particulier des moyens d'arrêter le sang dans l'amputation.

J'ai été surpris de ne point trouver dans Galien l'opération de l'amputation, lui qui décrit volontiers les opérations de Chirurgie. Il a parlé de la Gangrene & du Sphacele^a ; il dit, après Hippocrate, qu'il faut amputer la chair pourrie & gâtée, mais il n'en dit pas davantage. Cette opération devoit pourtant se pratiquer de son temps à Rome, puisque Celse qui étoit Romain, & qui vivoit cent ans ou environ avant Galien, l'a décrite, & qu'il l'a faite ou vû faire. Galien ne cite aucun Médecin ni Chirurgien qui ait fait cette opération ; il auroit dû au moins citer Celse, qui doit avoir été en grande réputation pour la Chirurgie, je n'ai trouvé même le nom de Celse en aucun endroit des ouvrages de Galien.

Nous avons rapporté au commencement de cette Dissertation, la description que Celse a faite de cette opération ; nous avons vû qu'il coupe les chairs jusqu'à l'os, & plutôt dans le vif que dans le mort. Il scie l'os, & ramene la peau par dessus l'os, & sans doute par dessus l'embouchure des vaisseaux, quoiqu'il ne le dise pas. Mais comment cette peau pouvoit-elle recouvrir l'os & les vaisseaux ? on ne voit point qu'il prenne la précaution de tirer la peau & les chairs vers le haut de la partie, à moins qu'on ne veuille le sousentendre. Il ne paroît pas d'ailleurs qu'il ait formé un lambeau de peau, comme quelques Chirurgiens ont fait à la fin du dernier siècle ; la

^a Lib. 2. ad Glauc. cap. 9. In lib. Hippocr. de fract. comment. 11. De method. medend. lib. 2. cap. 9.

chose est trop singulière, il n'auroit pas manqué de le dire. Il coupoit très-près des chairs sphacelées *inter sanam vitiatam-que partem*, ce qui ne pouvoit pas lui procurer la facilité de laisser un lambeau ; il ne passoit point un fil en croix dans les chairs & dans la peau, comme on a fait depuis, pour assujettir cette peau sur l'endroit amputé, cependant il est clair, par sa description, qu'il vouloit que la peau couvrît l'os, & qu'elle se réunit à l'os & aux chairs ; & afin que cela se fit avec plus de facilité, il laissoit la peau lâche, mais il ne le pouvoit, s'il ne faisoit tirer & relever cette peau vers la partie supérieure : c'est ce qu'il ne dit point, il dit simplement, *supraque inducenda cutis ; quæ sub ejusmodi curatione laxa esse debet*. Il nettoyoit la partie antérieure de l'os de toutes les aspérités que les dents de la scie peuvent y avoir produites, & qui doivent s'exfolier. Enfin il n'appliquoit aucun astringent sur les vaisseaux. Il n'appliquoit point le feu, ni ne faisoit point la ligature des vaisseaux. Cela auroit été contre son intention, qui étoit vrai-semblablement de boucher l'orifice des vaisseaux avec la peau & les chairs qu'elle amenoit avec elle, pour prévenir par ce moyen l'hémorragie, & réunir le tout ensemble. Il se contentoit de mettre du linge sur les endroits que la peau ne pouvoit recouvrir, il appliquoit sur le tout une éponge imbibée de vinaigre, & par cet appareil il évitoit la suppuration, & consolidoit la playe très-promptement. Voilà précisément l'intention des S.^{rs} Verduin ^a & Sabourin ^b, l'un Hollandois & l'autre Genevois, qui se sont proposé tous deux en même temps, sur la fin du siècle dernier, de laisser dans cette opération une partie de peau & de chair en lambeau pour recouvrir plus facilement les os & l'embouchure des vaisseaux, ce qu'ils ont appelé l'*opération de l'amputation à lambeau* ; ils évitoient la suppuration, & abrégeoient ainsi la guérison de la playe.

Il seroit à souhaiter que Celse se fût expliqué plus clairement sur les moyens dont il se servoit pour tenir la peau

^a *Mangeti Bibliot. anatom. chirurg. tom. 1. lib. 7. p. 255. & seqq.*

^b *Hist. de l'Acad. des Sciences, 1702. p. 33.*

lâche : nous voyons aujourd'hui que quelque effort que l'on fasse pour tirer & relever la peau & les chairs en haut avant que de les couper, on ne peut ramener la peau sur l'os après l'amputation, du moins on ne peut l'y contenir avec facilité; ce qui a engagé plusieurs Chirurgiens célèbres à retenir sur la playe la peau & les chairs par le moyen d'un fil qu'ils y passoient en croix, & c'est ce que nous verrons en parlant des Chirurgiens qui ont décrit cette opération à la fin du 16^{me} & dans le 17^{me} siècle.

On voit, par tout ce que je viens de dire, bien des obscurités dans la description de l'opération de Celse.

Paul Æginete ^a, qui, selon Freind, vivoit dans le 7^{me} siècle, est le premier que j'ai trouvé qui, après Celse, a décrit cette opération. Il ne manque pas d'obscurité, non plus que Celse, on ne peut découvrir facilement s'il coupoit dans la partie saine, ou dans ce qui étoit sphacelé. Il rapporte la manière dont Leonides faisoit cette opération. Il dit qu'avant que de scier l'os, on doit mettre un linge ou bande large sur la partie coupée pour empêcher que la scie ne la touche, & ne cause de la douleur : ce qui marque en quelque manière qu'il coupoit dans le vif; & pour arrêter l'hémorragie, il brûloit l'orifice des vaisseaux avec le cautere actuel.

Avicenne, qui vivoit dans le 12^{me} siècle, veut ^b que l'on coupe dans le sphacelé pour éviter l'hémorragie, & que l'on applique les fers chauds sur la partie gâtée que l'on a laissée sur la partie saine.

Guy de Chauliac ^c coupoit la chair entre deux ligatures, & à l'exemple de Paul, il appliquoit un linge ou bande large sur la partie coupée, pour la garantir de la scie, il scioit l'os, & cautérisoit la chair saine avec des fers brûlants, ou avec l'huile bouillante.

Vésale ^d qui a écrit dans le 16^{me} siècle, a donné une

^a Lib. 6. cap. 84. p. 243. de extremarum partium præsectione.

^b Tom. 2. lib. 4. fen. 3. tract. 1. p. 114. 115.

^c Magna Chirurg. a Laurentio

Jouberto. Lugd. 1585. in 4.º tract. 6. doctrina 1. cap. 8. de memb. superf. &c.

^d Chirurg. magn. lib. 5. cap. 12. de Gangræna.

description de cette opération un peu embrouillée. Il parle de ligature, mais on ne peut découvrir ni comment ni pour-quoi il s'en sert. On voit qu'il coupe les chairs avec un couteau chauffé, mais il faut deviner si c'est dans le vif, plutôt que dans le mort; ensuite il applique des fers chauds sur les grands vaisseaux, & sur la chair qu'il brûle jusqu'à ce que le malade sente de la douleur, ce qui fait soupçonner qu'il coupe dans le mort, & que les vaisseaux ne fournissent plus de sang, puis il cautérise la partie antérieure de l'os pour la faire exfolier plus promptement.

Bartholomæus Maggius^a, contemporain de Vésale, coupoit la partie corrompue, & la séparoit de la partie saine; & après avoir scié l'os, il appliquoit des fers chauds sur les vaisseaux & les chairs à demi-corrompues, ou bien il trempoit le membre dans l'huile bouillante seule, ou mêlée avec du soufre, jusqu'à la partie saine. Voilà, à peu de chose près, la méthode de Guy de Chauliac.

Botal^b rapporte l'opération, de la même manière que Maggius; il ne fait pourtant point mention d'huile bouillante: mais Botal trouvoit que l'on employoit trop de temps, en faisant l'opération de cette manière; outre cela, on faisoit, selon lui, trop de douleur en sciant l'os, dont on ne pouvoit ôter toutes les chairs qui y étoient attachées, que l'on déchiroit avec la scie, & principalement lorsqu'il y avoit deux os à scier. Il a imaginé un autre moyen de couper le membre tout d'un coup, & qu'il dit être plus sûr, plus facile, & plus prompt. Il se servoit pour cela de deux couteaux fort larges, en forme de couperet, comme ceux des bouchers, dont l'un étoit assujetti & engagé sur une piece de bois ou billot, placé entre deux colonnes de bois; l'autre étoit assujetti à la partie inférieure d'une autre piece de bois qui couloit entre les deux colonnes; elle pouvoit monter & descendre, au moyen de deux rainures pratiquées dans les deux colonnes de bois,

^a *De vulnerib. sclopet. curat. in Chirurg. de Chirurg. script. Tiguri, Gesneri, 1555.*

^b *Leon. Botalli opera de vulner. sclopet. cap. 23. edit. de Van Horne, R. 789.*

comme dans la machine qui sert à enfoncer des pieux. Il plaçoit le membre entre ces deux colonnes au-dessus du couperet inférieur, & laissant tomber la piece de bois, chargée de plomb pour la rendre plus pesante, le membre étoit coupé dans l'instant, par la rencontre des deux couteaux, le malade ne sentoît qu'une douleur très-légère, l'on cautérisoit aussi-tôt les vaisseaux, & il ne se perdoit que très-peu de sang.

On a reproché à cette méthode, la contusion qui arrivoit aux chairs, & principalement la fracture des os qui se brisoient en plusieurs pieces, ce qui rendoit dans la suite, la guérison difficile. C'est, je crois, cette dernière raison qui est la principale cause que cette opération n'a point été suivie. Botal cite, page 791, un certain Maître Jacques, Chirurgien, *Magister Jacobus cognomine Regius*, qui réussissoit dans cette opération. Hildam s'est élevé contre cette méthode.

Paré, contemporain de Botal, coupoit les chairs dans le vif, avec un couteau courbe, il se servoit d'une bande large, coupée en deux, comme Paul Æginete, & Guy de Chauliac, pour relever les chairs, les couvrir & les garantir de la scie. Il coupoit avec un bistouris un peu courbe, les chairs qui se trouvoient entre les deux os, lorsque l'amputation se faisoit à la jambe ; il scioit les os, puis il prenoit les vaisseaux avec un bec de corbin, il les tiroit, & les lioit d'un double fil avec de la chair, si elle s'y rencontroit ; ensuite il défaisoit le lien qui serroit le membre au-dessus de l'amputation, il faisoit quatre points d'aiguille en croix, aux lèvres de la playe, & ramenoit sur les os, les muscles coupés avec la peau, mais seulement autant qu'elles se trouvoient à pareille longueur qu'elles étoient avant l'amputation, & il ne serroit point trop le fil. Si la ligature de quelque vaisseau se délioit, Paré ne se mettoit pas en peine de chercher ce vaisseau avec le bec de corbin, on ne le trouveroit pas ; mais sans relire le membre avec une ligature, il le faisoit empoigner par un homme robuste qui pressoit fortement l'endroit de la route des vaisseaux. Pour lors Paré prenoit une aiguille quarrée & bien tranchante, longue de 4 pouces, enfilée d'un bon fil en trois

ou quatre doubles, il passoit l'aiguille dans les chairs, à un demi-doigt de l'orifice du vaisseau & par-dessus, puis il la repassoit de même par dessous, en faisant le tour du vaisseau, & la faisoit sortir à un doigt de son entrée; il mettoit entre les deux bouts du fil, une petite compresse sur laquelle il faisoit la ligature, puis il mettoit les astringents sur la playe, & levoit l'appareil le 4.^{me} jour.

Paré fait remarquer que si c'est une amputation de la jambe, il la fait tenir pliée, puis après la section de l'os, il la fait étendre, afin que les vaisseaux que l'on veut lier se manifestent mieux. Il dit qu'il est le premier qui a trouvé ce moyen. Je ne me suis point apperçû qu'il ait produit l'effet qu'il lui attribué, car comme les vaisseaux sont attachés aux chairs qui les environnent, ils les suivent par leur ressort, lorsqu'elles se retirent. Paré a fait d'autres découvertes plus importantes, il est le premier qui a fait la ligature des vaisseaux dans l'amputation. Gourmelen s'est gendarmé en vain contre cette ligature des vaisseaux; malgré tout ce qu'il a pû dire, cette méthode a été trouvée très-utile, & a été suivie.

J'ai trouvé encore d'autres nouveautés dans Paré; il ne se les attribué pas, mais je ne les ai point rencontrées ailleurs. L'une qu'il est le premier où je vois l'usage du couteau courbe pour couper les chairs, il ne paroît pas que Maggius, qui a écrit peu de temps avant Paré, s'en soit servi, il ne le dit pas dans sa description: je ne voudrois pourtant pas assurer que l'on ne s'en soit servi avant Paré, il y a un endroit dans Botal qui le feroit soupçonner. Dans la description qu'il donne de la manière dont on faisoit l'opération de son temps, il se sert seulement du mot de *cultro*^a à l'ablatif, sans dire que ce couteau étoit courbe: mais son Commentateur Van Horne dit, *cultrum intelligit instar corniculatæ lunæ falcatum*. Botal se sert du mot de *novacula*. Mais Hildam, qui s'est servi du couteau courbe, employe aussi le mot de *novacula*.

L'autre nouveauté que j'ai vûe dans la description de Paré,

^a De vuln. sclop. c. 22. p. 788. | dum fas est, amputare solet, nempè il dit: *Duplici modo, chirurgica ars, | ferra & cultro.*

est qu'il coupe les chairs entre les deux os de la jambe; il se servoit pour cela d'un bistouri un peu courbe. Il n'est pas sûr que Paré soit l'auteur de ces deux dernières nouveautés, il n'auroit pas manqué de s'en faire honneur, comme il a fait des précédentes, puisqu'elles sont d'une grande utilité: car l'on s'en est toujours servi depuis ce temps-là.

Il y en a encore une autre que je ne trouve point avant lui, & qu'il ne s'attribuë pas plus que les deux dernières, c'est qu'après avoir lié les vaisseaux, il ramenoit la peau & les chairs sur les os, & les y contenoit en faisant quatre points d'aiguille en croix, aux levres de la playe. Sans doute que cette méthode se pratiquoit de son temps, mais elle étoit inutile, & même impossible en quelques occasions. Elle n'étoit d'aucun usage, 1.^o lorsqu'on coupoit les chairs dans la partie morte, parce que les chairs & la peau sphacelée ne pouvoient soutenir les points d'aiguille, elles se seroient facilement déchirées. 2.^o Ceux qui coupoient dans le vif, & qui appliquoient les fers chauds sur toute la surface de l'amputation, ne pouvoient aussi s'en servir, à cause de la croûte qui s'y formoit, & parce que ces chairs étant à moitié cuites devoient se déchirer facilement. Ceux mêmes qui ne se sont point du tout servis de fer, ont été obligés de l'abandonner, à cause que lorsque les fils serroient un peu fort, elle causoit beaucoup de douleur, & produisoit de l'inflammation à la partie, ce qui obligeoit de couper les fils au plus vite. Elle devenoit inutile, si on ne serroit un peu les fils. Le bandage seul satisfait à l'intention que l'on se propose dans cette méthode.

Daniel Sennerte décrit l'amputation de la même manière que Paré.

Pigray ne diffère de Paré, qu'en ce qu'il dit que lorsqu'il ne peut prendre aisément les vaisseaux avec le bec de corbin, il les cautérise avec le caustere actuel.

Guillemeau est de même sentiment; outre cela il fait la ligature des vaisseaux d'une manière particulière (page 508), il perce la peau au dessus de l'amputation avec une aiguille

enfilée d'un bon fil qu'il conduit au dessus, & au de-là du vaisseau, puis il perce la chair au dessous du vaisseau, avec la même aiguille qu'il fait sortir sur la peau à un doigt du premier point, il embrasse de cette manière le vaisseau & les chairs, qu'il serre, en liant les deux extrémités du fil sur une petite compresse qu'il y met, pour empêcher le fil de couper la peau. Cette méthode ne paroît avoir été suivie que de Dionis, encore y a-t-il fait un changement, comme je le dirai en son lieu.

Fabrice d'Aquapendente qui a écrit au commencement du 17.^{me} siècle^a, coupoit les chairs dans le sphacelé, dont il laissoit l'épaisseur d'un doigt, comme Avicenne & Vésale, & par-là, dit-il, il évitoit l'hémorragie & la douleur; puis il appliquoit le feu sur la partie, jusqu'à ce que le malade sentît la chaleur, & qu'il se fût formé une croûte sur l'embouchure des vaisseaux.

Cette pratique a été enfin rejetée, parce qu'elle est sujette à plusieurs inconvénients. Le premier est que quelque précaution que l'on prenne pour brûler tout le mort que l'on laisse sur le vif, on doit craindre qu'il n'en reste assez pour produire la corruption dans la partie saine. Le second inconvénient est que la partie sphacelée & cautérisée, étant séparée du vif par la suppuration, il reste un bout d'os allongé, qui retarde beaucoup la guérison de la playe, qui ne peut se consolider facilement.

Marcus Aurelius^b Severinus^b décrit l'opération comme Paré, il en diffère pourtant en ce qu'il ne fait point la ligature des vaisseaux. Il se contente de ramener la peau par dessus la playe. Il recouvre les vaisseaux, il y assujettit cette peau avec du fil passé en croix, enfilé dans deux aiguilles. Nous avons fait voir ci-dessus les inconvénients de cette méthode.

Guillaume Fabrice Hildan^c, après avoir lié le membre très-fortement, pour suspendre la circulation du sang, assujettit,

^a *De Chirurg. operat. cap. 96.* | *cap. 9. pag. 243. edit. 1632.*
^{p.} 123. *edit. 1619.* | ^c *Chirurg. lib. 7. cap. 23. de*

^b *Chirurg. lib. 2. pars prima,* | *sphacelo.*

la partie sur un banc avec une bande ; il enveloppe le membre avec une espee de manche de cuir, dont l'extrémité peut être ferrée en forme de bourse, puis il coupe les chairs dans le vif jusqu'à l'os, avec un rasoir ou autre couteau courbe tranchant des deux côtés. Il dépouille l'os de son périoste, & lorsqu'il y a deux os, il coupe les chairs qui se trouvent entre deux avec un bistouri un peu courbe, après quoi il enveloppe la chair coupée, en serrant les cordons de la manche, & par son moyen il retire les chairs en haut, il découvre l'os, & empêche que le sang qui sort des vaisseaux ne cache l'endroit où l'on doit appliquer la scie avec laquelle il coupe l'os : puis ayant ôté la manche & les liens, il applique le cautère actuel sur les vaisseaux, jusqu'à ce qu'il s'y soit formé une croûte pour arrêter le sang.

Ce que Hildan a de singulier, c'est 1.^o qu'il se sert d'un banc pour assujettir le membre qu'il veut amputer ; mais cela paroît très-inutile, & peut même être embarrassant, ce qui est causé que l'on ne l'a pas suivi en cela. 2.^o Il se sert d'une espee de manche de cuir qui est aussi plus embarrassante qu'utile, puisque l'on se sert avec plus de facilité & de promptitude d'une bande de linge large & fenduë en deux par une de ses extrémités. Hildan s'est aussi quelquefois servi du couteau rougi au feu pour couper les chairs. Il se sert du cautère actuel pour arrêter le sang des vaisseaux, principalement lorsque le membre est sphacelé ; mais, selon lui, on peut se servir de la ligature, si le patient est jeune, robuste & pléthorique, & pour lors il fait la ligature du vaisseau comme a fait Ambroise Paré. Il cite mal-à-propos Celse, Galien & Avicenne sur la ligature des vaisseaux dans l'amputation, puisqu'ils ne l'ont faite qu'aux vaisseaux ouverts par des playes, comme je l'ai dit ci-dessus.

Hildan ramene la peau & les chairs autant qu'il peut par dessus les os, sans les y assujettir avec du fil passé en croix dans les chairs & dans la peau, & dont il ne veut pas qu'on se serve pour les raisons que nous avons dites ci-dessus.

Vigier, qui a donné ses œuvres de Chirurgie vers le milieu

du siècle passé, faisoit l'amputation de la même manière & avec les mêmes précautions que Pigray. Barbet a fait la même chose, il a écrit un peu plus tard que Vigier, Nuck les a suivis de près. Il est le premier qui parle du Tourniquet que le S.^r Morel a inventé pour suspendre l'hémorragie, mais il trouve la ligature des vaisseaux si douloureuse, qu'il aime mieux se servir du cautere actuel. Il se trompe, car la ligature du vaisseau bien faite, est moins douloureuse & bien plus sûre que le cautere actuel. Nuck dit qu'on peut se servir d'une espece de champignon qu'il appelle *bonist*, & que nous nommons *vesce de Loup*^a; on s'en sert communément en Allemagne & en Hollande pour arrêter les hémorragies. Charrière^b, Jean-Baptiste Verduc^c, Dionis, n'ont fait que copier les auteurs qui les ont précédés dans la description qu'ils ont donnée de l'amputation. Mais Dionis donne deux nouveaux moyens d'arrêter le sang par la ligature des vaisseaux. Dans le premier, il lie le vaisseau avec un fil ciré & enfilé dans une aiguille, & se sert du valet à Patin pour prendre le vaisseau & le tirer dehors; il entoure le vaisseau avec le fil, il passe après cela l'aiguille & le fil à travers l'extrémité du vaisseau, puis il le lie & le fixe de manière qu'il ne peut se déranger par la pulsation du sang. Dans le second moyen, il prend deux aiguilles enfilées du même fil ciré, il en passe une au dessus du vaisseau dans les chairs qu'il traverse avec la peau, & qu'il fait sortir à deux travers de doigts au dessus de l'amputation. Il perce avec l'autre aiguille les chairs & la peau au dessous du vaisseau, & la fait sortir à un demi-travers de doigt de l'autre point d'aiguille; il met entre les deux une petite compresse sur laquelle il nouë ces deux fils, & serre ainsi le vaisseau. Ce second moyen ne diffère de celui dont parle Guillemeau, que parce que ce dernier ne se sert que d'une aiguille.

Le valet à Patin est une espece de pince qui a été inventée vers le milieu du siècle passé, & dont on ne fait pas aujourd'hui

^a V. les Mem. de l'Acad. de cette
année 1732. p. 33.

^b Edit. 1721. p. 322.

^c Edit. 1721. p. 351.

un grand usage. M. Garangeot, Maître Chirurgien de Paris, en donne la description^a & la figure. Dans le commencement qu'on s'est servi de cet instrument, on y passoit un fil en nœud coulant, on tiroit l'artere en dehors avec le valet à Patin, & l'on lioit l'artere à nud sur laquelle le fil n'étoit pas fixé, de manière qu'il ne pût couler, ce qui étoit sujet à deux inconvénients. 1.^o Si on serroit le fil un peu fort pour l'empêcher de couler, il coupoit peu-à-peu l'artere dont le bout lié se séparoit trop tôt, & l'hémorragie se renouvelloit plus dangereusement qu'auparavant. 2.^o Si la ligature que l'on faisoit étoit un peu lâche, la pulsation continuelle du sang pouffoit peu-à-peu le fil, & le faisoit couler jusqu'à l'extrémité du vaisseau qu'il abandonnoit. Dionis a voulu remédier à ce défaut, en passant le fil à travers le vaisseau, dans le premier moyen qu'il propose, & qui n'a pas été suivi, parce qu'il est trop composé. Le second moyen l'est encore davantage, il est aussi plus douloureux. Aujourd'hui on lie les arteres à la manière de Paré, qui est la plus simple, & suivie de tous les bons praticiens. On passe l'aiguille, comme je l'ai déjà dit, à travers les chairs qui sont autour de l'artere, & l'on nouë les deux bouts du fil sur une petite compresse de linge. Dionis dit aussi qu'on peut arrêter le sang avec un bouton de vitriol, ce qui a été pratiqué & recommandé par plusieurs praticiens du dernier siècle.

Le vitriol de Cypre, qui est celui dont on se sert pour brûler l'orifice des arteres ouvertes, & qui y fait un bon escarre, n'arrête pas si promptement le sang que le cautere actuel & la ligature, il faut qu'il se liquefie pour s'insinuer dans les pores des chairs; ainsi ce remede ne peut agir que lentement. Le sang auroit bientôt franchi la barrière qu'on lui oppose, si on ne prenoit de grandes précautions : ceux qui s'en sont servis, ont mis des compresses graduées sur le bouton de vitriol, & d'autres compresses longues sur le passage des vaisseaux, de manière qu'au moyen d'un bandage un peu serré, les chairs pouvoient être comprimées sur les vaisseaux.

^a *Traité des instrum. de Chirurg. tom. 2. p. 13. & suiv.*

On ne manquoit pas de mettre un garçon qui tenoit incessamment la main sur le moignon. On prenoit, à la vérité, les mêmes précautions dans les autres appareils de l'amputation, mais sur-tout dans celui-ci on y avoit une attention très-exacte.

Au surplus on évitoit de se servir de forts suppuratifs, pour ne point donner occasion à l'escarre de se séparer trop promptement, & de tomber avant que l'extrémité du vaisseau fût entièrement resserrée & tout-à-fait bouchée.

Il ne sera pas hors de propos d'expliquer ici l'action des Escarrotiques. Je vais donner mes conjectures sur cette matière, qui est remplie de difficultés comme beaucoup d'autres. Il me paroît qu'il est toujours bon de les hasarder, cela engagera sans doute quelques Physiciens à les examiner avec attention, & peut-être à en proposer de plus vrai-semblables, que l'on recevra avec plaisir.

On fait en général deux sortes de caustiques ou cauterés; l'un est appelé *cautere actuel*, & l'autre *cautere potentiel*. Le cautere actuel est le feu, & tous les corps brûlants, comme le fer, l'eau & les huiles très-chaudes, &c. Lorsqu'on les applique sur une partie, leur chaleur pénètre les chairs où il se trouve de l'air enfermé dans les liqueurs qui y circulent, cet air est rarefié & dilaté extraordinairement par la grande chaleur. Cette violente dilatation sépare & desunit toutes les parties entre lesquelles l'air se trouve logé, & en détruit ainsi la structure. L'air dilaté s'échappe facilement des pores & des interstices des chairs qu'il a détruites, il enleve en même temps toutes les parties aqueuses qui s'y trouvent, ce qui est cause que l'endroit brûlé se sèche, & qu'il s'y forme une croûte.

Le plomb fondu, le soufre fondu & les huiles très-chaudes, dont quelques praticiens se sont servis, agissent de la même manière.

Je fais de trois sortes de Cauteres potentiels, par rapport aux parties sur lesquelles ils agissent. Les premiers n'ont d'action que sur les chairs découvertes de la peau; les seconds agissent sur la peau & les chairs, & les troisièmes n'attaquent seulement que la peau.

Les cauterés de la première sorte sont le vitriol de Cypre, l'arsenic, le sublimé corrosif, &c. Ils ne font escharres que dans les chairs, & n'en font point lorsqu'ils sont appliqués sur la peau. On ne se sert pour l'ordinaire que du vitriol de Cypre pour cautériser les vaisseaux, parce que l'arsenic & le sublimé corrosif agissent trop lentement, quoique d'ailleurs ils fassent un bon escharre. Ces sels absorbent l'humidité qui les dissout, au moyen de laquelle ils s'introduisent dans les pores des parties intégrantes & insensibles qui composent les chairs, de la manière dont je l'ai expliqué dans mon dernier Mémoire*. Le sang, qui circule dans ces parties, y fournit incessamment de nouvelle humidité, qui vrai-semblablement s'unit aux particules des sels à mesure qu'elles y arrivent, ce qui donne occasion aux particules salines de pénétrer de plus en plus dans les chairs, où elles trouvent toujours de nouvelle humidité qui s'accumule autour des sels ; les pores qui les contiennent sont obligés de s'aggrandir, les particules solides qui en forment les parois sont forcées de s'écarter & de se desunir, & par ce moyen toute la tiffure des fibres qui composent les vaisseaux & les chairs est bouleversée, & forme une substance qui n'est plus chair, & ne peut plus recevoir aucune nourriture.

* En cette
année 1732.
p. 44.

Les cauterés potentiels de la seconde sorte sont de plusieurs especes. Il y en a de liquides, il y en a de solides. Les liquides cautérisent la peau & les chairs dans l'instant qu'on les y met ; tels sont l'huile de vitriol, l'esprit de nitre, l'eau régale ; leur action est fort vive. L'esprit de sel & l'esprit de vitriol ne cautérisent que légèrement ; on n'emploie pas ordinairement ces esprits seuls pour cautériser, mais seulement lorsqu'ils sont joints à quelques parties métalliques ou salines ; on emploie plus souvent le beurre d'antimoine, le beurre d'arsenic, l'huile ou la liqueur du mercure qui provient des lotions du turbit minéral.

Les caustiques solides sont ou métalliques ou salins. Les métalliques sont la pierre infernale faite avec l'argent ou le cuivre dissous dans l'esprit de nitre ou l'eau-forte, &c.

Les caustiques salins sont ceux que l'on employe ordinairement, & que l'on appelle proprement *cauterés*. Ils sont faits avec la chaux & la cendre gravelée, &c. on en fait avec la lessive de savonnerie, composée de soude, de chaux vive, de couperose, &c. mais ces cauterés ne sont pas si bons que les précédents.

Ces caustiques brûlent & cautérisent la peau & les chairs; & produisent un escarre sans causer de grandes douleurs.

Pour expliquer l'action de ces caustiques, il faut observer qu'en général toutes les matières qui ont souffert un grand feu sont caustiques. Les unes perdent cette causticité en se refroidissant, comme sont tous les cauterés actuels. Les autres conservent leur causticité en se refroidissant, comme il arrive aux cauterés potentiels; la matière éthérée, qui s'y est fait un passage & un courant pendant qu'ils ont été dans le feu; elle les y conserve après qu'ils sont refroidis, de la même manière que la matière magnétique se fait un passage & un courant dans les pierres d'aimant & dans le fer posés dans une certaine situation, & les y conserve après qu'ils sont retirés de cette situation. La matière éthérée s'est fait un passage dans la chaux & dans les eaux fortes pendant qu'ils ont été dans le feu, par une disposition & un arrangement qu'il donne aux parties qui les composent, ce qui les a rendus caustiques, elle y conserve ce passage après même qu'elles sont refroidies. Si l'on met la chaux dans de l'eau, elle s'y chauffe considérablement. Si l'on met de l'eau dans les eaux fortes, toutes liquides qu'elles sont, elles s'échauffent si fort qu'elles en deviennent brûlantes par la seule chaleur qui s'y produit, & principalement l'huile de vitriol qui a souffert un plus grand feu que les autres.

Les sels & les autres matières dont on fait les cauterés potentiels ordinaires, ne deviennent caustiques que par une pareille disposition & un arrangement que le feu donne aux parties qui les composent, & qui fait que la matière éthérée y circule en quantité, même après qu'elles sont refroidies. Cette matière éthérée ranimée, pour ainsi dire, par celle qui
circule

circule dans la partie chaude sur laquelle le caustique est appliqué, passe dans les chairs, y entraîne avec elle des parties salines du caustique, excite quelque fermentation dans les liqueurs qui y circulent, & y rarefie extrêmement l'air qui s'y trouve, comme nous l'avons dit en expliquant l'action des fers chauds.

Voilà ce qui me paroît de plus vrai-semblable pour l'intelligence de ce phénomène, en attendant que quelques expériences nous donnent occasion, ou à quelques autres, d'en proposer de plus probables.

Les caustiques de la troisième sorte agissent sur la peau. C'est improprement qu'on les appelle *escarrotiques*, ils ne font point d'escarre, il ne paroît pas même qu'ils agissent sur l'épiderme qui reste dans son entier. Je ne les place dans ce rang, que parce qu'ils font à peu-près le même effet que les corps très-chauds, qui ne restent que très-peu de temps sur une partie, ils ne produisent que des vessies sur la peau, & pour cela on leur a donné le nom de *vesficatoirs* ^a.

On met au nombre des vesficatoirs les cantharides dont on se sert le plus souvent.

Le *Ranunculus tuberosus major*. J. B. tom. 3. p. 417.

Le *Flammula Ranunculus*. Dod. pempt. p. 432.

Le *Flammula*. Dod. pempt. p. 404.

Le *Flammula altera*. Dod. pempt. p. 405. qui est le *Flammula Jovis surrecta*. Ger.

Fabrice d'Aquapendente aimoit mieux se servir de cette plante que des cantharides, parce qu'elle ne cause point d'accident à la vessie comme le font quelquefois les cantharides, selon lui. Pour moi je n'ai jamais vu arriver aucun de ces accidents, quoique j'aye ordonné un grand nombre de fois l'application des cantharides.

On employe aussi très-souvent la racine de *Thymelea*.

Pour bien découvrir de quelle manière agissent les vesficatoirs sur la peau, il n'y a qu'à examiner comment l'eau très-chaude & les fers chauds produisent le même effet.

^a Willis, tom. 1. de medic. operat. p. 268.

Si l'eau bouillante ou un fer très-chaud touche la peau en quelque endroit de notre corps, nous y sentons une douleur vive. Il se forme en peu de temps des vessies pleines de liqueur sur la peau. L'eau très-chaude ou bouillante n'est différente de l'eau froide, qu'en ce que l'eau chaude contient une plus grande quantité de matière éthérée qui passe de l'eau dans la peau, elle la pénètre, elle dilate l'air enfermé dans les liqueurs qui y circulent : elle rarefie donc la lymphe qui se trouve dans les vaisseaux, & qui fait en partie la matière de la transpiration, elle accelere son mouvement vers les vaisseaux excrétoirs de la peau. Ces vaisseaux délicats qui ne peuvent contenir la liqueur rarefiée, se rompent sous l'épiderme où ils se terminent; la lymphe que ces vaisseaux transportent pour la faire passer à travers les pores de l'épiderme, s'y épanche & produit une vessie.

L'expérience fait souvent voir pendant l'hyver qu'en se tenant auprès du feu, il se produit sur les jambes de pareilles vessies, quoiqu'elles soient quelquefois éloignées du feu de plus de deux pieds, selon que le feu est plus ou moins ardent. On produit le même effet avec les fers très-chauds que l'on approche de la peau sans y toucher.

Les cantharides & les autres vessicatoirs appliqués sur le corps vivant, excitent sur la peau les mêmes vessies remplies de liqueur. Il faut donc qu'il y ait dans les cantharides quelque chose qui, comme l'eau chaude & le fer chaud, rarefie la liqueur qui circule dans la peau : ce n'est point la chaleur actuelle des cantharides, on les applique froides, mêlées avec quelque onguent ou quelque pâte. Ce ne peut être vrai-semblablement que le sel volatil que contiennent les cantharides, qui est très-subtil & très-dégagé, capable d'être mis en mouvement par la transpiration & par la chaleur que lui fournit la partie sur laquelle on l'applique. Ces sels, mis en mouvement, pénètrent la peau, font effervescence avec la lymphe, qui par sa rarefaction dilate & rompt les vaisseaux excrétoirs, produisent enfin le même effet que l'eau bouillante & le fer chaud; mais comme l'effervescence que les vessicatoirs

excitant n'est pas si vive & si prompte, elle ne produit pas de douleur. Une preuve que les vésicatoirs ont besoin de la chaleur de la partie pour agir, c'est qu'ils ne produisent aucun effet sur les cadavres.

Van Helmont^a paroît être le premier qui a fait cette observation. J'ai trouvé, comme lui, par les expériences que j'en ai faites à Namur, que les cantharides n'excitoient aucune vésie sur les cadavres; mais l'eau chaude & le fer chaud en produisent, à cause de la quantité de matière éthérée qu'ils fournissent à la peau. Van Helmont a encore observé que les cauterés potentiels ne font aucun escarre sur les cadavres, quoiqu'ils les dissolvent, j'en ai fait l'expérience.

J'ai appliqué une pierre à cauter sur une partie de cadavre humain, j'ai mis sur le cautere un morceau de peau appliquée par le côté de la graisse. J'ai trouvé quinze heures après le cautere fondu; la surface externe de la peau qui couvroit le cautere étoit de couleur incarnat de la largeur d'un pouce, le poil n'y tenoit plus, & s'enlevoit facilement. Cette peau étoit très-ferme dans l'étendue de deux pouces, mais au de-là la peau avoit sa couleur & sa mollesse naturelle, & le poil y tenoit très-bien.

La graisse de cette peau, & qui touchoit immédiatement le cautere, étoit aussi devenuë incarnat d'environ l'étendue d'un pouce & demi, mais elle étoit noire dans l'endroit où la pierre l'avoit touchée. Trois jours après cette graisse étoit dissoute de l'épaisseur d'une ligne, elle étoit très-brune & molle comme de la bouillie refroidie.

La peau de la partie sur laquelle la pierre avoit été appliquée, n'avoit aucun de ces changements, car quoique la pierre fût fonduë, & qu'elle eût pû agir sur cette peau comme sur la graisse de la peau qui la couvroit, la peau n'avoit point changé de couleur, les poils y tenoient très-bien. Trois jours après, la matière du cautere fonduë n'avoit pas fait plus d'impression à la peau, mais les poils n'y tenoient plus si bien, l'épiderme s'enlevoit facilement en quelques endroits.

^a *Tractat. de potestate medicam. n.º 60.*

J'ai réitéré cette expérience avec de pareille pierre à cautere sur une autre partie de cadavre. J'ai appliqué cette pierre sur la peau, je l'ai recouverte d'une portion de la même peau disséquée, enforte que la pierre étoit enveloppée de tous côtés de l'épiderme de la peau, la graisse du morceau de dessus étoit à l'extérieur; j'ai appliqué sur le tout des linges très-chauds.

J'ai trouvé quinze heures après, que la peau qui couvroit le cautere dessus & dessous étoit devenuë brune, le cautere fondu, les poils se tiroient facilement, & ne tenoient plus en cet endroit. J'ai touché cette peau avec le bout d'une sonde, je l'ai trouvée comme de la bouillie refroidie, c'est-à-dire, dissoute jusques dans la graisse environ deux ou trois lignes de profondeur; sans doute la chaleur que j'ai portée dans cette partie avec des linges a produit cet effet.

L'on voit dans ce Mémoire le progrès que la Chirurgie a fait dans l'opération de l'Amputation. Elle est devenuë moins dangereuse & plus sûre, les malades ne courent plus de risque de mourir par l'hémorragie pendant l'opération; & après l'opération, au moyen du Tourniquet, & de la ligature des vaisseaux bien faite, on se rend maître de l'écoulement du sang. Elle est devenuë moins douloureuse & moins cruelle depuis qu'on ne se sert plus de Cauteres actuels. La guérison en est devenuë plus facile & plus prompte, en évitant la suppuration, & en pansant rarement & doucement.



PROBLEME

SUR

LES EPICYCLOIDES SPHERIQUES.

Par M. BERNOULLI, Professeur de Mathématique
à Bâle.

Voy. Acad. Petrop. vol. 1. p. 210.

SOIT le cercle immobile $HBED$, dont le centre est C , Fig. 1.
& le rayon CB . Soit sur ce cercle un autre cercle mobile BLA , qui tourne de E par B vers H , dont le rayon est GB , & qui conserve, en tournant, la même inclinaison sur le plan du cercle immobile. Soit le commencement de la rotation en E , d'où un point L , dans la circonférence du cercle mobile, commence à décrire l'Épicycloïde ELI , qui sera sur quelque superficie sphérique; on demande la rectification de l'Épicycloïde ELI , la maniere de la déterminer, &c.

Préparation pour la Solution.

Considérons le cercle mobile dans une situation quelconque touchant en B le cercle immobile, & prêt à parvenir en b , infiniment proche de B , pendant que le point décrivant L , pris sur la circonférence du cercle mobile, passe en l ; & l'on aura Ll pour l'élément de l'Épicycloïde ELI .

Soit donc conçu le point du contact B estre venu en b , & l'arc du cercle mobile BL , transporté en bl , qui sera augmenté de la particule Bb , élément commun aux deux cercles dans lequel ils se touchent. On aura donc, par la nature de la rotation, $Bb =$ la différence de l'arc BL , & partant $=$ l'arc $bl -$ l'arc BL . Des points B & b soient tirées les tangentes BS , bs communes aux deux cercles: BS sera la commune intersection des plans du cercle mobile,

& de l'immobile pour le point de contact B ; mais bs sera l'interfection commune des mêmes plans pour le point de contact passé en b . D'où l'on voit que BS est perpendiculaire aux deux rayons CB & GB , & que l'angle CBG est la mesure de l'inclinaison mutuelle des plans, qui est donnée. Du point décrivant L , soit tirée la perpendiculaire LS sur la tangente BS , & la perpendiculaire LR sur le rayon BG du cercle mobile.

Soit de même, du point l , tirée la perpendiculaire ls sur la tangente bs , & la perpendiculaire lr sur le rayon bg dans la situation prochaine. Si maintenant des mêmes points S & s , on tire dans le plan immobile les droites SO & sO perpendiculaires aux tangentes BS & bs , & qu'on abaisse des points L & l du cercle mobile, dans l'une & l'autre situation, les lignes LN & ln perpendiculaires au plan immobile; le point N sera dans la droite SO , & le point n dans sO ; & la courbe ENn qui passe par tous ces points sera la projection ichnographique de l'Épicycloïde ELl . Car comme BS est perpendiculaire au plan qui passe par les droites BC & BG , de même BS est perpendiculaire au plan qui passe par les droites SN & SL : il faut entendre la même chose des deux autres plans qui passent par bC , bG , & par sn , sl , auxquels plans bs est perpendiculaire, & l'on aura ainsi les angles OSL , CBG , Cbg , OsI égaux entr'eux, & chacun égal à l'inclinaison constante des plans du cercle mobile & de l'immobile. Soit mis t au point où sO coupe BS , & l'on aura le triangle SOt semblable au triangle tbs qui est semblable au triangle BCb , comme on le voit facilement. Enfin soit conçûe NP dans le plan immobile parallèle à St .

S O L U T I O N .

Cette préparation faite; soient le rayon du cercle immobile CB ou $Cb = a$, le rayon du cercle mobile GB , ou $gb = b$, le sinus droit de l'inclinaison des deux plans $= g$, en prenant l'unité pour le sinus total, son cosinus $= \sqrt{(1 - gg)} = h$,

l'abscisse dans le cercle mobile $BR = x$, ce qui donne RL ou $BS = \sqrt{2bx - xx}$, & partant $d(BR) = dx$, & $d(RL)$ ou $d(BS) = \frac{b-x}{\sqrt{2bx-xx}} dx$; $d(\text{arc } BL) = \frac{b dx}{\sqrt{2bx-xx}}$.

§. I. On trouvera le rayon de la sphere sur la superficie de laquelle on décrit l'Epicycloïde, en prenant une quatrième proportionnelle, au sinus d'inclinaison des plans, au sinus total, & à la distance CG des centres des deux cercles; or $CG = \sqrt{aa - 2hab + bb}$; on aura donc le rayon de la sphere $= \frac{1}{g} \sqrt{aa - 2hab + bb}$. La démonstration en est si facile, qu'elle ne mérite pas que je la mette ici.

§. II. Puisque $d(BS)$ ou $\frac{b-x}{\sqrt{2bx-xx}} dx = bs - BS = bB - tS$; & que $d(\text{arc } BL)$ ou $\frac{b dx}{\sqrt{2bx-xx}} = \text{l'arc } bl - \text{l'arc } BL = \text{l'arc } bE - \text{l'arc } BE = bB$, on aura $tS = \frac{x dx}{\sqrt{2bx-xx}}$.

§. III. A cause des triangles semblables CBb , $OS t$, on a Bb ou $\frac{b dx}{\sqrt{2bx-xx}}$. St ou $\frac{x dx}{\sqrt{2bx-xx}} :: CB$ ou a . $OS = \frac{ax}{b}$.

§. IV. A cause des triangles semblables CBb , bst , on a CB ou a . bs ou $\sqrt{2bx - xx} :: Bb$ ou $\frac{b dx}{\sqrt{2bx-xx}}$. $ts = \frac{b dx}{a}$.

§. V. Maintenant à cause de l'angle droit LNS & de $LSN = ABC = \text{l'inclinaison des deux plans}$, on aura $1. h :: SL$ ou x . SN ; d'où l'on tire $SN = hx$; donc $d(SN) = h dx$. Or $d(SN) = sn - SN = sn - tP = st + Pn$, donc $st + Pn = h dx$, & ôtant de part & d'autre st ou $\frac{b dx}{a}$, reste $Pn = h dx - \frac{b dx}{a} = (\frac{ha-b}{a}) dx$.

§. VI. On a OS ou (§. 3.) $\frac{ax}{b}$. $ON (OS - SN)$ ou $\frac{ax}{b} - hx :: St$, ou (§. 2.) $\frac{x dx}{\sqrt{2bx-xx}}$. NP , & ainsi $NP = \frac{(a-hb) x dx}{a \sqrt{2bx-xx}}$.

§. VII. De plus $1.g :: SL$ ou BR ou $x.LN$, qui est la hauteur du point L sur le plan immobile; on aura donc $LN = gx$ & $d(LN)$ ou $ln = gdx$.

§. VIII. Ayant ainsi trouvé les trois éléments $NP = \frac{(a-hb).x dx}{a\sqrt{(2bx-x^2)}} (\S. 6.)$, $Pn = \frac{ha-b}{a} dx (\S. 5.)$ & $d(LN) = gdx (\S. \text{précéd.})$ on aura premièrement l'élément de la courbe de projection, ou $Nn = \sqrt{NP^2 + Pn^2} = dx \sqrt{\left[\frac{(a-hb)^2.x}{2aab-aa^2} + \frac{(ha-b)^2}{aa}\right]}$, & ensuite l'élément Ll de l'Épicycloïde $= \sqrt{Nn^2 + d(NL)^2} = dx \sqrt{\left[\frac{(a-hb)^2.x}{2aab-aa^2} + \frac{(ha-b)^2}{aa} + gg\right]} = (\text{à cause de } hh + gg = 1) \frac{1}{a} dx \sqrt{\left[\frac{(a-hb)^2.x}{2b-x} + aa - 2hab + bb\right]}$, dont l'intégrale donne la longueur de l'arc de l'Épicycloïde EL . Mais, $aa - 2hab + bb$ étant $> (a-hb)^2$, on verra avec une légère attention, que cette intégrale en général dépend de la quadrature de l'hyperbole. *C. Q. F. T.*

Voyés sa
Figure 5.

§. IX. On voit par-là que M. Herman se trompe, lorsqu'il croit l'Épicycloïde sphérique rectifiable algébriquement; son paralogisme se trouve dans la ligne pénult. p. 215. là où il dit, *interea vero (dum circulus generator rotatur) describet BL sectorem LBl similem sectori Bβb*. Ce qui n'est pas vrai; car la ligne Bb n'est pas dans le même plan que le cercle générateur BLA , mais Bb décline de ce plan de la quantité de l'angle de contact bBe ; d'où il est facile de voir que cette déclinaison dans la rotation empêche le secteur LBl d'être semblable au secteur $Bβb$.

§. X. *Corol. 1.* Si $h = 1$, & par conséquent $g = 0$, on aura pour l'élément de la courbe cycloïdale $\frac{1}{a} dx \sqrt{\left[\frac{(a-b)^2.x}{2b-x} + (a-b)^2\right]} = \frac{a-b}{a} dx \sqrt{\left(\frac{x}{2b-x} + 1\right)} = \frac{a-b}{a} dx \sqrt{\left(\frac{2b}{2b-x}\right)}$, dont l'intégrale (en lui faisant la correction nécessaire) donne $\frac{2a-2b}{a} \times [2b - \sqrt{(4bb - 2bx)}]$; dans laquelle si l'on prend $x = 2b$, on aura toute la demi-épicycloïde

épicycloïde $\equiv \frac{4ab - 4bb}{a}$. Or $\frac{4ab - 4bb}{a} \cdot 4b :: a - b \cdot a$, c'est-à-dire, toute la demi-épicycloïde est au double du diamètre AB du cercle générateur, comme la différence des rayons de l'un & de l'autre cercle, est au rayon du cercle immobile; c'est ce que trouve M. Herman dans son second corollaire, & cela ne doit pas surprendre, parce que son parallogisme cesse dans ce cas, où la cycloïde cesse d'être sphérique, & devient plane; car h étant $\equiv 1 \equiv$ sinus total, l'inclinaison des plans s'évanouit, & ils s'appliquent l'un sur l'autre, de manière que la petite ligne Bb se trouve dans le plan du cercle mobile aussi-bien que dans l'autre, cas dans lequel on peut conclure avec vérité que le secteur LBI (dans la Figure de M. Herman) sera semblable au secteur $B\beta b$; ce qui n'est pas permis dans les Épicycloïdes sphériques, à cause de la non-coïncidence des plans.

§. XI. Il y a encore un autre cas dans lequel la similitude de ces secteurs a lieu; c'est quand a ou le rayon du cercle immobile est infini, & qu'ainsi la circonférence dégénère en ligne droite coïncidente avec la tangente, & que par conséquent la ligne Bb se confond avec Be qui est dans le même plan que le cercle mobile. Ainsi dans ce cas, il sera vrai que toute la demi-cycloïde sera au double du diamètre AB , comme $\sqrt{(aa - 2hab + bb)}$ à a , ou simplement comme a à a ; car $\sqrt{(aa - 2hab + bb)}$ devient $\equiv a$, à cause de a infini, par rapport à b & hb . On aura donc dans ce cas-là la demi-cycloïde qui n'est que la cycloïde ordinaire, égale au double du diamètre. Ce qu'on sçait, il y a long-temps.

Mais notre formule $\frac{1}{a} dx \sqrt{\left[\frac{(a-hb)^2 \cdot x}{2b-x} + aa - 2hab + bb \right]}$ le donne aussi, en effaçant les termes qui s'évanouissent devant a & aa ; car elle se change en celle-ci, $dx \sqrt{\left(\frac{2b}{2b-x} \right)}$, qui étant intégrée, donne $4b - 2\sqrt{(4bb - 2bx)}$ pour la longueur de l'arc de la cycloïde EL ; ainsi prenant $x \equiv$ tout le diamètre $2b$, on a la demi-cycloïde $\equiv 4b$, c'est-à-dire, égal au double du diamètre.

Mais ces deux cas dans lesquels la Solution de M. Herman est bonne, par la raison que nous en avons donnée, ne peuvent pas, comme nous avons dit à l'égard du premier, se rapporter à la classe des cycloïdes sphériques : car en effet ces cycloïdes sont toutes deux planes. Ainsi il n'y a pas une seule Epicycloïde sphérique qui ait la longueur que prescrit la règle tirée de cette Solution.

COROLLAIRE II.

§. XII. Soit maintenant $h=0$, & par conséquent $g=1$; ce qui est le cas où les plans des cercles sont perpendiculaires l'un à l'autre; on aura l'élément de l'Epicycloïde $Ll = \frac{1}{a} dx \sqrt{(\frac{aax}{2b-x} + aa + bb)} = \frac{1}{a} dx \sqrt{(\frac{2aab + 2b^3 - bbx}{2b-x})}$, dont l'intégrale, comme on a déjà observé en général (§. 8.) dépend de la quadrature de l'hyperbole. Mais l'élément de la courbe de projection $Nn = \frac{1}{a} dx \sqrt{(\frac{b^3 + aax - bbx}{2b-x})}$ s'intègre par la quadrature du cercle si $a > b$, par la quadrature de l'hyperbole si $a < b$, mais algébriquement si $a = b$; car on a dans ce cas $\int \frac{b}{a} dx \sqrt{(\frac{2b}{2b-x})} = \frac{4bb}{a} - \frac{2b}{a} \sqrt{(4bb - 2bx)} = 4b - 2\sqrt{(4bb - 2bx)}$. Et ainsi la courbe de projection de toute la demi-Epicycloïde $= \frac{4bb}{a} = 4b$, c'est-à-dire; égal au double du diamètre du cercle générateur : ce qu'on peut aussi déduire d'ailleurs; car cette courbe de projection est une Epicycloïde plane, produite par la rotation du cercle sur un cercle égal dans le même plan, le diamètre de ce cercle étant sous-double du diamètre du cercle mobile générateur de l'Epicycloïde sphérique, dont il est ici question, & dont la courbe de projection est aussi du genre des caustiques.

§. XIII. On a la rectification de la courbe de projection dans le cas $a=b$, non-seulement lorsque $h=0$, mais quel que soit h ; car alors l'élément Nn que nous avons trouvé en général (§. 8.) $= \frac{1}{a} dx \sqrt{[\frac{(a-hb)^2 \cdot x}{2b-x} + (ha - b)^2]}$

dans ce cas où $a = b$, devient $= (1-h) dx \sqrt{\frac{2b}{2b-x}}$, dont l'intégrale est $(1-h) \times [4b - 2\sqrt{4bb - 2bx}] =$ l'arc EN ; & lorsque $x = 2b$, on aura la longueur de la demi-projetée, qui répond à la demi-épicicloïde $= 4b - 4hb$.

§. XIV. Au reste dans le cas $h = 0$, lorsque les deux cercles sont perpendiculaires l'un à l'autre, on trouve le rayon de la sphere, sur la superficie de laquelle l'Épicicloïde ELL est décrite $= \sqrt{aa + bb}$. D'où l'on voit qu'aucun des deux cercles ne sçauroit être un grand cercle de la sphere; car l'un & l'autre de leurs rayons, tant a que b est $< \sqrt{aa + bb}$.

COROLLAIRE III.

§. XV. Pour trouver maintenant les cas de rectificabilité de l'Épicicloïde sphérique; je vois d'abord que si dans la formule générale (§. 8.) $Ll = \frac{1}{a} dx \sqrt{\left[\frac{(a-hb)^2}{2b-x} + aa - 2hab + bb\right]}$, on fait $a = hb$, elle se change en $Ll = \frac{1}{hb} dx \sqrt{bb - hbbb}$, qui à cause de $1 - hh = gg$, devient $\frac{gdx}{h}$; ainsi donc en intégrant simplement, on a la longueur de l'arc de l'Épicicloïde $= \frac{g}{h} x$, ce qui fait voir que chacun de ses arcs EL dans le cas $a = hb$ est à l'abscisse BR en raison donnée de g à h , c'est-à-dire, comme la tangente de l'inclinaison mutuelle du cercle mobile & de l'immobile, au sinus total; propriété si singulière, que je ne sçais pas si aucune autre courbe peut l'avoir, c'est-à-dire, s'il y a aucune autre courbe dont l'abscisse prise indéfiniment soit en raison donnée à son arc correspondant. On a donc dans ce même rapport de g à h toute la demi-Épicicloïde, au diamètre du cercle mobile ou générateur; ou, ce qui revient au même, toute la demi-Épicicloïde est au double du diamètre comme $\frac{1}{2}g$ est à h , ce qui s'éloigne beaucoup du rapport que donne M. Herman dans son premier Corollaire, où il dit, que toute l'Épicicloïde (il entend par-là seulement

la demi-Epicycloïde) est au double du diametre comme $\sqrt{(aa + 2hab + bb)}$ à a , c'est-à-dire (dans le cas $a = hb$) comme g à h , rapport deux fois plus grand que le nôtre de $\frac{1}{2}g$ à h .

§. XVI. De plus, comme on a trouvé ci-dessus (§. 8.) l'élément de la projection $Nn = \frac{1}{a} dx \sqrt{[\frac{(a-hb)^2 \cdot x}{2b-x} + (ha-b)^2]}$ il est clair que cette courbe ENn est aussi algébriquement rectifiable, lorsque $a = hb$, car on a alors $Nn = \frac{1}{hb} dx \sqrt{(hbb-b)^2}$ ou (à cause de $hh-1 = -gg$) $= \frac{1}{hb} dx \sqrt{g^4 bb} = \frac{gg dx}{h}$, dont l'intégrale donne la courbe $ENn = \frac{gg}{h} x$. D'où l'on voit que dans ce cas l'Epicycloïde est à la courbe de projection correspondante, comme $\frac{gx}{h}$ à $\frac{ggx}{h}$, ou comme 1 à g , c'est-à-dire, comme le sinus total au sinus d'inclinaison des cercles : & ces trois lignes, l'épicycloïde, la courbe de projection, & l'abscisse correspondante, sont entre elles comme ces trois termes pris dans le même ordre, g , gg , & h .

SCHOLIE I.

§. XVII. Ce cas ou $a = hb$ est le seul qui rend l'Epicycloïde sphérique algébriquement rectifiable ; & si de plus les rayons des deux cercles sont commensurables entre eux, c'est-à-dire, si a ou hb est à b , ou h à 1, où le cosinus d'inclinaison des plans est au sinus total comme nombre à nombre, l'Epicycloïde sera algébrique. Mais c'est ici une chose digne de remarque, qu'ayant pris à volonté pour le cercle immobile, quelqu'un des petits cercles de la sphere, le cercle mobile sera toujours un grand cercle de la même sphere ; car ces deux cercles en se touchant, ont l'inclinaison requise pour que $a = hb$, comme il est facile de voir ; car il est clair qu'ayant tiré des rayons des deux centres au point commun d'attouchement, on a le rayon du petit cercle, au rayon du

grand, comme le cosinus d'inclinaison, au sinus total, c'est-à-dire, a à b comme h à 1 , & par conséquent $a = hb$: ce qu'on voit aussi par le §. 1, où les rayons du cercle immobile & du mobile a & b étant donnés & l'inclinaison de leurs plans, nous avons trouvé en général le rayon de la sphere $= \frac{1}{g} \sqrt{(aa - 2hab + bb)}$; car si pour a on substitue hb , on aura $\frac{1}{g} \sqrt{(aa - 2hab + bb)} = \frac{1}{g} \sqrt{(bb - h h b b)} =$ (à cause de $1 - hh = gg$) $\frac{1}{g} \sqrt{(gg b b)} = \frac{g b}{g} = b$.

S C H O L I E I I.

§. XVIII. On peut rendre sensible la manière dont cette Epicycloïde sphérique se décrit par un exemple assez élégant : concevons dans la Sphere céleste l'Ecliptique qui dans le point le plus bas touche le Tropique du Capricorne, faisant avec son plan une inclinaison de 23 degrés $\frac{1}{2}$.

Maintenant on peut concevoir de deux manières la génération de l'Epicycloïde ; car ou l'on peut supposer que la Sphere & le Tropique demeurant immobiles, l'Ecliptique se meut en tournant sur le Tropique, tandis que chacun de ses points, par exemple, celui qui est au commencement du Capricorne décrit l'Epicycloïde sphérique qu'on demande : ou bien, ce qui fait le même effet, on peut supposer que la Sphere entière avec tous ses cercles conservant entre eux la même situation, se meut d'un mouvement uniforme autour de l'Axe du Monde d'Orient en Occident, pendant que quelque point mobile partant du commencement du Capricorne, s'avance d'un mouvement propre & uniforme dans l'Ecliptique d'Occident en Orient, avec une vitesse uniforme & égale à celle d'un des points du Tropique. Car on voit que par ce moyen le point mobile dans l'Ecliptique décrira la même courbe qui avoit été décrite de la première manière. Cette seconde manière a une certaine analogie avec le mouvement du Soleil composé du mouvement diurne ou commun & du mouvement propre selon le système de Ptolémée

246 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 ou de Tycho; car en effet si le Soleil se mouvoit dans l'Ecliptique avec une vîtesse égale à celle qu'a le Tropicque pour executer le mouvement diurne, & qu'ainsi le temps d'une révolution du Soleil dans l'Ecliptique fût au temps d'une révolution de la Sphere qui fait la longueur du jour naturel, dans le même rapport qu'a le rayon de l'Ecliptique ou le rayon de la Sphere au rayon du Tropicque, ou comme le sinus total au cosinus de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, le centre du Soleil décriroit exactement une de nos Epicycloïdes sphériques algébriquement rectifiables. Mais comme le Soleil a son mouvement propre dans l'Ecliptique beaucoup plus lent qu'il ne faudroit pour cela, la ligne que le centre du Soleil décrit entre les deux Tropiques pendant l'espace d'une année par le mouvement combiné du mouvement commun & du mouvement propre, sera du genre des *Cycloïdes allongées* comme les Géometres les appellent, plutôt que du genre des *Spirales* sous la forme desquelles Tycho les a conçûes.

SCHOLIE III.

§. XIX. Après tout cela, on voit comment il faut satisfaire au probleme de M. Offenburg, dans lequel on demande de faire à une voûte hémisphérique, des fenêtres ovales, dont le contour de chacune soit absolument rectifiable. Car quoique les Epicycloïdes sphériques, décrites selon la condition du Corollaire 3, n'aient pas la forme d'ovales; cependant de deux ou plusieurs de leurs parties jointes & disposées comme il faut, on formera facilement une figure fermée & ovale, pourvû qu'on observe dans la description de notre Epicycloïde, de choisir pour le cercle immobile quelqu'un des petits cercles de la sphere, dont le rayon soit au rayon de la sphere, comme nombre à nombre, ce qui fera qu'on aura la construction géométrique de l'Epicycloïde, & tout à la fois sa longueur absolument rectifiable. C. Q. F. T.

SCHOLIE IV.

§. XX. Quant à la description ichnographique de l'Epi-

cycloïde sphérique, c'est-à-dire, la maniere de déterminer la courbe de projection dans un plan, en abaissant de chaque point de l'Épicycloïde, des perpendiculaires sur le plan du cercle immobile, considéré comme la base; voici comment cela se fait. Soit décrit séparément un cercle $\alpha\lambda\beta$ égal au cercle mobile, & de quelque point fixe λ qui représente le commencement de la rotation, soit pris un arc $\lambda\beta$ à volonté, par le point β soit tiré le diamètre $\beta\alpha$ auquel soit tirée la perpendiculaire $\lambda\tau$; ensuite du point E du cercle immobile qui soit l'origine commune de l'Épicycloïde & de la courbe projetée qu'on veut construire, soit pris l'arc $EB = \text{arc } \lambda\beta$, ce qui se peut toujours faire algébriquement, puisque, comme on le suppose, les rayons des cercles sont commensurables: ensuite du point B ayant mené la tangente $BS = \tau\lambda$, soit élevée au point S , dans le plan du cercle immobile, la perpendiculaire SN qui soit à $\beta\tau$ comme h à 1 , c'est-à-dire, comme le sinus complément d'inclinaison des deux cercles, au sinus total. Cela fait, le point N sera dans la courbe EN de projection qu'on cherche, & ainsi on aura tant de ses points qu'on voudra. La démonstration est claire d'elle-même.

Fig. 2.

R E M A R Q U E.

§. XXI. Quoique, dans la Figure qui sert à ce Mémoire, on suppose aigu l'angle CBG qui marque l'inclinaison des plans, & que le calcul ait été fait pour cette supposition, il faut cependant avertir que tout ce qui en résulte se peut facilement accommoder à l'hypothèse de l'angle CBG obtus, en changeant par-tout le signe de la lettre h d'une seule dimension, puisque le cosinus de l'angle obtus devient négatif, si auparavant on avoit supposé dans l'analyse l'aigu positif. D'où l'on voit que de toutes ces Épicycloïdes sphériques, dans lesquelles l'angle d'inclinaison est obtus, il n'y en a aucune qui soit algébriquement ou absolument rectifiable; car on auroit $a = -hb$, c'est-à-dire, le rayon du cercle mobile seroit négatif, & par conséquent impossible; ce qui paroît aussi, parce que le cercle mobile qui doit être un grand

248 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 cercle de la Sphere (§. 17.) fait toujours nécessairement
 l'angle d'inclinaison aigu avec les petits, pourvu que ces deux
 cercles se touchent, comme font par ex. l'Ecliptique & les
 Tropiques.

§. XXII. Il faut encore remarquer que la méthode que
 nous venons de donner, s'applique aussi facilement aux Epi-
 cycloïdes sphériques allongées & raccourcies, c'est-à-dire,
 lorsque le point décrivant L , au lieu d'être pris sur la cir-
 conférence du cercle mobile, est pris au dedans ou au dehors;
 ou, ce qui revient au même, si l'on conçoit le cercle mo-
 bile ALB glisser au lieu de rouler, de manière qu'un de ses
 points B , pris à l'extrémité du diametre AB , rase continuel-
 lement la circonférence du cercle immobile EBH , pendant
 que quelque point L de la circonférence du cercle mobile se
 meut d'un mouvement uniforme de B vers A passant par L ,
 & avec une vitesse qui soit à la vitesse du point rasant B , qui
 s'avance de E vers H par B , comme 1 à n , ce qui fait que
 (prenant le point E pour l'origine commune de l'un & l'autre
 mouvement & de l'Épicycloïde qu'on décrit) l'arc BL est
 à l'arc EB dans le même rapport de 1 à n . Car par ce mou-
 vement composé, le point L décrira une Épicycloïde sphé-
 rique, allongée si n est plus grande que l'unité, & raccourcie
 si n est moindre; & si n est égale à l'unité, ce sera l'Épicy-
 cloïde ordinaire dont nous avons parlé jusqu'ici.

§. XXIII. Je dis donc que par des calculs semblables aux
 précédents, on trouvera l'élément Nn de la courbe de pro-
 jection $= \frac{1}{a} dx \sqrt{\left[\frac{(nab-ab+ax-nhb x)^2}{2bx-xx} + \frac{(ha-nb)^2}{1} \right]}$,
 & l'élément de l'Épicycloïde $Ll = \frac{1}{a} dx \sqrt{\left[\frac{(nab-ab+ax-nhb x)^2}{2bx-xx} \right.}$
 $\left. + aa - 2nhab + nnbb \right]}$. Je n'entre point dans le
 détail des cas particuliers, on voit seulement qu'il n'y a rien
 qui puisse faire conclure qu'aucune de ces Épicycloïdes, soit
 allongées, soit raccourcies, soit absolument ou algébrique-
 ment rectifiable. Pour leur construction, on l'a par la manière
 même dont elles se décrivent.

*Sur les Courbes algébriques & rectifiables tracées
sur une surface sphérique.*

PROBLEME.

*Décrire sur une surface sphérique une Courbe algébrique qui
soit rectifiable.*

I. SOLUT. Soit RST un grand Cercle de la Sphere Fig. 3.
& 4.
supposé parallèle à l'horison pour aider l'imagination, dont le centre est C . De chaque point a, b, e, d , de la courbe cherchée soient conçûs abbaissées sur le plan du cercle RST les perpendiculaires aA, bB, eE, dD , qui forment la courbe de projection $ABED$, dont il faut maintenant chercher la nature, & qu'il faut décrire, parce qu'on décrira ensuite facilement la courbe cherchée, en élevant perpendiculairement sur le plan du cercle de chaque point B les droites Bb qui rencontrent la superficie sphérique dans les points b . Pour cela, soit conçûe la courbe de projection ABD étendue séparément en ligne droite $\alpha\beta\delta$ qui soit comme l'axe des appliquées $\alpha a, \beta b, \epsilon e, \delta d$, égales respectivement aux droites Aa, Bb, Ee, Dd , prenant $\alpha\beta = AB, \alpha\epsilon = AE$, &c. D'où résulte une nouvelle courbe $abed$, dont les parties ab, ae , &c. seront respectivement égales aux arcs ab, ae , &c. de la courbe sur la superficie sphérique.

II. Cela supposé, je change le Probleme proposé en celui-ci : Transformer l'Axe rectiligne $\alpha\beta\delta$ en un curviligne ABD , de manière qu'ayant pris un arc quelconque AB égal à une abscisse quelconque $\alpha\beta$, la hauteur Bb du point b sur le point B de la projection, soit égale à l'appliquée d'une ligne donnée abd . Si donc abd est algébrique, & de plus algébriquement rectifiable, comme le sont les droites & une infinité de paraboles; de plus si parmi toutes les lignes abd , il s'en trouve quelqu'une qui admette un axe courbe ABD construisible algébriquement, l'on voit que cette courbe décrite sur la surface de la Sphere, dont ABD est la projection,

250 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 sera algébrique & algébriquement rectifiable, comme ayant
 chacun de ses arcs égaux à chaque ab .

III. Prenons donc la plus simple de toutes les lignes algébriques rectifiables abd , sçavoir la ligne droite (que je trouve très-propre à nôtre dessein, car une autre comme la seconde parabole cubicale qui est aussi rectifiable, ne réussit pas). Ayant tirée df parallèle à l'axe da , soit la raison de af à fd comme 1 à n , & ainsi $fa . da :: 1 . \sqrt{(nn+1)}$, ou (faisant $nn+1=mm$) $af . da :: 1 . m$. Maintenant pour changer l'axe rectiligne $a\beta d$ dans le curviligne ABD , ayant tiré du centre C les rayons infiniment proches CS , CT , qui coupent la courbe ABD dans les points B , E , & prenant R pour le commencement des arcs variables RS , RT , &c. soit fait $RS=x$, $CB=y$, le rayon $CS=1$, $ST=dx$, $FE=dy$; ayant décrit le petit arc concentrique BF qui sera $=ydx$, on aura $BE=\sqrt{(yydx^2+dy^2)}=\beta e$; la hauteur du point b sur le plan du cercle, c'est-à-dire, $bB=\sqrt{(1-yy)}$, & sa différence $d(bB)=\frac{-ydy}{\sqrt{(1-yy)}}$.

IV. Puisque donc $d(bB) . BE :: af . df :: 1 . n$, l'on aura $\frac{-ydy}{\sqrt{(1-yy)}} . \sqrt{(yydx^2+dy^2)} :: 1 . n$; & $\sqrt{(yydx^2+dy^2)} = \frac{-nydy}{\sqrt{(1-yy)}}$, ou $yydx^2+dy^2 = \frac{nyydy^2}{1-yy}$. Donc $yydx^2 = \frac{nyydy^2}{1-yy} - dy^2 = \frac{(nn+1)yydy^2-dy^2}{1-yy}$, & par-là on aura $dx = \frac{dy \sqrt{(nn+1)yy-dy^2}}{y \sqrt{(1-yy)}}$ (à cause de $nn+1=mm$) $\frac{dy \sqrt{(mmyy-1)}}{y \sqrt{(1-yy)}} = \frac{mmyydy-dy}{y \sqrt{[(1-yy) \times (mmyy-1)]}} = \frac{mmydy}{\sqrt{[(1-yy) \times (mmyy-1)]}}$ $\frac{dy}{y \sqrt{[(1-yy) \times (mmyy-1)]}}$.

V. La première partie s'integre comme il suit. Soit fait $yy=2z$, & l'on aura $\frac{mmydy}{\sqrt{[(1-yy) \times (mmyy-1)]}} = \frac{mmdz}{\sqrt{[(1-2z) \times (2mmz-1)]}} = \frac{mmdz}{\sqrt{[-1+(2mm+2)z-4mmz^2]}}$ $= \frac{mmdz}{\sqrt{[1-(\frac{4mm}{mm-2}z-\frac{mm-1}{2m})^2]}}$ $= \frac{2m^2dz : (mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{4mm}{mm-2}z-\frac{mm-1}{2m})^2]}}$

\equiv (en substituant pour $2z$ la valeur yy) $\frac{2m^3 y dy : (mm-1)}{\sqrt{1 - (\frac{2m}{mm-1} yy - \frac{mm-1}{mm-1})^2}}$
 $\equiv \frac{\frac{1}{2} m \times 4mmy dy : (mm-1)}{\sqrt{1 - (\frac{2m}{mm-1} yy - \frac{mm-1}{mm-1})^2}}$; donc $\int \frac{mmy dy}{\sqrt{(1-yy) \times (mmy-1)}}$
 $\equiv \frac{1}{2} m \times \int \frac{4mmy dy : (mm-1)}{\sqrt{1 - (\frac{2m}{mm-1} yy - \frac{mm-1}{mm-1})^2}}$, c'est-à-dire, \equiv à
 un arc de cercle pris $\frac{1}{2} m$ fois, dont le rayon $\equiv 1$, & le
 sinus droit $\equiv \frac{2m}{mm-1} yy - \frac{mm-1}{mm-1}$; soit appelé cet arc A .

VI. L'autre partie $\frac{-dy}{y\sqrt{(1-yy) \times (mmy-1)}}$ s'integre de
 cette manière : soit divisé chaque terme par y^3 , l'on a

$\frac{-dy : y^3}{\sqrt{(\frac{1}{yy} - 1) \times (mm - \frac{1}{yy})}} \equiv$ (faisant $\frac{1}{yy} \equiv 2z$)
 $\frac{dz}{\sqrt{(2z-1) \times (mm-2z)}}$ $\equiv \frac{dz}{\sqrt{[-mm + (2mm+2) \cdot z - 4z^2]}}$
 $\equiv \frac{dz}{\sqrt{(\frac{mm-1}{4})^2 - (2z - \frac{mm-1}{2})^2}} \equiv \frac{dz}{\sqrt{1 - (\frac{4}{mm-1} z - \frac{mm-1}{mm-1})^2}}$
 \equiv (en substituant pour $2z$ la valeur qui est ici $\frac{1}{yy}$)
 $\frac{-2dy : y^3 (mm-1)}{\sqrt{1 - (\frac{2}{(mm-1) \cdot yy} - \frac{mm-1}{mm-1})^2}} \equiv \frac{\frac{1}{2} \times -4dy : y^3 (mm-1)}{\sqrt{1 - (\frac{2}{(mm-1) \cdot yy} - \frac{mm-1}{mm-1})^2}}.$
 Donc $\int \frac{-dy}{y\sqrt{(1-yy) \times (mmy-1)}}$ $\equiv \frac{1}{2} \int \frac{-4dy : y^3 (mm-1)}{\sqrt{1 - (\frac{2}{(mm-1) \cdot yy} - \frac{mm-1}{mm-1})^2}}$;
 c'est-à-dire \equiv à la moitié d'un arc de cercle dont le rayon
 $\equiv 1$ & le sinus droit $\equiv \frac{2}{(mm-1) \cdot yy} - \frac{mm-1}{mm-1}$; soit
 appelé cet arc B .

VII. Nous avons donc par les §. 5. & 6. $\frac{1}{2} m A + \frac{1}{2} B$
 $\equiv \int \frac{mmy dy}{\sqrt{(1-yy) \times (mmy-1)}}$ $-\frac{dy}{y\sqrt{(1-yy) \times (mmy-1)}}$
 \equiv (§. 4.) $\int \frac{dy \sqrt{mmy-1}}{y\sqrt{1-yy}} \equiv \int \frac{dy \sqrt{(nn+1) yy-1}}{y\sqrt{1-yy}} \equiv \int dx$,
 ou $m A + B \equiv 2 \int dx \equiv 2x$.

VIII. Pour la construction de cette équation, voici comme
 il s'y faut prendre. Soit SLM encore un grand Cercle de
 la Sphere dont le rayon $CL \equiv 1$; soit pris dedans le sinus

Fig. 5.

I i ij

$MN = \frac{2mm}{m-1} yy \frac{-mm-1}{m-1}$, & encore l'autre sinus

$SR = \frac{2}{(m-1) \cdot yy} \frac{-mm-1}{m-1}$, l'on aura l'arc $LM = A$ & l'arc $LS = B$. Si donc on prend l'arc LM , m fois, & qu'on lui ajoute l'arc LS , la moitié de la somme des deux arcs donnera l'arc cherché x , ou (dans la Fig. 3.) l'arc RS pour un y quelconque ou CB .

IX. Pour avoir une équation algébrique entre y & le sinus de l'arc x qui détermine la nature de la courbe de projection ABD (Fig. 3.) & la courbe algébriquement rectifiable sur la surface sphérique, il faut choisir pour m quelque nombre rationnel (car on aura différentes courbes selon la diversité du nombre m). On sçait que le sinus d'un arc A étant donné, l'on a algébriquement le sinus d'un arc mA multiple ou soumultiple, & que les sinus des arcs mA & B étant donnés, l'on a algébriquement le sinus de la somme des arcs $mA + B$ & le sinus de la moitié de cette somme. Car faisant le rayon ou sinus total $= 1$, le sinus de l'arc $mA = S$, & le sinus de l'arc $B = T$, l'on trouve le sinus de la somme $mA + B = T \times \sqrt{1 - SS} + S \times \sqrt{1 - TT}$.

Ainsi donc si l'on appelle v le sinus de l'arc indéterminé x , l'on aura le sinus de l'arc double $2x = 2v \sqrt{1 - vv}$; puisque donc les arcs $mA + B$ & $2x$ doivent être égaux, il faut que leurs sinus soient aussi égaux; d'où l'on tirera l'équation algébrique entre les fonctions de y & v , qui déterminera la nature de la courbe de projection, & la courbe que l'on cherche sur la surface de la Sphere, & qui sera celle-ci, $T \times \sqrt{1 - SS} + S \times \sqrt{1 - TT} = 2v \sqrt{1 - vv}$, S & T étant données par y . Donc, &c. C. Q. F. T.

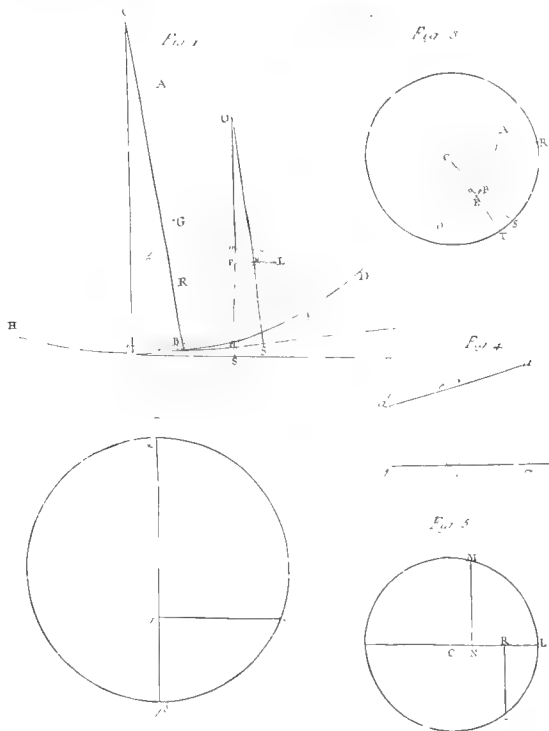
X. Exemple. Soit pris le nombre $m = 2$, & par conséquent $n = \sqrt{mm - 1} = \sqrt{3}$; l'on aura le sinus de l'arc A , ou $\frac{2mm}{m-1} yy \frac{-mm-1}{m-1} = \frac{8yy-5}{3}$, le sinus de l'arc B , ou $\frac{2}{(m-1) \cdot yy} \frac{-mm-1}{m-1} = \frac{2-5yy}{3yy}$, le sinus de l'arc mA , ou $2A = \frac{16yy-10}{3} \sqrt{\frac{-16+80yy-64y^4}{9}}$; & partant le

sinus de la somme des arcs $2A + B = \left(\frac{2-5yy}{3yy} \right)$
 $\times \sqrt{1 - \frac{(16yy-10)^2 \times (-16+80yy-64y^4)}{81}} + \left(\frac{16yy-10}{3} \right)$
 $\times \sqrt{\frac{-16+80yy-64y^4}{9}} \times \sqrt{1 - \frac{(2-5yy)^2}{9y^4}} = 2v\sqrt{(1-vv)}$,
 ou parce que la dernière partie du premier membre a deux
 côtés commensurables, on peut abréger l'équation de cette
 manière $\left(\frac{2-5yy}{27yy} \right) \times \sqrt{81 - (16yy-10)^2 \times (-16$
 $+ 80yy - 64y^4)} + \left(\frac{32yy-20}{27yy} \right) \times \sqrt{(-4+20yy$
 $- 16y^4)} = 2v\sqrt{(1-vv)}$, & cette équation est celle
 qui exprime la nature de la courbe de projection, de tous
 les points de laquelle si l'on élève les droites $= \sqrt{(1-yy)}$
 perpendiculaires au plan sur lequel elle est décrite, ces per-
 pendiculaires rencontreront la superficie de la sphere dans les
 points de la courbe qu'on cherche, qui sera algébriquement
 rectifiable, aussi-bien que sa projectée; car la différence de
 la hauteur de deux perpendiculaires dont chacune est expri-
 mée par son $\sqrt{(1-yy)}$, est à l'arc de la courbe de projection
 intercepté entre ces deux hauteurs, comme 1 à n , c'est-à-dire
 [à cause de $n = \sqrt{(mm-1)}$] comme 1 à $\sqrt{3}$; & cette
 même différence de hauteurs est à l'arc de la courbe décrite
 sur la superficie sphérique, intercepté entr'elles comme 1 à
 $\sqrt{(1+nn)}$, c'est-à-dire, dans cet exemple comme 1 à 2.
 Ainsi chaque arc de la projectée est à son arc correspon-
 dant sur la superficie sphérique, comme $\sqrt{3}$ à 2, ou comme
 la hauteur du triangle équilatéral à son côté. L'on aura donc
 entre l'arc sur la superficie sphérique, l'arc correspondant de
 la projection & la différence des hauteurs perpendiculaires,
 les rapports qui sont entre 2. $\sqrt{3}$. & 1.

Scholie. L'on voit par-là que les courbes que nous venons
 de trouver par la méthode analytique, sont les mêmes que
 les Epicycloïdes sphériques, décrites par un grand cercle de
 la sphere qui tourne sur un petit; car j'ai fait voir dans le §. 16.
 des Epicycloïdes sphériques, que ces sortes d'Epicycloïdes
 ont chacun de leurs arcs aux arcs correspondants de la courbe

de projection en raison donnée de 1 à g , ou comme le sinus total est au sinus de l'inclinaison du cercle mobile sur l'immobile. Si donc nous voulons construire sur la superficie de la sphere une courbe dont la longueur ait une raison donnée à la longueur de sa projetée, par exemple, de 2 à $\sqrt{3}$, il faut seulement pour le cercle immobile, prendre celui qui fait avec un grand cercle mobile, un angle d'inclinaison, tel que 1 à g soit dans le rapport de 2 à $\sqrt{3}$, ou de 1 à $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Or c'est l'angle que forment deux côtés d'un triangle équilatéral, savoir, $\frac{2}{3}$ d'un angle droit, ou l'angle de 60 degrés. Concevons donc dans la sphere, un Tropicque éloigné de l'Equateur de 60 degrés, & faisant tourner sur lui l'Ecliptique, un point pris dans sa circonférence décrira la courbe qu'on cherche, qui satisfait à cette prolixie équation que nous avons trouvée ci-dessus $(\frac{2-5yy}{27yy}) \times \sqrt{[81 - (16yy - 10)^2 \times \&c.]} + (\frac{32yy-20}{27yy}) \times \sqrt{(-4 + \&c.)} = 2v\sqrt{(1-vv)}$. Et il paroît presque incroyable qu'on puisse construire une équation si composée par un mouvement si simple.

Au reste, l'on voit que dans cette supposition, l'Ecliptique fera double du Tropicque, & que par conséquent il devra le parcourir deux fois, avant que le point décrivant revienne au point d'où il est parti; & la longueur de la demi-Epicycloïde sera double de la plus grande hauteur ou de la distance entre les Tropicques, & par conséquent la longueur de l'Epicycloïde entière sera égale à quatre fois cette distance. Cette courbe (comme il est facile de le voir par la manière dont elle se produit) a quatre parties semblables & égales; terminées aux quatre points qu'on appelle *Cardinaux*; la 1.^{re} comprise entre le point du Solstice d'Hiver (si l'on suppose que la rotation de l'Ecliptique se fait d'Orient en Occident) & le point équinoxial d'Automne; la 2.^{me} entre ce point, & le Solstice d'Été; la 3.^{me} entre le Solstice d'Été & l'Equinoxe du Printemps; la 4.^{me} enfin entre l'Equinoxe du Printemps & le Solstice d'Hiver: & ainsi la longueur de chacune de ces parties est égale à l'intervalle entre les



Tropiques, c'est-à-dire, à la corde de 120 degrés; en supposant toujours, comme nous avons fait dans cet exemple, le Tropique éloigné de l'Equateur de 60 degrés.

Cet Exemple qui paroît le moins compliqué de tous, me fait tellement craindre les autres, qui, sans doute, demanderoient un travail immense, pour trouver l'équation algébrique des courbes de projection, que j'aime mieux les laisser chercher à d'autres. Il me suffit d'avoir trouvé la méthode, & de l'avoir indiquée.

SOLUTION

DU MESME PROBLEME,

Et de quelques autres de cette espece.

Par M. DE MAUPERTUIS.

Ces deux Pieces m'ont été envoyées en Latin, par M. Bernoulli, & contiennent la Solution la plus complete du Probleme de M. Offenburg. Parmi les Epicycloïdes sphériques, il s'en trouve qui sont rectifiables & algébriques en même temps, & ces courbes satisfont au Probleme, mais c'est par une espece de hasard. M. Bernoulli, dans la 2.^{me} Piece, recherche à priori les courbes rectifiables & algébriques sur la surface de la sphere; & c'est-là qu'il donne la vraie Solution du Probleme. Il m'avoit écrit qu'il avoit trouvé ces courbes par une méthode directe, & m'invitoit à les chercher. Je ne me flattai pas aisément de trouver des choses qu'il avoit jugées dignes de son application, & je le priai de me communiquer sa Solution. Cependant l'idée qui est le principe commun de sa Solution & de la mienne, n'étant venue dans l'esprit, & ayant aussi-tôt trouvé ces courbes, je lui envoyai ma Solution que j'avois fait voir quelques jours auparavant à deux Géometres de la Compagnie, comme il me seroit facile de le prouver.

Ma lettre étoit en route, lorsque j'en reçûs une de M. Bernoulli

256 MÉMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

qui contenoit sa Solution, à laquelle la mienne est si semblable qu'on croiroit qu'elle auroit été copiée dessus, & qu'il n'y a de différence que dans nos deux constructions.

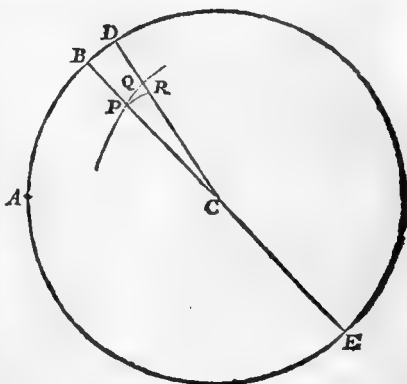
J'ai joint à ces courbes rectifiables & algébriques sur la surface de la sphere, d'autres courbes dont la rectification dépendroit des arcs de cercle, & cela m'a conduit à un Probleme utile dans l'Astronomie.

Je dois avertir ici que M.^{rs} Nicole & Clairaut, dont on trouvera dans ce recueil, des Mémoires sur les Epicycloïdes sphériques, n'avoient point vû ceux de M. Bernoulli, lorsqu'ils ont lu les leurs à l'Académie.

PROBLEME I.

Trouver sur la surface de la sphere, des courbes algébriques rectifiables!

Solut. Soit $ABDE$ un grand cercle de la sphere, dont le rayon $= 1$, l'arc $AB = x$, CP l'ordonnée de la projection de la courbe qu'on cherche $= y$, Pp perpendiculaire au plan de la projection $= z$, $QR = dy$, $PR = ydx$, & l'équation de la sphere $zz = 1 - yy$. Cela posé.



La longueur de la courbe sur la surface sphérique dépendra de la longueur de la courbe de projection PQ , si $dy^2 + yydx^2 = m dz^2$; ou (mettant pour dz^2 sa valeur $\frac{yydy^2}{1-yy}$ tirée de l'équation de la sphere) $dy^2 + yydx^2 = \frac{myydy^2}{1-yy}$. Cette courbe de projection est toujours rectifiable, quel que soit m ; & sa longueur $= A - \sqrt{m} \times \sqrt{1-yy}$. Reste à faire qu'elle soit algébrique.

L'on

L'on a $dx = \frac{dy \sqrt{(m+1)yy-1}}{y \sqrt{1-yy}}$, ou $dx = \frac{dy \sqrt{(Myy-1)}}{y \sqrt{1-yy}}$

qui doit être la différentielle d'un angle. Soit $\frac{\sqrt{(1-yy)}}{\sqrt{(Myy-1)}} = z$,

$y = \frac{\sqrt{(zz+1)}}{\sqrt{(Mzz+1)}}$, $dy = \frac{(1-M)z dz}{(Mzz+1)^{\frac{1}{2}} \times \sqrt{(zz+1)}}$; & l'on a

$$dx = \frac{(1-M) dz}{(Mzz+1) \times (zz+1)} = \frac{(\frac{1}{M}-1) dz}{(zz+\frac{1}{M}) \times (zz+1)} = \frac{dz}{1+zz}$$

$$= \frac{dz}{\frac{1}{M}+zz}; \text{ ou } dx = \frac{dz}{1+zz} - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m+1}}} \times \frac{\sqrt{\frac{1}{m+1}} \cdot dz}{\frac{1}{m+1}+zz}$$

$$= \frac{dz}{1+zz} - \sqrt{(m+1)} \times \frac{\sqrt{(m+1)} dz}{1+(m+1)zz}.$$

D'où l'on voit que la courbe sera algébrique, lorsque $\sqrt{m+1}$ sera un nombre rationnel. C. Q. F. T.

PROBLEME II.

Trouver sur la surface de la Sphere, des courbes, dont la rectification dépende de la rectification du cercle!

Solut. Soit comme ci-dessus $ABDE$ un grand cercle de la sphere qui représente l'Equateur. Je cherche d'abord les courbes, dont la longueur dépend des arcs de cet Equateur; & pour cela (ayant nommé toutes les lignes, comme dans le Probleme précédent) j'ai $pq = \sqrt{(dy^2 + yy dx^2 + dz^2)}$
 $= n dx$, ou (à cause de $dz^2 = \frac{yy dy^2}{1-yy}$) $dy^2 + yy dx^2$
 $+ \frac{yy dy^2}{1-yy} = n n dx^2$, ou $dy^2 + yy dx^2 - y^4 dx^2 = n n dx^2$
 $- n n y y dx^2$, ou $dx = \frac{dy}{\sqrt{[nn - (nn+1)yy + y^4]}}$. C'est l'équa-

tion qui exprime la nature des courbes pq , dont les arcs sont aux arcs correspondants de l'Equateur comme n à 1.

Coroll. Si l'on veut la courbe, dont les arcs soient égaux aux arcs correspondants de l'Equateur, on a $dx = \frac{dy}{1-yy}$
 $= \frac{\frac{1}{2} dy}{1+y} + \frac{\frac{1}{2} dy}{1-y}$, ou $x = \frac{1}{2} lA + \frac{1}{2} l(1+y) - \frac{1}{2} l(1-y)$,
ou $x = \frac{1}{2} l(A \times \frac{1+y}{1-y})$. D'où l'on tire une construction

fort simple de cette courbe; car on a $AB = \frac{1}{2} l(A \times \frac{EP}{PB})$.

Mem. 1732.

. K k

Prenant donc l'arc AB égal à la moitié du logarithme de EP , divisé par PB , l'on a l'arc AB pour un rayon donné CP , & par conséquent tous les points de la courbe.

Autre Solut. On peut encore trouver des courbes dépendantes de la rectification du cercle, en cherchant celles dont la longueur dépend de la longueur du Méridien, c'est-à-dire, celles où $p q = n . B p$.

On a alors $dy^2 + yy dx^2 + dz^2 = n n dy^2 + n n dz^2$, ou $dy^2 + yy dx^2 + \frac{yy dy^2}{1-yy} = n n dy^2 + \frac{n n yy dy^2}{1-yy}$, ou $dx = \frac{dy \sqrt{(nn-1)}}{y \sqrt{(1-yy)}}$. Les courbes sur la surface de la sphere sont alors des loxodromiques, & cette équation est celle de leur projection.

Scholie. Si le Soleil se mouvoit dans une courbe, telle que celle que nous avons déterminée dans la première Solution, l'on auroit par tout son cours, le mouvement en longitude égal au mouvement en ascension droite. Nous avons donc ici déterminé la nature de l'Ecliptique que devoit décrire le Soleil, pour que ces deux mouvements fussent toujours égaux.

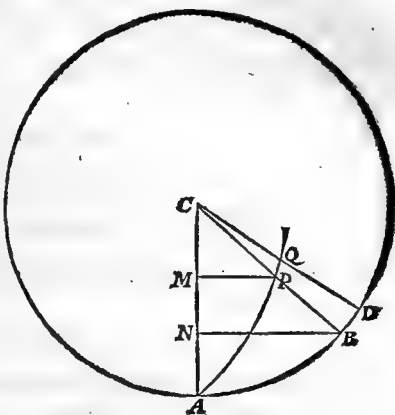
Mais si l'Ecliptique étant un cercle déterminé, on demande seulement un point où le mouvement en longitude soit égal au mouvement en ascension droite; ce Probleme qui devient beaucoup plus limité, est celui dont M.^{rs} Parent & Godin ont donné des Solutions dans les Mémoires de 1704, & de 1730. M. Godin cite non-seulement la Solution de M. Parent, mais encore celles de Regiomontanus & de Stevin. Ces Solutions sont fondées sur la Trigonométrie sphérique; même celle de M. Parent, quoiqu'il se soit servi du secours du calcul différentiel.

On ne fera peut-être pas fâché d'en trouver ici une autre indépendante de cette Trigonométrie; & où non-seulement le mouvement en longitude soit égal au mouvement en ascension droite, mais encore lui soit en raison quelconque, de n à 1.

PROBLEME III.

Trouver le point de l'Ecliptique où l'arc pq intercepté par deux méridiens soit à l'arc BD correspondant de l'E'quateur comme n à 1 ?

Solut. Soit conçu le plan de l'Ecliptique CA pq formant avec le plan de projection $CAPQ$ l'angle pMP , dont le cosinus $= m$, le rayon étant $= 1$. Soit $Mp = v$, $MP = mv$, & $CM = \sqrt{(1 - vv)}$, l'on aura pour l'élément de l'Ecliptique, $p q = \sqrt{(dMp^2 + dCM^2)}$
 $= \frac{dv}{\sqrt{(1 - vv)}}$



On a $CP = \sqrt{(MP^2 + CM^2)} = \sqrt{(m^2vv + 1 - vv)}$
 $\therefore PM(mv) :: CB(1) \cdot NB = \frac{mv}{\sqrt{(mmvv - vv + 1)}}$; & de même $CN = \frac{\sqrt{(1 - vv)}}{\sqrt{(mmvv - vv + 1)}}$. Donc $BD = \frac{dNB}{\sqrt{(1 - NB^2)}}$

$$= \frac{mdv \cdot (mmvv - vv + 1)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{(1 - \frac{mmvv}{mmvv - vv + 1})}} = \frac{mdv}{(mmvv - vv + 1) \sqrt{(1 - vv)}}$$

Donc (puisque $n \cdot BD = pq$) $\frac{mn dv}{(mmvv - vv + 1) \sqrt{(1 - vv)}}$
 $= \frac{dv}{\sqrt{(1 - vv)}}$, ou $mn = 1 + mmvv - vv$, ou vv
 $= \frac{mn - 1}{m - 1}$, ou $v = \sqrt{(\frac{mn - 1}{m - 1})}$. Ce qui détermine le sinus

de la longitude du Soleil, lorsque son mouvement en longitude est à son mouvement en ascension droite comme n à 1 .

Et si l'on veut que ces deux mouvements soient égaux, ce qui est le cas de M^{rs} Parent & Godin, l'on a (n étant $= 1$) le sinus de la longitude $v = \sqrt{(\frac{m - 1}{m + 1})} = \sqrt{(\frac{1}{m + 1})}$

O B S E R V A T I O N
DE DEUX HYDROPISES ENKYSTÉES
DES POUMONS,
ACCOMPAGNÉES DE CELLE DU FOYE.

Par M. MALOET.

9 Août
1732.

IL est si rare que les Poumons soient attaqués d'Hydropisie par épanchement, qu'en ayant observé deux dans le même Sujet, j'ai crû que cette observation méritoit d'être communiquée à l'Académie, d'autant plus que ces Hydropsies étoient accompagnées de circonstances, qui ne se rencontrent pas dans les Hydropsies ordinaires; c'est ce qui m'a déterminé à donner la relation suivante.

Un Soldat Invalide étoit tourmenté d'une difficulté de respirer, considérable, accompagnée d'une fièvre lente; il ne pouvoit se tenir couché sur les côtés, ni à plat sur le dos, qu'avec beaucoup de peine; ce qui l'obligeoit à être toujours sur son séant: ses bras & ses mains étoient enflés, aussi-bien que ses jambes & ses pieds; ses urines étoient briquetées, ce qui ne pouvant être attribué qu'à leur mélange avec de la bile, me fit juger qu'il y avoit dans le foye de ce malade quelque embarras, qui empêchant cette liqueur de se séparer librement, lui donnoit lieu de se mêler avec les urines.

Comme je soupçonnois de l'eau dans la poitrine de ce malade, j'examinaï soigneusement si j'y entendois quelque fluctuation, en le faisant tourner d'un côté sur l'autre, mais je n'en apperçûs aucune, & il m'assûra n'en avoir jamais senti; ce qui me fit suspendre mon jugement touchant l'épanchement d'eau dans la cavité de la poitrine, d'autant plus que je ne remarquois pas les autres accidents qui ont accoutumé d'accompagner cette maladie.

Après avoir languï dans cet état pendant deux ans, sans

qu'aucune sorte de remède lui procurât du soulagement, que de peu de durée, il mourut, & je fis l'ouverture de son cadavre.

Je ne trouvai aucun épanchement d'eau dans la cavité de la poitrine, mais je remarquai sur chaque poumon, à la partie qui est un peu concave, une tumeur ovale, dont le grand diamètre étoit d'environ un demi-pied, & le petit diamètre d'environ 4 pouces.

Je sentis dans ces deux tumeurs (qui paroissoient d'un volume assés égal) une fluctuation très-sensible, ce qui me fit juger qu'elles contenoient une matière liquide.

J'ouvris la tumeur du poumon droit, il en sortit plus d'un demi-septier de sérosité claire & limpide; j'aggrandis l'ouverture pour examiner le dedans de la tumeur, je trouvai qu'il étoit revêtu d'un kyste blancheâtre, épais d'environ une ligne: je tâchai de le tirer hors de la tumeur, mais comme en y faisant l'ouverture, j'avois coupé ce kyste dans près de la moitié de son étendue, l'autre moitié se rompit en voulant le détacher du poumon auquel il étoit adhérent.

Cela m'engagea à m'y prendre d'une autre manière, pour ouvrir la tumeur du poumon gauche, & à le faire de sorte que je pusse avoir le kyste entier, en cas qu'il y en eût un, comme je le soupçonnois.

Je fis une très-petite ouverture à cette tumeur, & seulement pour donner issue à la liqueur qui y étoit renfermée; il en sortit de la sérosité à peu-près à la même quantité, & de la même qualité que celle qui étoit sortie de la tumeur du poumon droit.

Ensuite je fis sur la membrane externe du poumon gauche, une incision très-légère, pour ne rien couper de plus que cette membrane. Après y avoir fait une ouverture d'une assés grande étendue, pour pouvoir appercevoir ce qui étoit immédiatement au dessous, je trouvai qu'il y avoit effectivement un kyste qui étoit de la même nature, & de la même consistance que le premier.

Pour lors, je continuai mon incision sur la membrane de

ce poumon, & je fis l'ouverture assés grande pour que le kyste entier pût y passer, après quoi je le séparai, sans beaucoup de peine, avec mes doigts.

Je soufflai dans ce kyste, après l'avoir détaché des poumons; j'eus alors une espece de globe creux, blancheâtre, lisse & poli en dehors, dont le grand diametre étoit de 5 pouces, & le petit diametre de 3 ou environ; il a l'épaisseur d'une ligne, comme le précédent, la matière qui le forme est molle, & paroît faite de plusieurs couches, appliquées les unes sur les autres, on n'y remarque ni fibres, ni vaisseaux, ni glandes.

Je conserve ce kyste entier, depuis quelques années, dans de l'eau-de-vie, sans qu'il y soit survenu de changement, si ce n'est que quelques-unes de ses couches se sont séparées dans quelques endroits, & que l'ouverture que j'y avois faite, très-petite d'abord, s'étant aggrandie à chaque fois que j'y ai touché pour l'examiner, elle est devenue beaucoup plus considérable.

J'ai conservé de même les pieces de l'autre kyste; elles prêtent facilement, quand on les allonge, cependant elles font quelque résistance à leur déchirement, & elles se remettent par leur propre ressort, quand on cesse de les allonger: cela n'empêche pas qu'on ne les détruise quand on les presse un peu fortement entre les doigts, & qu'on ne les réduise en une espece de bave & de mucosité.

On y voit clairement leurs différentes couches, elles se séparent d'elles-mêmes dans leur bord, & pour peu qu'on les tire avec les doigts, on peut aisément continuer leur séparation dans toute leur étendue: ces couches, séparées les unes des autres, sont transparentes.

Après avoir examiné les poumons de ce malade, je visitai son foye; j'apperçus à la partie convexe, moyenne & supérieure de son grand lobe, une tumeur molle avec fluctuation, comme celles des poumons, elle étoit enfoncée dans la substance de ce viscere; il en sortit par l'ouverture, une humeur de couleur jaune tirant sur le verd, & telle à peu-près que

celle qu'a la bile détrempée dans de l'eau ; cette liqueur étoit assés limpide, elle étoit renfermée dans un kyste qui est de la même nature que ceux qui étoient dans les poudons , à cela près qu'il est verdâtre, comme on peut le voir dans les portions que j'en ai conservées, & qu'il étoit d'un volume beaucoup moindre, n'ayant qu'environ 3 pouces de diametre dans la plus grande étendue.

La sérosité qui étoit contenuë dans ces tumeurs, n'étoit autre chose que de la lympe extravasée, ce qui lui étoit arrivé vrai-semblablement, parce que s'étant arrêtée dans un ou plusieurs vaisseaux lymphatiques de ces viscères, soit qu'il s'y fût formé des obstructions, ou qu'il y fût survenu du relâchement, ou qu'ils eussent souffert quelque compression, n'a pû continuer son cours librement ; ce qui l'a obligée à forcer & rompre quelqu'un de ces vaisseaux, & à se répandre dans le tissu cellulaire, formé par la membrane interne des poudons, laquelle, comme on sçait, se plonge dans leur substance, sépare leurs lobules, occupe les interstices qu'ils laissent entre eux, environne & enveloppe les arteres & les veines pulmonaires, auxquelles elle sert de gaine, aussi-bien qu'aux vaisseaux lymphatiques de ce viscere; la lympe s'étant épanchée dans quelques cellules de ce tissu, elle les a dilatées au point d'y former une cavité considérable.

Je dis que la lympe s'est répanduë dans les interstices qui séparent les lobules des poudons, & non pas dans les lobules mêmes, car si l'épanchement de la lympe s'étoit fait dans ces derniers, leurs vésicules ayant une communication immédiate avec les bronches, le malade n'auroit pas manqué de la rendre par la bouche, par la même raison qui fait que l'on crache le sang, lorsqu'il y a un vaisseau ouvert dans les vésicules de cette partie, comme il arrive dans les péripneumonies, & les hémophthysies ; & par cette raison il ne se seroit point formé d'amas de sérosité dans les poudons : d'ailleurs quoique le malade dont il est ici question, toussât beaucoup, il ne crachoit point, ou que très-peu ; ainsi il doit passer pour constant, que l'épanchement n'étoit pas dans les

vésicules, & par conséquent il n'a pû être que dans quelqu'un des interstices qui séparent les lobules.

A l'égard de la tumeur du foye, l'humeur qui y étoit contenuë, étoit aussi de la lymphe: mais comme cette liqueur; quoique limpide, étoit d'une couleur jaune tirant sur le verd; telle à peu-près qu'on peut encore la voir dans les morceaux de kyste qui se sont trouvés dans cette tumeur, & que j'ai conservés, cela fait juger que la bile a eu part à sa formation, & que quelque vaisseau lymphatique s'étant rompu dans le foye, de même que dans les poudrons, & par les mêmes ou par de semblables occasions, la lymphe s'est répanduë dans quelqu'un des interstices, qui, suivant les observations de Malpighi, séparent les lobules de ce viscere, ou dans quelqu'une des cellules du tissu qui, suivant M. Winslow, se glisse entre les grains glanduleux; la lymphe s'étant ainsi répanduë dans quelqu'une de ces séparations ou cellules, elle l'a aggrandie au point d'en faire un sac, ou une poche.

Il n'est pas difficile de concevoir que quelques parties de bile, en suintant à travers les membranes des glandes & des pores biliaires des environs de cette poche, ont dû se mêler avec la lymphe qui y étoit contenuë.

La bile a suinté d'autant plus aisément à travers les membranes de ces glandes & de ces vaisseaux biliaires, que les uns & les autres ont été relâchés, par la sérosité répanduë dans cette cavité, & que ce relâchement ayant rendu les pores de ces membranes plus capables de se dilater, ils en ont aussi été plus propres à laisser passer les particules de bile.

Ce suintement de la bile à travers les membranes des glandes du foye & des pores biliaires, ne paroîtra point extraordinaire, si l'on fait attention qu'elle a coutume de passer à travers celles de la vésicule du fiel, comme cela est prouvé par la couleur jaune ou verte, dont se trouvent teints ordinairement le foye (dans l'endroit où cette vésicule est placée), le duodenum, le colon, & les autres parties qui la touchent.

Quand je dis que l'humeur qui étoit contenuë dans ces tumeurs.

tumeurs, étoit de la lympe, je ne prétends pas qu'une portion de la partie aqueuse du sang n'ait pû s'y mêler; il y a au contraire bien de l'apparence que les vaisseaux sanguins; tant des poudons, que du foye ont été nécessairement comprimés en quelques endroits, par des tumeurs aussi considérables, & dilatés en d'autres, où les pores de leurs membranes se sont élargis, & qu'une portion de la partie aqueuse du sang a passé à travers, avec d'autant plus de facilité, que les membranes de ces vaisseaux ont dû être relâchées, par la sérosité qui s'est exprimée du sang, en conséquence du séjour qu'il a été obligé de faire : une portion de la partie aqueuse du sang ayant passé à travers les membranes des vaisseaux sanguins des poudons & du foye, dans les cavités de ces tumeurs, elle s'est mêlée avec la lympe qui y étoit contenuë, elle en a augmenté le volume, & entretenu la fluidité.

Que la partie aqueuse du sang puisse passer à travers les membranes des vaisseaux sanguins, lorsque le sang y séjourne; cela est prouvé par différentes especes d'hydropisies, mais sur-tout par l'enflure des jambes qui survient aux longues maladies, & que l'on ne sçauroit attribuer qu'à la partie aqueuse du sang qui, passant à travers les membranes des vaisseaux sanguins, s'insinuë dans les cellules adipeuses, & s'implente même quelquefois dans la peau, où elle cause un œdeme, lequel se dissipe, lorsque cette même partie aqueuse repasse dans les vaisseaux d'où elle étoit sortie; à quoi la situation des parties contribuë beaucoup.

Pour ce qui est des kystes, dont l'intérieur de ces tumeurs étoit revêtu; se détruisans, comme on le voit, quand on les presse entre les doigts, & se réduisans en une espece de gelée, ou de matiere mucilagineuse, il n'y a pas lieu de douter, qu'ils n'aient été formés du fluide même qui étoit contenu dans ces tumeurs, c'est-à-dire, de la lympe.

Ces kystes ont été portés à l'Académie, où ils ont été vus & examinés dans l'Assemblée.

Cette liqueur est, comme tout le monde sçait, composée de deux sortes de parties, les unes fibreuses, ou filamenteuses & branchuës, les autres aqueuses, dans lesquelles nagent les

premières : celles-ci sont propres à s'unir & à faire corps, cela paroît clairement dans ces filandres qui se forment dans l'eau où l'on a reçu le sang d'une saignée, & qui ne sont autre chose que la portion lymphatique du sang, épaissie par la réunion de ses fibres : les parties filamenteuses de la lymphe étant branchuës, il est aisé de concevoir que lorsque cette liqueur a été épanchée dans les interstices qui sont entre les lobules des poudrons & du foye, elles se sont accrochées par leurs filaments à leurs parois, elles s'y sont collées, & là elles ont fait une première couche de matière mucilagineuse, laquelle a été suivie d'une seconde, celle-ci d'une troisième, & enfin de plusieurs autres.

C'est ainsi que ces kystes se sont formés par couches, parce que les parties fibreuses de la lymphe ne se sont pas appliquées toutes en même temps aux parois de la cavité où elle étoit contenuë, mais successivement, & qu'il a fallu que les filaments de cette humeur qui sont toujours extrêmement petits, se soient unis après son épanchement en de grosses molécules qui fussent capables de donner assés de prise aux parties aqueuses pour être poussées par elles à leur circonférence, & qui fussent propres à s'attacher aux parois de la tumeur & à s'y arrêter.

Je dis qu'il a fallu que les fibres de la lymphe se soient unies en molécules; car il faut remarquer que ces fibres dans la formation de ces kystes ne se sont pas unies de manière qu'il en ait résulté de plus grosses par leur réunion, on n'y en observe aucune, on voit seulement qu'ils sont composés de molécules fort irrégulières, & ces molécules n'ayant pû se faire toutes à la fois, mais seulement dans des intervalles proportionnés à la quantité des parties filamenteuses de la lymphe, elles n'ont pû par conséquent s'unir toutes en même temps, mais successivement, c'est ce qui a formé différentes couches.

C'est par une semblable raison que les pierres qui s'engendrent dans la vessie, celles qu'on trouve dans la vésicule du fiel & les bezoards sont ordinairement formés par couches,

ces corps étant composés de matières qui se rassemblent & s'unissent en différents temps.

Ces kystes étoient mols, parce que quoique les parties fibreuses de la lymphe en s'unissant pour faire corps, se fussent séparées des parties aqueuses, de manière qu'elles n'en étoient plus abreuvées suffisamment pour conserver leur fluidité, il leur en étoit encore trop resté pour former un corps qui ne fût pas mol, comme le sont toutes les concrétions lymphatiques qui se font dans des endroits humides, & où elles sont à l'abri de l'air, à la différence de celles qui y sont exposées, ou qui se font dans des lieux secs, lesquelles durcissent avec le temps, ainsi qu'il est arrivé à quelques morceaux de ces kystes que j'ai laissés à l'air.

Les couches intérieures de ces follicules sont glaireuses; peu fermes & solides, à la différence des autres, sur-tout de celles de dehors, dont le tissu est plus serré; elles se séparent d'elles-mêmes les unes des autres par leurs bords, tant les externes que les internes, & elles peuvent encore se diviser en d'autres extrêmement fines & déliées: mais les externes se séparent bien moins aisément de celles qui les suivent que les internes, ce qui marque que les dernières n'ont pas eu le loisir de s'unir si étroitement que les premières, ni d'acquérir autant de fermeté que celles-ci en ont.

La face interne de ces kystes est parfaitement unie & égale, parce qu'elle a été également pressée par la liqueur qui y étoit renfermée, par la même raison que le tartre & la matière pierreuse qui s'attachent aux tonneaux ou aux tuyaux des aqueducs intérieurement, forment des croûtes assés égales dans leur superficie.

La face externe des follicules qui étoient dans les poulmons, est chagrinée & parsemée de rayes & de sillons superficiels, que l'on ne remarque pas dans celui du foye; ces différences viennent sans doute de la diversité des parties auxquelles ces différents kistes ont été appliqués.

La couleur jaune du kyste qui étoit dans le foye se remarque aussi-bien au dedans de sa substance qu'au dehors,

enforte qu'il n'y a aucun lieu de douter que ses parties n'ayent pris cette teinture dès le temps qu'il étoit encore liquide; mais sa face extérieure est recouverte d'un enduit brun & foncé, qu'il est aisé d'enlever en le ratissant avec les ongles: ce qui prouve qu'il a été formé par de la bile qui a suinté des glandes du foye ou des pores biliaires, & qui ayant rencontré ce kyste tout formé, n'a pû pénétrer sa substance, ni jusques dans sa cavité, & a été obligée de s'arrêter sur sa surface en manière de croûte; au lieu qu'avant la formation de ce kyste la bile qui suintoit des vaisseaux dont je viens de parler, s'est mêlée tant avec les parties de la liqueur qu'il contenoit, qu'avec celles qui ont servi à le former, c'est de-là qu'est venuë la couleur jaune de cette liqueur & de son follicule.

Et si l'un & l'autre sont beaucoup moins bruns & moins foncés que cet enduit, c'est parce qu'il a été formé de bile toute pure, au lieu que le kyste & la liqueur qu'il renfermoit étoient un mélange de bile & de parties aqueuses, dont celles-ci même faisoient la plus grande partie, ce qui a dû beaucoup éclaircir la couleur jaune que la bile leur a communiquée.

Les couches de ces follicules sont toutes ensemble un corps opaque, mais quand on les examine séparément, elles ont la transparence de la gelée de viande, & même la couleur, hors dans le kyste du foye, où elles sont d'un jaune saffranné: & quoiqu'elles ayent plus de consistance que la gelée, sur-tout étant unies plusieurs ensemble, on ne laisse pas de les détruire, en les pressant un peu fortement entre les doigts, & de les dissoudre comme on dissoudroit de la colle épaisse.

C'est ce qui distingue sûrement ces kystes des follicules glanduleux, cellulaires ou vésiculaires agrandis, & des vaisseaux lymphatiques dilatés, en un mot des kystes organisés, & qui sont de vraies membranes, lesquels se déchirent ou se tortillent étant pressés entre les doigts, mais quelques fins qu'ils soient, on ne détruit point leurs membranes avec

les doigts, encore moins peut-on les dissoudre, étant d'un tissu plus solide & plus ferré que des concrétions; ils sont aussi plus minces, plus déliés & plus fins, ce qui fait qu'ils ont plus de souplesse, & qu'on peut aisément les plier : au lieu que des morceaux de kystes formés de lymphe, tels que sont ceux dont je parle, quand ils ont leur mollesse & leur humidité, sont plus aisés à rouler qu'à plier; quand ils sont secs, ils ressemblent à de la colle-forte, soit par leur couleur, soit par une espèce de transparence qu'ils ont, quand on les regarde à travers le jour, soit par leur consistance, & parce qu'ils sont sans souplesse & sans élasticité, se cassant net, ce que ne font pas les vraies membranes qui, après avoir été desséchées, conservent quelque souplesse & de l'élasticité.

D'ailleurs il n'y a gueres de membrane dans le corps humain, reconnue généralement pour telle, quelque fine & déliée qu'elle soit, où l'on ne remarque à l'œil ou à la faveur du microscope, quelques fibres, quelques ramifications de vaisseaux, quelque espèce de tissu ou de réseau. On n'observe rien de pareil dans les kystes dont il s'agit ici, ni dans les couches dont ils sont composés, on remarque au contraire, en les regardant avec le microscope à travers le jour, qu'elles sont formées par l'assemblage de différentes molécules, parmi lesquelles il y en a de fort épaisses & grossières, & d'autres qui le sont beaucoup moins, à peu-près comme on en remarque dans de la colle-forte, ou du papier brouillard, regardés de même.

Il paroît singulier que ces sortes d'hydropisies étant fort rares dans les poulmons & dans le foye, quoiqu'elles ne le soient point ailleurs, il n'y en ait point eu dans d'autres parties de ce sujet, mais seulement dans ces viscères, que même il y en ait eu une dans chaque poulmon d'un volume si considérable & d'une grosseur égale.

C'est une singularité dont il est difficile de rendre raison autrement que par conjecture, pouvant dépendre du dérangement de quelques parties imperceptibles à la vûe : cependant

le relâchement des tiffus cellulaires qui rempliffent les interstices des lobules, des poumons & du foye, ou qui féparent les glandes de ce dernier viscere, peuvent y avoir eu beaucoup de part, en tenant ces interstices moins serrés qu'ils n'auroient dû l'être naturellement, & en donnant aux vaisseaux lymphatiques qu'ils fôûtenoient, moins de force qu'ils n'auroient dû en avoir.

Il est aisé de déduire de ce relâchement l'épanchement de la lymphe dans ces interstices, & les tiffus cellulaires qui les garniffent ont pû être relâchés par les mêmes causes qui font que dans certains sujets, bien constitués d'ailleurs, le péritoine se relâche, & par-là donne occasion à des hernies ou descentes.

Je dirai ici en passant, que cette observation prouve que ceux qui prétendent que tous les kystes des tumeurs enkystées font des parties organisées (c'est-à-dire des glandes, des cellules, des vésicules aggrandies, ou des vaisseaux lymphatiques dilatés) font dans l'erreur, puisqu'elle fournit l'exemple incontestable de trois kystes, qui ne peuvent être rapportés à aucune de ces parties, & qui loin d'être des vaisseaux destinés à contenir de la lymphe, ne font visiblement que cette même lymphe épaissie hors de ses vaisseaux.

Non seulement il y a quelques follicules des tumeurs anormales qui ne font pas des parties organisées, & qui ne font que de simples concrétions lymphatiques, comme on vient de le voir ; on peut même croire qu'il y en a beaucoup qui ne font pas autre chose : on peut le croire avec d'autant plus de fondement, qu'un grand nombre de ces tumeurs ne contiennent que de la lymphe, mais cela mérite d'être examiné plus particulièrement.



MANIERE

De déterminer la nature des Roulettes formées sur la superficie convexe d'une Sphere, & de déterminer celles qui sont géométriques, & celles qui sont rectifiables.

Par M. NICOLE.

I. **S**OIT un cercle AB , dont le centre est C , si l'on conçoit sur le rayon CA une regle attachée fixement en C , & qui porte à son autre extrémité A un autre cercle $A, 5, 7, 6$; décrit du rayon DA sur un plan oblique $1, 2, 3, 4$, & dont l'obliquité sur le plan du premier cercle CAB est mesurée par la perpendiculaire DE ; que de plus sur le rayon DA il y ait une seconde regle attachée fixement en D , & qui puisse se mouvoir sur la circonférence $A, 5, 7, 6$. Cela posé, si l'on fait mouvoir la regle CA de CA en CQ sur l'arc indéterminé AQ , transportant le cercle $A, 5, 7, 6$, & que dans le même temps on fasse aussi mouvoir la regle DA de DA en DM sur l'arc AM , de manière que l'arc AM du petit cercle soit égal à l'arc AQ du grand cercle, il est clair que par ce double mouvement, le point M décrira une courbe à double courbure. On demande la nature de cette courbe, & celle de sa projection AL faite sur le plan CAL par des perpendiculaires abaissées de tous les points M sur ce plan.

Fig. 1.

SOLUTION.

Le rayon CA étant parvenu en CQ , & le rayon DQ en Dm , de manière que l'arc QA soit égal à l'arc Qm , si l'on mene les ordonnées QO & mR à ces deux cercles, & de plus le rayon DI , tel que l'arc QI soit semblable à l'arc QA , que l'on mene les cordes QA, QM & QI , & que l'on fasse $CA = n, DQ = r, AO = x, QR = z$, on aura cette

Fig. 2.

proportion $CA(n) \cdot AQ(\sqrt{2nx}) :: DQ(r) \cdot QI = \frac{r}{n} \sqrt{2nx}$.

On aura aussi la corde $Qm = \sqrt{2rz}$, & pour avoir le rapport de la corde Qm à la corde QI , il faut trouver le rapport de z à x . Pour le trouver ce rapport, je remarque que l'arc QI est à l'arc Qm , comme DQ est à CA .

Ainsi pour trouver l'expression en x de la corde Qm , cette partie du Probleme se réduit à trouver la corde d'un arc, lequel arc soit à un autre arc, dont la corde est donnée dans un rapport donné qui est ici de n à r .

Fig. 3.

Pour cela soit un cercle $ACBD$, dont le diametre est AB ; si l'on mene deux cordes quelconques AC , AD , & aussi celles de leurs compléments CB & DB , on sçait que $AC \times DB + AD \times BC = AB \times DC$. Ainsi si l'on nomme AB , $2r$, & $AD(b)$, par cette proposition, lorsque l'arc AC est égal à l'arc AD , la corde CD de l'arc double sera connuë. Par le moyen de la corde de l'arc double, on connoîtra celle de l'arc triple, & par celle-là la corde de l'arc quadruple, & ensuite celle de l'arc quintuple, sextuple, &c.

Toutes ces cordes seront,

la corde de l'arc simple étant b .

Celle de l'arc double sera..... $\frac{b}{r} \sqrt{4rr - bb}$.

Du 3^{me} $\frac{b}{r^2} \times 3rr - bb$.

Du 4^{me} $\frac{b}{r^3} \sqrt{4rr - bb \times 2rr - bb}$.

Du 5^{me} $\frac{b}{r^4} \times 5r^2 - 5rrbb + b^2$.

Du 6^{me} $\frac{b}{r^5} \sqrt{4rr - bb \times 3r^2 - 4rrbb + b^2}$.

Du 7^{me} $\frac{b}{r^6} \times 7r^4 - 14r^2bb + 7r^2b^2 - b^3$.

Du 8^{me} $\frac{b}{r^7} \sqrt{4rr - bb \times 4r^4 - 10r^2bb + 6rrbb - b^3}$.

Du 9^{me} $\frac{b}{r^8} \times 9r^6 - 30r^4bb + 27r^2b^2 - 9rrb^2 + b^4$.

Du 10^{me} $\frac{b}{r^9} \sqrt{4rr - bb \times 5r^8 - 20r^6bb + 21r^4b^2 - 8rrb^3 + b^4}$.

Du

$$\text{Du } 11^{\text{me}} \dots \dots \frac{b}{r^{10}} \times 11r^{10} - 55r^8bb + 77r^6b^2 - 44r^4b^3 + 11rrb^5 - b^{10}.$$

$$\text{Du } 12^{\text{me}} \dots \dots \frac{b}{r^{11}} \sqrt{4rr-bb} \times 6r^{10} - 35r^8bb + 56r^6b^2 - 36r^4b^3 + 10rrb^5 - b^{10}.$$

$$\text{Du } 13^{\text{me}} \dots \dots \frac{b}{r^{12}} \times 13r^{12} - 91r^{10}bb + 182r^8b^2 - 156r^6b^3 + 65r^4b^5 - 13rrb^{10} + b^{12}.$$

$$\text{Du } 14^{\text{me}} \dots \dots \frac{b}{r^{13}} \sqrt{4rr-bb} \times 7r^{12} - 56r^{10}bb + 126r^8b^2 - 120r^6b^3 + 55r^4b^5 - 12rrb^{10} + b^{12}.$$

Toutes ces cordes se réduisent à

$$1. \ b.$$

$$2. \ \frac{b}{r} \sqrt{4rr-bb}.$$

$$3. \ \frac{b}{r^2} \sqrt{4rr-bb} - b.$$

$$4. \ \frac{b}{r^3} \sqrt{4rr-bb}^3 - \frac{2b}{r} \sqrt{4rr-bb}.$$

$$5. \ \frac{b}{r^4} \sqrt{4rr-bb}^4 - \frac{3b}{r^2} \sqrt{4rr-bb}^2 + b.$$

$$6. \ \frac{b}{r^5} \sqrt{4rr-bb}^5 - \frac{4b}{r^3} \sqrt{4rr-bb}^3 + \frac{3b}{r} \sqrt{4rr-bb}.$$

$$7. \ \frac{b}{r^6} \sqrt{4rr-bb}^6 - \frac{5b}{r^4} \sqrt{4rr-bb}^4 + \frac{6b}{r^2} \sqrt{4rr-bb}^2 - b.$$

$$8. \ \frac{b}{r^7} \sqrt{4rr-bb}^7 - \frac{6b}{r^5} \sqrt{4rr-bb}^5 + \frac{10b}{r^3} \sqrt{4rr-bb}^3 - \frac{4b}{r} \sqrt{4rr-bb}.$$

$$9. \ \frac{b}{r^8} \sqrt{4rr-bb}^8 - \frac{7b}{r^6} \sqrt{4rr-bb}^6 + \frac{15b}{r^4} \sqrt{4rr-bb}^4 - \frac{10b}{rr} \sqrt{4rr-bb}^2 + b.$$

$$10. \ \frac{b}{r^9} \sqrt{4rr-bb}^9 - \frac{8b}{r^7} \sqrt{4rr-bb}^7 + \frac{21b}{r^5} \sqrt{4rr-bb}^5 - \frac{20b}{r^3} \sqrt{4rr-bb}^3 + \frac{5b}{r} \sqrt{4rr-bb}.$$

La formule générale de toutes ces cordes, en nommant n l'exposant de l'arc multiple dont on cherche la corde, est

$$\frac{b}{r^{n-1}} \sqrt{4rr-bb}^{n-1} - \times n-2 \times \frac{b}{r^{n-3}} \sqrt{4rr-bb}^{n-3}.$$

$$+ \frac{n-4, n-3}{1, 2} \times \frac{b}{r^{n-5}} \sqrt{4rr-bb}^{n-5} - \times \frac{n-6, n-5, n-4}{1, 2, 3}$$

$$\times \frac{b}{r^{n-7}} \sqrt{4rr-bb}^{n-7} + \times \frac{n-8, n-7, n-6, n-5}{1, 2, 3, 4}$$

$$\times \frac{b}{r^{n-9}} \sqrt{4rr-bb}^{n-9} - \&c.$$

D'où l'on voit que si l'on avoit voulu chercher l'expression de la corde, d'un arc sousmultiple, d'un arc donné, dont

Mem. 1732.

. Mm

la corde est b , en nommant y cette corde cherchée, on auroit eu cette équation

$$\begin{aligned}
 b = & \frac{y}{r^{n-1}} \sqrt[4]{4rr-yy}^{n-1} - \times n-2 \times \frac{y}{r^{n-3}} \sqrt[4]{4rr-yy}^{n-3} \\
 & + \times \frac{n-4, n-3}{1, 2} \times \frac{y}{r^{n-5}} \sqrt[4]{4rr-yy}^{n-5} - \times \frac{n-6, n-5, n-4}{1, 2, 3} \\
 & \times \frac{y}{r^{n-7}} \sqrt[4]{4rr-yy}^{n-7} + \times \frac{n-8, n-7, n-6, n-5}{1, 2, 3, 4} \\
 & \times \frac{y}{r^{n-9}} \sqrt[4]{4rr-yy}^{n-9} + \&c. \text{ dont la résolution donnera} \\
 & \text{la valeur d'y qu'on demande.}
 \end{aligned}$$

Après avoir trouvé ces deux suites, j'ai vû que le célèbre M. Jean Bernoulli les avoit données dans les Journaux de Leipfick, mais sans démonstration.

Ainsi la corde QI étant $\frac{r}{n} \sqrt{2nx}$, & l'arc $QI = r$, l'arc Qm sera $\frac{n}{r}$, & pour avoir la corde Qm , il faut substituer

dans la première suite pour b , $\frac{r}{n} \sqrt{2nx}$, & pour n , $\frac{n}{r}$,

& l'on aura Qm , ou $\sqrt{2rz} = \frac{r}{r} \frac{\sqrt{2nx}}{\frac{n}{r}-1} \sqrt[4]{4rr - \frac{2nrxx}{nn}}^{\frac{n}{r}-1}$

$$- \times \frac{n}{r} - 2 \times \frac{r}{r} \frac{\sqrt{2nx}}{\frac{n}{r}-3} \sqrt[4]{4rr - \frac{2nrxx}{nn}}^{\frac{n}{r}-3} + \frac{\frac{n}{r}-4 \times \frac{n}{r}-3}{1, 2}$$

$$\times \frac{r}{r} \frac{\sqrt{2nx}}{\frac{n}{r}-5} \sqrt[4]{4rr - \frac{2nrxx}{nn}}^{\frac{n}{r}-5} - \times \frac{\frac{n}{r}-6 \times \frac{n}{r}-5 \times \frac{n}{r}-4}{1, 2, 3}$$

$$\times \frac{r}{r} \frac{\sqrt{2nx}}{\frac{n}{r}-7} \sqrt[4]{4rr - \frac{2nrxx}{nn}}^{\frac{n}{r}-7} + \&c. \text{ D'où l'on tire}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt[4]{z} = & \sqrt[4]{\frac{rx}{n}} \times \left(\frac{4n-2x}{n} \right)^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{n-2r}{1, r} \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-3r}{2r}} \\
 & + \frac{n-3r \times n-4r}{1, 2, rr} \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-5r}{2r}} - \times \frac{n-4r \times n-5r \times n-6r}{1, 2, 3, r^3} \\
 & \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-7r}{2r}} + \&c.)
 \end{aligned}$$

Maintenant si du centre D , & des points R & m , on abaisse les perpendiculaires DE , RG & mM ; les points E & G seront sur le rayon CQ , & le point M sera à la courbe de projection.

Si de plus, on mène mS & SR parallèle au plan CAL , & que l'on nomme QE , g , DE , f , on aura $mR = MG = \sqrt{2rz - zz}$, $QG = \frac{gz}{r}$, & $RG = mM = \frac{fz}{r}$. D'où il suit $QM (\sqrt{Qm^2 - mM^2}) = \frac{1}{r} \sqrt{2r^3z - fffz}$, & $CM = (\sqrt{CG^2 + MG^2}) = \sqrt{n - \frac{gz}{r} + 2rz - zz} = \frac{\sqrt{rr - gg}}{r} \times \sqrt{\frac{nnrr - 2gnrz + 2r^3z}{rr - gg} - zz}$.

Si donc on substitue dans QM , CM & Mm , pour z , la valeur tirée de l'équation A , on aura

$$QM = \sqrt{\frac{2rrz}{n}} \times \sqrt{\left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-1}{2r}} - \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2z}{n} \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-3}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.r^2} \times \frac{4n-2z}{n} \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-5}{2r}} - \&c. \right)^2 - \frac{ffz^2}{nn} \times \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-1}{2r}} - \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2z}{n} \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-3}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.r^2} \times \frac{4n-2z}{n} \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-5}{2r}} - \&c. \right)^4}$$

$$CM = \sqrt{rr - gg} \times \sqrt{\left[\frac{nn}{rr - gg} - \frac{2gn + 2rr}{rr - gg} \times \frac{n}{n} \times \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-1}{2r}} - \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2z}{n} \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-3}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.r^2} \times \frac{4n-2z}{n} \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-5}{2r}} - \&c. \right)^2 - \frac{zz}{nn} \times \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-1}{2r}} - \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2z}{n} \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-3}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.r^2} \times \frac{4n-2z}{n} \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-5}{2r}} - \&c. \right)^4]}$$

$$Mm = \frac{fz}{n} \times \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-1}{2r}} - \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2z}{n} \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-3}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.r^2} \times \frac{4n-2z}{n} \left(\frac{4n-2z}{n} \right)^{\frac{n-5}{2r}} - \&c. \right)^2$$

Ce qui donne cette construction.

Mm ij

276. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Soit pris sur le rayon CA , la partie AO indéterminée $=x$ que l'on mène l'ordonnée OQ à ce cercle, & que des points Q & C comme centres, & des rayons QM & CM , tels qu'on les vient de déterminer, on décrive deux cercles; ces cercles se couperont en M qui sera à la courbe de projection cherchée; & si sur ce point M , on élève Mm telle qu'on l'a déterminée, perpendiculairement au plan $CAQB$, le point m , sera à la courbe à double courbure que l'on demandoit.

C O R O L L A I R E I.

II. Si l'on examine les trois suites qui entrent dans les expressions de QM , CM & Mm , on verra qu'elles seront finies toutes les fois que le rapport $\frac{n}{r}$ sera égal à un nombre entier, c'est-à-dire, lorsque le diamètre du grand cercle contiendra un nombre de fois tel qu'on voudra, le diamètre du petit cercle. Dans tous ces cas, les courbes à double courbure & de projection seront donc géométriques.

R E M A R Q U E.

III. Si le diamètre du grand cercle ne contenoit pas un nombre de fois exactement le diamètre du petit cercle, dans ces nouveaux cas, les courbes ne laisseroient pas d'être géométriques, pourvu que le rapport des diamètres fût de nombre à nombre. Soit, par exemple, ce rapport comme 5 à 2, on aura la corde $QI = \frac{2}{5}\sqrt{2nx}$, & la corde Qm appartiendra à l'arc Qm qui est les $\frac{2}{5}$ de l'arc QI .

Pour trouver cette corde, il faut par la première suite, prendre la corde de l'arc quintuple de l'arc QI , & par la seconde suite, on trouvera la corde de l'arc, moitié de cet arc quintuple, qui fournira cette équation

$$\frac{3}{5}\sqrt{2nx} \times \frac{\sqrt{4rr - \frac{2}{5} \times 2nx}}{r} \times 3 - \frac{3}{5}\sqrt{2nx} \times \frac{\sqrt{4rr - \frac{2}{5} \times 2nx}}{r} \\ + \frac{3}{5}\sqrt{2nx} = \frac{2}{r}\sqrt{4rr - yy}, \text{ de laquelle on tirera la}$$

valeur de y qui sera la corde cherchée. Il en sera de même de tout autre exemple, quels que soient les nombres qui expriment le rapport des diamètres, on trouvera toujours l'expression de la corde Qm , par le moyen d'une équation, qui ne contiendra qu'un nombre fini de termes; & par conséquent dans tous les cas, on aura toujours les rapports des lignes CM , QM & Mm , & les courbes résultantes seront géométriques.

COROLLAIRE II.

IV. Lorsque $f=0$, $g=r$, les trois lignes QM , CM , Mm , deviendront

$$QM = \frac{r\sqrt{2x}}{n} \times \left(\frac{4n-2x}{n} \frac{n-r}{2r} - \times \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2x}{n} \frac{n-3r}{2r} \right. \\ \left. + \frac{n-4r \times n-3r}{1.2.r.r} \times \frac{4n-2x}{n} \frac{n-5r}{2r} + \&c. \right)$$

$$CM = \sqrt{nn} - \frac{2nrx + 2rrx}{n} \times \left(\frac{4n-2x}{n} \frac{n-r}{2r} - \times \frac{n-2r}{1.r} \right. \\ \left. \times \frac{4n-2x}{n} \frac{n-3r}{2r} + \frac{n-4r \times n-3r}{1.2.r.r} \times \frac{4n-2x}{n} \frac{n-5r}{2r} - \&c. \right)^2$$

& $Mm=0$.

Dans ce cas la courbe à double courbure s'évanouira, & se confondra avec la courbe de projection. Les courbes AM seront alors des Épicycloïdes, intérieures lorsque r sera positif, & extérieures lorsque r sera négatif.

COROLLAIRE III.

V. Lorsque $gn=rr$, les deux triangles CDQ & DEQ sont semblables, l'angle CDQ est droit, le cercle $QmHQ$ peut être considéré comme la base d'un cône droit, dont la hauteur est CD , son côté $CQ=CA$, & dont le sommet est attaché au centre C d'une Sphere, dont le rayon est égal au côté du cône; le point m décrit alors une courbe à double

M m iij

courbure sur la superficie convexe de la Sphere, dont la projection est AM . D'où l'on voit que dans ce cas, au lieu du double mouvement dont on s'est servi pour engendrer la courbe à double courbure Am , on peut lui substituer le roulement de ce cone. Sur un grand cercle il engendrera la même courbe.

COROLLAIRE IV.

Fig. 4.
& 5.

VI. Lorsque l'angle CDQ est obtus, ou aigu, si du centre D du cercle $QmHQ$, on élève DK perpendiculairement au plan de ce cercle, cette ligne DK coupera en K la ligne CK élevée aussi perpendiculairement du centre C du cercle AQB sur son plan, de manière que $CK = \frac{gn - rr}{\sqrt{rr - gg}}$,

Fig. 1.

car les triangles AED , DEO & OCK sont semblables, ce qui donne $AE(g) \cdot ED(\sqrt{rr - gg}) :: ED(\sqrt{rr - gg}) \cdot EO$
 $= \frac{rr - gg}{g} = DN \& DN(\frac{rr - gg}{g}) \cdot NO(\sqrt{rr - gg})$
 $:: OC(u - g - \frac{rr + gg}{g}) \cdot CK = \frac{gn - rr}{\sqrt{rr - gg}}$, d'où il suit
 $KA = \frac{r\sqrt{nn - 2gn + rr}}{\sqrt{rr - gg}}$. Le point K ainsi déterminé, qui

Fig. 2.
4. & 5.

est au dessous de C dans le premier cas, & au dessus dans le second, sera le centre de la Sphere, auquel si l'on attache le sommet K du cone KQH , & que l'on fasse rouler ce cone sur la circonférence AQB , il se décrira par ce mouvement sur la superficie convexe de la Sphere, la même courbe à double courbure qui a été décrite par le double mouvement de l'article premier; d'où l'on voit que dans tous les cas on peut substituer le roulement du cone à la place de ce double mouvement.

COROLLAIRE V.

Fig. 2.

VII. Si au lieu de supposer les arcs AQ & Qm égaux

comme on a fait, on suppose qu'ils soient entre eux comme p à q , l'exposant de l'arc Qm , qui étoit $\frac{\pi}{r}$, deviendra $\frac{qn}{pr}$; & en substituant cette quantité dans les trois suites qui expriment les lignes CM , QM & Mm , elles détermineront les courbes à double courbure & de projection, relatives à tous ces nouveaux cas.

COROLLAIRE V I.

VIII. Et si l'on veut que les arcs AQ & Qm soient semblables, alors $\frac{qn}{pr} = 1$, & $Qm(\sqrt{2rz}) = QI(\frac{r}{n}\sqrt{2nx})$, d'où l'on tire $z = \frac{2nrxx}{2nrr} = \frac{rx}{n}$. Donc $QM \dots = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2r^4x}{n} - \frac{ffrrxx}{nn}} = \frac{1}{n} \sqrt{2nrxx - ffxx}$, $CM = \frac{1}{r} \sqrt{nnrr - 2grrx + \frac{2r^4x}{n} - rr + gg \times \frac{rrxx}{nn}} = \frac{1}{n} \sqrt{n^4 - 2gmx + 2nrxx - rrx + ggxx}$, & $Mm = \frac{fx}{n}$. D'où l'on voit que dans ce cas les lignes à double courbure & de projection sont géométriques, quel que soit le rapport des rayons CA , DQ .

*Seconde manière de trouver les E'quations
de ces courbes.*

IX. Si au lieu du cercle QmH oblique sur le plan CAB , qui est emporté par la règle CQ , on considère sa projection $QMOE$ sur ce même plan, emportée aussi par la même règle CQ ; il est clair que cette projection sera une ellipse, dont l'ordonnée MG sera égale à l'ordonnée mR du cercle oblique, & son abscisse QG sera la projection de l'abscisse QR du cercle oblique.

Fig. 2.

Fig. 6.

Fig. 2.

Mais par la génération des courbes à double courbure & de projection, dont on cherche l'équation, il faut qu'en quelque point Q que se trouve la règle CQ , l'arc AQ du

cercle CAB soit égal à l'arc Qm du cercle oblique, dont la projection est l'arc elliptique QM .

Donc pour que cette égalité subsiste toujours, il faut que pendant que la règle CQ décrit l'arc infiniment petit Qq , en emportant l'ellipse $QMOE$ en $qRmL$, il faut, dis-je, que le petit arc MR décrit en conséquence de ce mouvement par le point M soit semblable au petit arc Qq , & que l'arc elliptique $qR = QM$ augmente de son élément Rm , qui est la projection de l'élément du cercle oblique.

Fig. 2.

Si donc on nomme CA, n ; QD, r ; QR, z ; QE, g , on aura

$$QG = \frac{gz}{r}, GM = \sqrt{2rz - zz}, CM = \sqrt{CG^2 + GM^2}$$

$$= \frac{1}{r} \sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}, \text{ le}$$

$$\text{petit arc elliptique } mR = \sqrt{\frac{rdz - zdz}{\sqrt{2rz - zz}} + \frac{ggdz^2}{rr}}$$

$$= \frac{dz\sqrt{r^4 - 2r^3z + rrzz + 2ggrr - ggzz}}{r\sqrt{2rz - zz}}, \text{ \& la différence de}$$

$$CM \text{ fera } ml = \frac{-gnrdz + ggzdz + r^3dz - rrzdz}{r\sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}.$$

$$\text{Donc } Rl = \sqrt{mR^2 - ml^2} \dots\dots\dots =$$

$$dz \sqrt{\frac{r^4 - 2r^3z + rrzz + 2ggrr - ggzz}{rr \times 2rz - zz} + \frac{r^3 - rrz - gnz + ggz^2}{rr \times nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$$

qui se réduit à

$$\frac{dz \sqrt{nnr^6 - 2nnr^5z + nnr^4zz + 2gnr^5z - 2gnr^4zz + ggrr^4zz}}{r\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$$

$$= \frac{dz \times nnr - nrz + grz}{\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2gnrz + 2r^3z - rrzz}} = Rl.$$

Mais les arcs Qq & MR étant semblables, & l'arc Qq étant

étant toujours égal à l'élément du cercle oblique qui est $\frac{rdz}{\sqrt{2rz-zz}}$, on aura cette proportion $CQ(n) \cdot Qq(\frac{rdz}{\sqrt{2rz-zz}})$

$$:: CM(\frac{1}{r} \sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz})$$

$$\cdot MR = \frac{dz\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}{n\sqrt{2rz-zz}}. \text{ Donc}$$

$$MR - RI = \frac{dz\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}{n\sqrt{2rz-zz}}$$

$$= \frac{nnrdz+rrzdz-grdz}{\sqrt{2rz-zz} \times \sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}$$

$$= \frac{dz \times 2r^3z-rrzz-3gnrz+ggzz+nnrz}{n\sqrt{2rz-zz} \times \sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}} = MI.$$

Si donc on nomme ml , dy , & MI , dx ; on aura dans chaque petit côté Mm de la courbe de projection,

$$dy = \frac{dz \times -gnr+ggz+r^3-rrz}{r\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}},$$

$$\& dx = \frac{dz \times 2r^3z-rrzz-3gnrz+nnrz+ggzz}{n\sqrt{2rz-zz} \times \sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}.$$

Ainsi on a le rapport de dy à dx dans tous les points de la courbe de projection AM . Si de plus, on nomme h , la hauteur Mm , dont le point m est à la courbe à double courbure, à cause des triangles semblables QDE , QRG ,

Fig. 2.

on aura $QD(r) \cdot DE(\sqrt{rr-gg}) :: QR(z)$

$$\cdot RG = \frac{z\sqrt{rr-gg}}{r} = Mm = h; \text{ donc } dh = \frac{dz\sqrt{rr-gg}}{r}.$$

Ainsi pour tous les points de la courbe à double courbure, on a aussi le rapport de dy à dx & à dh .

COROLLAIRE I.

X. Si l'angle CDQ est droit, on aura $g = \frac{rr}{n}$, le cercle oblique QmH fera la base d'un cone droit, dont le sommet

Mem. 1732.

. N n

est en C , & la courbe à double courbure sera la Roulette décrite sur la surface convexe de la Sphere par le point m de ce cone roulant sur le plan $CAQB$, on aura dans ce cas

$$dy = \frac{rrzdz - nnzdz}{n\sqrt{n^4 + rrz - nnz}}, dx = \frac{zdz \times nn - rr \times nn - rz}{nn\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{n^4 + rrz - nnz}}$$

$$\& dh = \frac{dz\sqrt{nn - rr}}{n}.$$

COROLLAIRE II.

XI. Si $DE = 0$, $g = r$, alors le cercle QmH roulera dans le plan CAB , & les courbes à double courbure & de projection seront la même courbe, l'on aura alors $dx = dz$ $\times \frac{2rrz - 3nrz + nnz}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nn - 2nz + 2rz}}$, $dy = \frac{-ndz + rdz}{\sqrt{nn - 2nz + 2rz}}$ & $dh = 0$, cette courbe est alors une Épicycloïde, qui lorsque n est infini, donne $dx = \frac{zdz}{\sqrt{2rz - zz}}$ & $dy = dz$, & exprime la cycloïde ; & lorsque $n = 2r$, devient $dx = 0$, & $dy = \frac{-rdz}{\sqrt{4rr - 2rz}}$, dont l'intégrale est $y = \sqrt{4rr - 2rz}$, qui est un lieu à la ligne droite ; ce qui montre que dans ce cas, où un cercle roule au dedans d'un autre cercle double, le point décrivant engendre une ligne droite, qui est le diamètre de ce cercle double.

COROLLAIRE III.

XII. Si l'on suppose $g = n$, on aura $dy = dz \times \frac{r^3 - nnr + nnz - rrz}{r\sqrt{nnrr - 2nnrz + 2r^3z + nnz - rrz}}$, $= \frac{dz \times \sqrt{rr - nn} \times r - z}{r\sqrt{\frac{nnrr}{rr - nn} + 2rz - zz}}$, $dx = \frac{dz \times 2r^3z - 2nnrz - rrz + 2z^2 + nnz}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2nnrz + 2r^3z + nnz - rrz}}$, $= \frac{dz \times \sqrt{rr - nn} \times \sqrt{2rz - zz}}{n\sqrt{\frac{nnrr}{rr - nn} + 2rz - zz}}$ & $dh = \frac{dz\sqrt{rr - nn}}{r}$, d'où

l'on voit que dans ce cas $dy . dx :: \frac{r-z}{r} : \frac{\sqrt{2rz-zz}}{z}$.

Mais quand $g=n$, il faut que le centre D de la base du cône roulant soit perpendiculairement à plomb sur le centre C de la base CAB sur laquelle ce cône roule ; & l'on a vû (art. 6.) que le sommet du cône qui décrit la courbe à double courbure, ou, ce qui est la même chose, le centre de la Sphere sur laquelle la surface de cette courbe à double courbure est décrite, doit toujours aussi se trouver dans cette perpendiculaire à plomb sur le centre C ; donc alors le sommet du cône, & le centre de la base de ce cône, se confondent dans le même point de cette perpendiculaire, c'est-à-dire, que le cône devient alors un cercle qui a le même rayon que la Sphere : par conséquent dans ce cas, la courbe à double courbure est engendrée par un point fixe pris sur la circonférence d'un grand cercle qui roule sur un petit cercle, le centre de ce grand cercle demeurant immobile.

Fig. 7.

COROLLAIRE IV.

XIII. Si l'on suppose g plus grand que n , alors le sommet K du cône, ou le centre de la Sphere, se trouvera au dessus du plan de la base du cône.

COROLLAIRE V.

XIV. Il suit de ce que CK (art. 6.) $= \frac{gn-rr}{\sqrt{rr-gg}}$, & de

ce qui vient d'être dit, que quand l'angle HAC des deux plans est aigu, si l'on considère cet angle demeurer le même pendant que g (AE) & r (AD) croissent uniformément, c'est-à-dire, pendant que la base du cône augmente, il suit, dis-je, que le centre K de la Sphere, ou le sommet du cône, sera d'abord au dessous du centre C ; que g augmentant, il s'élèvera en s'approchant du point C , avec lequel il se confond, lorsque $gn=rr$; qu'il continuera ensuite de s'élever entre les deux plans, en s'éloignant du point C , & en s'approchant du plan HDA , dans lequel il se trouve, lorsque

N n ij

$g = n$, alors les points K & D se confondent ; que g continuant d'augmenter, le sommet K du cone se trouvera toujours au dessus du plan de la base, & le centre de cette base de l'autre côté de la ligne CK , enforte que dans ce dernier cas qui en renferme une infinité, le cône sera opposé par sa base à ce qu'il étoit auparavant.

COROLLAIRE VI.

XV. Si l'on suppose $g = 0$, on aura $dy = \frac{dz \times r - z}{\sqrt{nn + 2rz - zz}}$;
 $dx = dz \times \frac{2rz + nn - rz}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nn + 2rz - zz}}$ & $dh = dz$, pour
 toutes les courbes à double courbure décrites sur toutes les Spheres dont les rayons sont $\sqrt{nn + rr}$, par les cones, dont les cercles des bases sont parallèles à la ligne à plomb CK .

COROLLAIRE VII.

Fig. 8. XVI. Si l'on fait g négatif, alors l'angle CAH des deux plans

sera obtus, & l'on aura $dy = \frac{dz \times gn + ggz + r^3 - rz}{r\sqrt{nnr + 2gnr + ggz + 2r^3 - rz}}$;
 $dx = \frac{dz \times 2r^3 - rz + 3gnr + nnr + ggz}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnr + 2gnr + ggz + 2r^3 - rz}}$
 & $dh = \frac{dz\sqrt{rr - gg}}{r}$, l'on aura aussi $CK = \frac{gn - rr}{\sqrt{rr - gg}}$, ce qui

fait voir que de quelque manière que l'on fasse croître ou diminuer le cercle AH de la base du cone, son sommet K ou le centre de la Sphere sera toujours au dessus de C , & même de D .

Rectification de ces Courbes.

XVII. Si l'on cherche la valeur du petit côté Mm de Fig. 6. la courbe de projection, on trouvera $Mm (\sqrt{dx^2 + dy^2}) =$

$$dz \sqrt{\frac{2r^2z - r^2z^2 - 3gmrz + nmrz + ggrz + nr^3 - nmz - gn^2r + ggnz \times 2rz - rz^2}{nr\sqrt{2r^3z + nmrr - rrrz - 2gmrz + ggrz} \times \sqrt{2rz - rz^2}}}$$

$$nr\sqrt{2r^3z + nmrr - rrrz - 2gmrz + ggrz} \times \sqrt{2rz - rz^2}$$

qui se réduit à

$$dz \sqrt{\frac{2r^2z - r^2z^2 - 4gmrz + ggrz + nmrrz + 2ggnrz - ggnrz}{nr\sqrt{2rz - rz^2}}}$$

$$= \frac{dz \sqrt{\frac{nn - rr \times rr - gg \times z + 2r \times gn - rr^2}{nr\sqrt{2rz - rz^2}}}}{nr\sqrt{2rz - rz^2}}.$$

L'élément de la courbe à double courbure qui est $\sqrt{dx^2 + dy^2 + dh^2}$ sera donc

$$dz \sqrt{\frac{nn - rr \times rr - gg \times z + 2r \times gn - rr^2}{nmrr \times 2rz - rz^2}} + \frac{rr - gg}{rr}$$

$$= \frac{dz \sqrt{2rz \times (nn - 2gn + rr) - z \times rr - gg}}{n\sqrt{2rz - rz^2}}.$$

COROLLAIRE I.

XVIII. Si l'on suppose $g=r$, on aura $\frac{n-r}{n} \times \frac{dz\sqrt{2r}}{\sqrt{2rz - rz^2}}$ pour la courbe à double courbure, & pour la courbe de projection; & c'est aussi ce qui doit arriver, car alors ces deux courbes se confondent, & deviennent une Epicycloïde ordinaire.

L'intégrale de cette quantité est $\frac{n-r}{n} \times 4r - 2\sqrt{4rr - 2rz}$.

COROLLAIRE II.

XIX. Si l'on suppose $g=n$, on aura $\frac{\sqrt{rr - nn}}{n} \times dz$
N n iij

pour la courbe à double courbure, & $\frac{rr - nn}{nr} \times dz$ pour la courbe de projection, dont l'intégrale est $\frac{z\sqrt{rr - nn}}{n}$ & $z \times \frac{rr - nn}{nr}$. Ainsi dans ce cas qui en renferme une infinité, la courbe à double courbure sera à la courbe de projection comme r à $\sqrt{rr - nn}$.

COROLLAIRE III.

XX. De l'infinité de courbes à double courbure, décrites sur les superficies convexes des Spheres, & engendrées par le roulement du cône, dont le côté KA ou KQ (*art. 6.*)

$$= \frac{r\sqrt{nn - 2gn + rr}}{\sqrt{rr - gg}}$$
 est toujours égal au rayon de la Sphere;

de toutes ces courbes, dis-je, il n'y a donc que celles qui résultent de la supposition de $g=r$ & de $g=n$ qui soient rectifiables. La première de ces suppositions demande que la hauteur du cone soit infinie, & la seconde qu'elle soit infiniment petite: dans le premier cas, ce sont les Epicycloïdes; & dans le second, ce sont les courbes à double courbure décrites sur la superficie convexe d'une Sphere, dont le rayon est r , par un point fixe d'un grand cercle, tel que l'Écliptique, dont tous les points s'appliquent successivement sur tous les points d'un petit cercle parallèle à l'Équateur, pris à telle distance qu'on veut de l'Équateur; l'infinité de courbes de cette espece, aussi-bien que leurs courbes de projection, sont donc rectifiables. On a vû de plus (*art. 2.*) que toutes les courbes à double courbure, & de projection qui font l'objet de ce Mémoire, sont géométriques, lorsque le rapport de n à r est de nombre à nombre; donc quand ce rapport est tel, & que $g=n$, toutes ces courbes sont géométriques & rectifiables.

C'est cette dernière espece de courbes que M. de Maupertuis a déterminée par une autre voye (il y a quelques jours) en résolvant le Probleme qui lui avoit été proposé

par M. Bernoulli, Professeur de Mathématiques à Bâle.

XXI. Si au lieu de supposer, comme on a fait (*art. 9.*), les arcs du cercle roulant & du cercle de la base égaux, on les suppose dans le rapport de p à q , on aura alors $dx =$

$$\frac{dz \times nnrr \times q - p - gnrz \times 2q + p + rz \times 2qrr + pnn + rz \times ggq - qr}{pn\sqrt{2rz - zz} - rz \times \sqrt{nnrr - 2gnrz + 2r^3z + ggzz - rrzz}}$$

$$dy = \frac{dz \times -gnr + r + ggzz - rrz}{r\sqrt{nnrr - 2gnrz + 2r^3z + ggzz - rrzz}}; \text{ \& } dh$$

$$= \frac{dz \sqrt{rr - gg}}{r}, \text{ qui lorsque } g = n \text{ deviennent } dx$$

$$= \frac{dz \times nnrr \times q - p - q \times rr - nn \times 2rz - zz}{pn\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr + 2rz - zz \times rr - nn}}, dy$$

$$= \frac{rdz - zdz \times rr - nn}{r\sqrt{nnrr + 2rz - zz \times nn - rr}}, \text{ \& } dh = \frac{dz \sqrt{rr - nn}}{r},$$

le petit arc de la courbe à double courbure sera alors

$$\frac{q\sqrt{rr - nn} \times dz \sqrt{2rz - zz} + \frac{nnrr \times p - q}{qq \times rn - nn}}{pn\sqrt{2rz - zz}}, \text{ qui est égal}$$

à un arc elliptique.

Si l'on veut que $p : q :: r : n$, c'est-à-dire, que les arcs des cercles roulants, & de la base soient semblables.

Le petit arc de la courbe à double courbure dans le cas

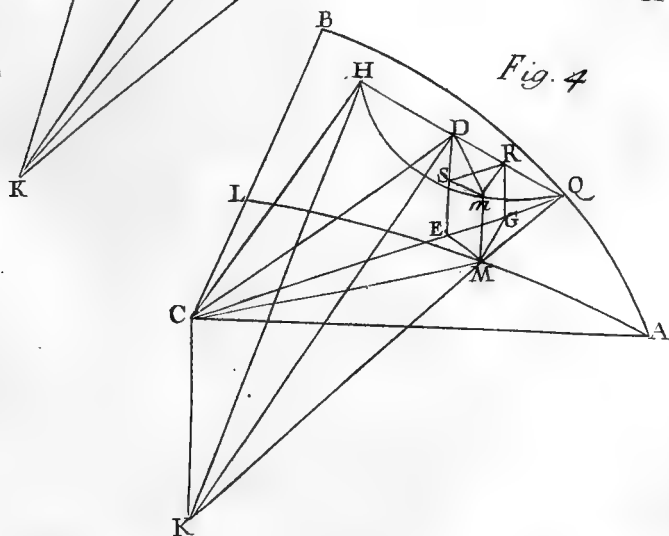
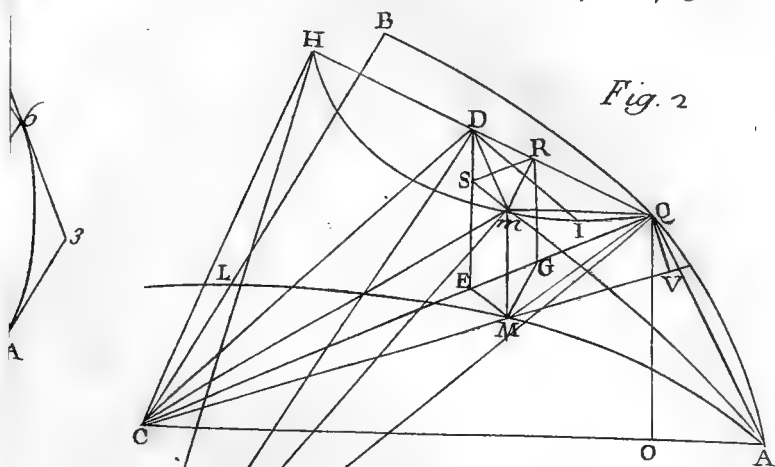
$$\text{de } g = n \text{ sera alors } \frac{\sqrt{rr - nn} \times dz \sqrt{2rz - zz} + rr \times \frac{r - n}{r + n}}{r\sqrt{2rz - zz}},$$

& si $p = q$, on retrouve $\frac{\sqrt{rr - nn}}{n} \times dz$ pour le petit arc de la courbe à double courbure.

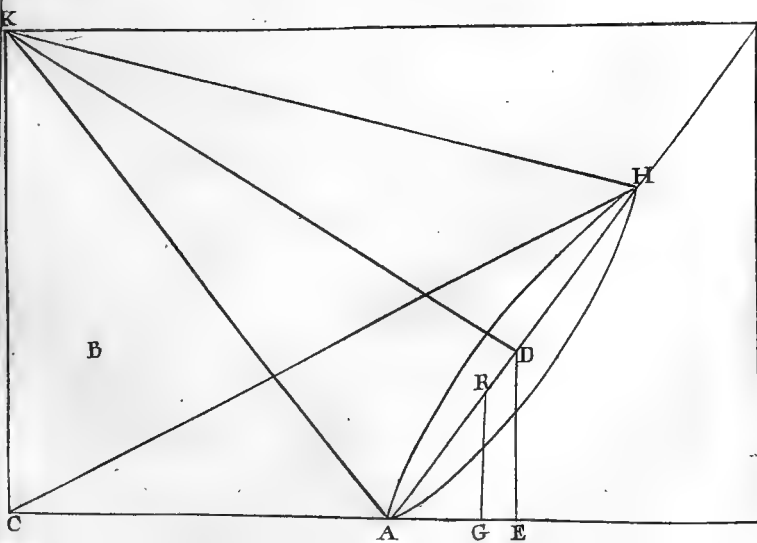
XXII. Après avoir donné les Equations & les rectifications des courbes à double courbure, qui s'engendrent

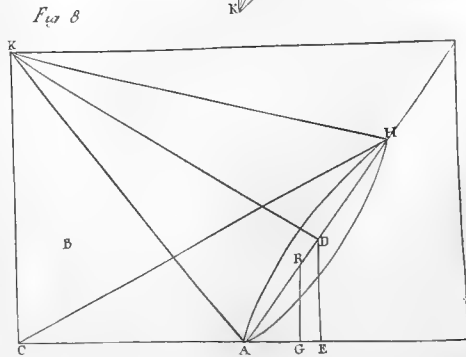
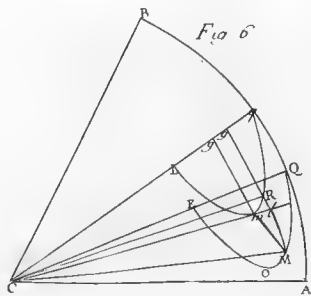
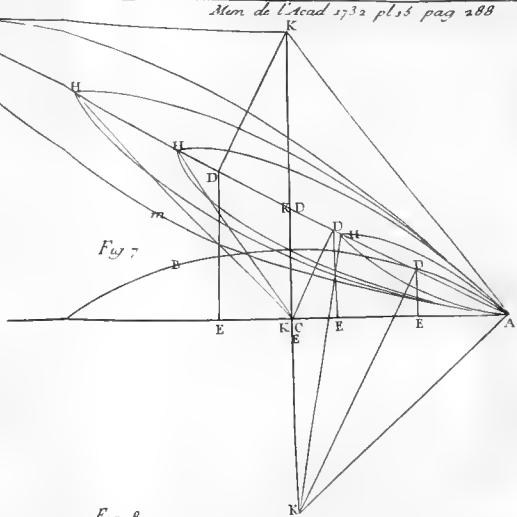
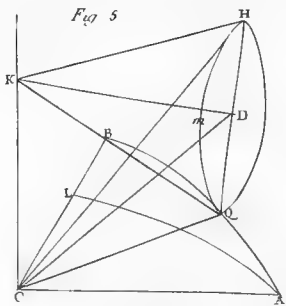
288 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
sur la superficie convexe d'une Sphere, par le roulement
d'un cone droit; on donnoit encore dans ce Mémoire, les
mêmes choses sur les courbes à double courbure, qui s'en-
gendrent aussi sur la superficie convexe d'une Sphere, par
le roulement d'un cone oblique. Mais ces nouveaux cas
fournissant des Equations extrêmement composées, & aucune
des courbes qui résultent de ces Equations n'étant rectifiable,
on a supprimé cette partie.





Simonneau Sculp.

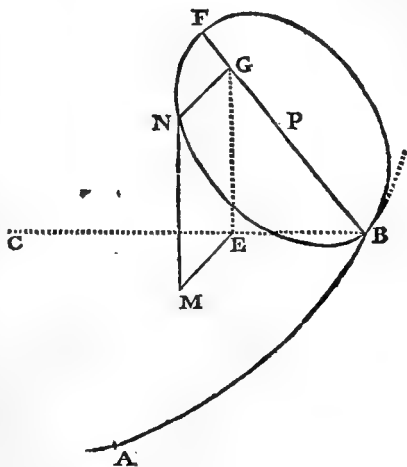




DES EPICYCLOIDES SPHERIQUES.

Par M. CLAIRAUT.

I. SOIT un cercle NB roulant sur un autre cercle AB , en sorte que son plan NGB fasse toujours le même angle avec le plan CAB du cercle AB , & soit N un des points de la circonférence NB qui décrit pendant ce roulement la courbe que l'on appelle *Epicycloïde sphérique*. Je me propose d'abord de



trouver l'expression algébrique des arcs de cette courbe, ou, ce qui revient au même, la valeur d'un de ses éléments quelconques.

Pour cela je mene NG perpendiculaire au diamètre FPB du cercle roulant, GE perpendiculaire à CB , rayon du cercle AB , j'abaisse aussi l'ordonnée NM de l'Epicycloïde sphérique, & je tire ME qui se trouve perpendiculaire à BC . Il est clair que l'élément cherché est la racine du quarré de l'élément de la courbe de projection, plus le quarré de la différence de NM . Le Probleme se réduit donc à trouver l'élément de la courbe de projection & l'ordonnée NM exprimée par la même variable.

La variable que je ferai entrer dans l'une & l'autre de ces expressions sera BG que je nommerai x , & elle me donnera, en nommant aussi FB , $2a$, CB , r , BE qui doit être en

Mem. 1732.

. O o

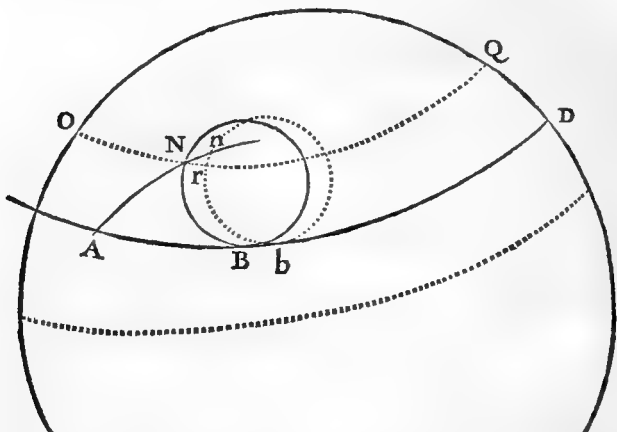
Mm de la courbe de projection, duquel il faut ajouter le carré avec celui de la différence de MN , & prendre ensuite la racine du tout, pour avoir, en mettant pour les lignes, leurs valeurs algébriques, & réduisant $dx \sqrt{(\frac{nr-a}{r})^2 - 1 - nn + \frac{(\frac{r-an}{r})^2 xx}{2ax-xx}}$ valeur algébrique de l'élément de l'Épicycloïde, dont l'intégrale fera celle de l'arc.

II. Si l'on fait $n = \pm 1$, le cercle FNB roule sur le cercle AB dans le même plan, soit sur la concavité, soit sur la convexité, & l'Épicycloïde sphérique devient l'Épicycloïde ordinaire, aussi sa valeur devient-elle $\frac{r \mp a}{r} dx \sqrt{(\frac{2a}{2a-x})}$, dont l'intégrale est $4a(\frac{r \mp a}{r}) - 2(\frac{r \mp a}{r}) \sqrt{(4aa - 2ax)}$ qu'on sçait être la valeur de l'arc de l'Épicycloïde ordinaire.

III. En faisant dans la valeur du petit côté Mm élément de l'arc de la courbe de projection, $r = a$, elle deviendra $(1-n) dx \sqrt{(\frac{2a}{2a-x})}$ expression semblable à celle de l'élément de l'Épicycloïde formée en faisant rouler le cercle dans le même plan, ce que l'on pourroit voir d'ailleurs aisément par la page 106 des *Recherches sur les Courbes à double courbure*, où l'on trouve que la courbe de projection d'une courbe formée par le roulement d'une courbe quelconque sur elle-même, mais dans un plan différent, est toujours semblable à l'Épicycloïde que l'on auroit en faisant le roulement dans le même plan.

IV. Si l'on fait $r = an$ dans la valeur générale de l'élément des Épicycloïdes, on la changera en $\frac{dx}{n} \sqrt{(1-nn)}$, dont l'intégrale est $\frac{x}{n} \sqrt{(1-nn)}$. D'où l'on voit qu'alors l'Épicycloïde est algébriquement rectifiable, & si de plus n est un nombre rationnel, l'Épicycloïde sera en même temps algébrique & rectifiable; car lorsque $r = an$, n marque le rapport du diamètre du cercle roulant au diamètre du cercle de base. Ainsi les Épicycloïdes sphériques résolvent le Problème

292 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 proposé dans les Journaux de Leipfick, par M. Olfenburg;
 de trouver sur la surface d'une Sphere, des espaces dont le
 contour soit algébrique, & qui puissent se construire géo-
 métriquement.



Soit proposé présentement de trouver la valeur de quelque
 espace renfermé entre un arc d'Épicycloïde & des arcs de
 cercles, par exemple de l'espace ABN renfermé entre l'arc
 AN de l'Épicycloïde, l'arc BN du cercle roulant, & l'arc AB
 du cercle de base égal en longueur à l'arc BN .

Pour cela, j'imagine le cercle BN , parvenu en bn dans
 une situation infiniment proche de la première, & je cherche
 la valeur de l'élément $NnBb$, renfermé entre les arcs de
 cercles NB, bn, Bb , & le petit côté Nn de l'Épicycloïde,
 ou bien, en menant le cercle $ONrQ$, parallèle à $ABbD$,
 de l'espace $NrBb$, renfermé entre les arcs de cercles égaux
 NB, rb , & Nr, Bb . Il est évident que l'on peut avoir
 autant d'espaces, comme $NrBb$, dans la Zone de Sphere
 $AODQA$, que Bb est contenu dans la circonférence AD ,
 & l'on sçait que la valeur de cette Zone est le produit de
 la hauteur ou intervalle des plans ONQ, ABD , par la
 circonférence d'un grand cercle. Donc la valeur de $NrBb$,

est le produit de cette hauteur qui est la troisième coordonnée NM de l'Épicycloïde, par un arc de grand cercle, de même mesure que Bb . Par ce qui précède, on sçait que la hauteur NM est $x\sqrt{(1-nn)}$, & que Bb , différence de AB , ou de BN , est $\frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}}$. Et pour avoir un arc de grand cercle de même mesure que Bb , il faut dire $r : \frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}}$

:: $g : \frac{agdx}{r\sqrt{(2ax-xx)}}$ (g est le rayon de la Sphere) qui étant multiplié par $x\sqrt{(1-nn)}$ donnera $\frac{agxdx\sqrt{(1-nn)}}{r\sqrt{(2ax-xx)}}$ pour la valeur de l'élément $NnBb$, dont l'intégrale $\frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r}$
 $\int \frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}} - \frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r} \sqrt{(2ax-xx)}$ est la valeur de l'espace cherché ANB qui dépend en partie de la quadrature du cercle, & est en partie quarrable géométriquement.

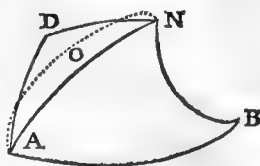
VI. Si dans cette valeur, l'on fait $x=2a$, c'est-à-dire; que l'arc BN soit devenu le demi-cercle, ou que le point N soit le sommet de l'Épicycloïde, elle deviendra le produit de $\frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r}$ par la demi-circonférence du cercle roulant, d'où il suit que l'aire entière de l'Épicycloïde, qui est composée de deux espaces, comme celui qui est devenu alors ABN , & de la portion de Sphere renfermée par le cercle NB , est en raison donnée avec l'aire du cercle NB .

Si l'on met pour g son expression en r, a, n , qui est facile à trouver, dans la valeur que l'espace ABN a, lorsque NB est devenu la demi-circonférence du cercle roulant, cette valeur deviendra celle du cercle NB , & l'espace total sera égal à trois cercles comme NB , comme cela doit arriver alors : car la Sphere devient en ce cas un plan, le cercle AB une ligne droite, & l'Épicycloïde sphérique, la Cycloïde ordinaire.

VII. L'espace ABN étant égal à un espace circulaire moins une quantité quarrable, si l'on construisoit sur la surface de la Sphere quelque figure comme AON ou $ADNB$.

Voyez la Figure suivante.

terminée par les deux côtés AB & BN , & un ou plusieurs arcs de cercles comme AON ou AD & DN , qui fût égale à la quantité circulaire qui entre dans la valeur de l'espace ABN , le reste AON ou ADN se trouveroit égal à la quantité quarrable, & par-là les Épicycloïdes sphériques résoudroient aussi le Probleme de M. Viviani où il faut trouver sur la Sphere des espaces quarrables géométriques, à l'occasion duquel M. Olfenburg avoit proposé celui des courbes rectifiables.



Pour ce qui est de trouver l'espace circulaire $ABNO$ ou $ABDN$, cela est facile.

Il faut sçavoir pour cela mesurer les espaces que l'on peut former sur une Sphere, par des arcs de cercles; le R. P. Courcier, Jésuite, a donné une Théorie de la mesure de ces sortes d'espaces, dont les résultats sont fort simples. Par exemple, il apprend qu'un triangle sphérique a pour mesure un secteur de grand cercle, dont l'angle est double de l'excès de la somme des trois angles du triangle sphérique sur deux droits.



OBSERVATIONS
MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUESFaites dans un Voyage de Levant en 1731
& 1732.

Par M. DE LA CONDAMINE.

AU mois de Mai 1731, j'obtins un ordre du Roy pour 12 Novemb.
m'embarquer sur le bord de M. le Chevalier de Camilly 1732.
commandant un des Vaisseaux de l'Escadre de M. du Gué-
Trouin, destinée à faire la visite des Echelles du Levant.
La curiosité seule ne m'avoit pas inspiré le dessein de ce voyage.
Le principal but que je me proposois étoit de m'instruire sur
la Navigation, & de chercher à faire en des lieux peu fré-
quentés des Physiciens, quelques observations utiles au pro-
grès de la Géographie & de l'Histoire naturelle.

J'aurois eu une belle occasion de remplir ces différentes
vûes dans le voyage de la Libye intérieure, que M. le Comte
de Maurepas ^a me proposa alors de faire avec le Consul du
Caire, qui se dispoisoit à l'entreprendre par ordre de la Cour.
C'est dans ce pays désert, au milieu des sables mouvants, où
la Bouffole seule peut guider, qu'on prétend qu'est située la
fameuse Ville pétrifiée dont parlent quelques Relations ^b qui
en font desirer une plus complète & plus authentique.

Divers contretemps ayant empêché malgré moi l'exécution
de ce dernier projet, si conforme au plan que je m'étois fait, le
petit nombre d'occasions qui se sont présentées dans le cours de
mon voyage, m'a fourni le sujet des observations suivantes.

Les Inscriptions & autres monuments antiques m'ont offert
une moisson plus abondante. Je n'en ai point fait usage dans
ce Mémoire, cet objet étant étranger aux occupations de
l'Académie.

^a Secrétaire
d'Etat, qui a
l'Académie
dans son départe-
ment.

^b Triumvirat
de Barbarie, par
le P. Paschal
Canto, Récollet.
Paris. 1657.
pp. 454. &
473.

Voyage d'E-
gypte de Paul
Lucas, tom. 2.
p. 121.
Nécure de
France, Mai
1724. p. 258.

Je m'étois pourvû avant mon départ de Paris des instrumens nécessaires pour observer la Latitude & la Longitude des lieux qui n'avoient point été déterminés astronomiquement. Je portois un Quart-de-Cercle divisé par le feu S.^r Butterfield, de 13 pouces de rayon seulement, mais qui, par sa facilité à être transporté & mis en œuvre, pouvoit quelquefois dans un voyage dédommager de sa petitesse, un bon Objectif de 16 pieds, une Pendule à secondes à grandes vibrations, &c.

Latitude
d'Alger ob-
servée.

La position d'Alger, premier mouillage de l'Escadre, n'avoit encore été fixée par aucune observation astronomique, du moins publiée. Le 13 Juin & les jours suivans, par la comparaison de plusieurs observations répétées de la hauteur méridienne du Soleil, faites dans la Maison Consulaire, située à peu-près au milieu de la ville, j'ai trouvé sa Latitude de $36^{\circ} 49' 30''$. J'ai conservé les calculs, mais j'en supprime ici le détail, pour ne point trop allonger ce Mémoire.

L'Escadre étoit encore devant Alger le 19 au soir, & je me flattois avec quelque apparence de pouvoir profiter de l'occasion favorable de l'Eclipse de Lune de la nuit suivante, pour en conclure la Longitude d'Alger; n'ayant pû jusques-là observer aucune Eclipsé des Satellites de Jupiter. Comme on se dispoisoit à mettre à la voile dans la nuit, si le vent le permettoit, j'avois demandé pour toute grace en ce cas, que la Tartane du Commandant de l'Escadre, m'attendît jusqu'au jour, à l'ouverture des portes de la ville, aimant mieux courir le risque de faire le trajet d'Alger à Tunis sur cette Tartane, que de manquer une si belle occasion. Mais je ne pûs obtenir cette légère faveur. Il me fallut, à mon grand regret, rembarquer à la hâte tous mes instrumens, & me rendre à bord quelques heures avant l'Eclipsé. Pour surcroît, l'Escadre ne partit que le lendemain après-midi.

Long. d'Al-
ger estimée.

* Par les Prêtres

Par une observation de l'Eclipse de Lune du 8 Août 1729 faite à Alger*, avec une Pendule qui ne marquoit pas les secondes;

secondes, & comparée à une observation de la même Éclipse, faite à Londres, Alger avoit été estimé 2° 18' plus oriental que Londres, c'est-à-dire, 7' 15" plus occidental que Paris.

*Missionnaires de
Saint Lazare,
établiss à Alger.*

Je ne parle point de mes observations de Latitude à Tripoli de Barbarie & à Alexandrie d'Égypte, n'ayant pas trouvé de différence notable entre leur résultat & les hauteurs de ces deux Villes marquées dans la Table de la *Connoissance des Temps* d'après les observations du P. Feuillée^a & de M. de Chazelles^b, qui avoient de plus grands instruments que moi.

^a Tripoli 32° 53' 40". *Mem. Acad.* 1702. p. 12. *Obs. du P. Feuillée, Min^e, tome 2. p. 702.*
^b Alexandrie 31° 11' *Observ. manusc.*

Dans la même Table on trouve la Latitude de Constantinople de 41° 6', cependant par le moyen résultat de huit observations des hauteurs méridiennes du Soleil, j'ai conclu cette Latitude de 41° 0' 0", à Pera fauxbourg de Constantinople situé de l'autre côté du Port, au Nord du grand Serrail, dans le Palais de France où j'étois logé^c. C'est dans ce même lieu qu'a observé M. de Chazelles, de cette Académie, envoyé par le Roy pour faire des observations astronomiques en Levant. Le nom de M. de Chazelles, que je croyois auteur de l'observation indiquée dans la *Connoissance des Temps*, me rendoit les miennes suspectes; j'ai appris depuis qu'elles s'accordoient à très-peu près avec celle de cet illustre Académicien^d qui a trouvé la Latitude de Constantinople de 41° 1'.

Latitude de Constantinople observée.

^c Chés M. le Marquis de Villeneuve, Ambassadeur du Roy à la Porte.

^d *Mem. de l'Acad.* 1721. p. 58.

^e *Voyage de Wheler, liv. 2. p. 147.*

^f *Transf. Phil.* n.º 178. pag. 1295. Dec. 1685. *Abridg. tom. 1. p. 566.*

^g *Anc. Mem. de l'Acad.* t. 10. p. 363.

Le Docteur Cowel^e, Anglois, l'avoit observée autrefois de 40° 56'; un autre Anglois, de 40° 58'. Jusqu'en 1705 la *Connoissance des Temps* l'a marquée de 41° 0', & depuis 1706 inclusivement de 41° 6' d'après M. Greaves^f & le P. de Challes^g Jésuite, dont les observations sont fort antérieures à celle de M. de Chazelles.

NAVIGATION.

Les observations que j'ai eu occasion de faire sur la Navigation de la Méditerranée, peuvent se rapporter à cinq chefs principaux, sçavoir les *Cartes plattes*, la *Variation* de la Boussole, l'estime du Sillage, l'observation de la hauteur, & celle des Satellites de Jupiter.

1.º On ne fait sur la Méditerranée aucun usage des *Cartes*.
Mem. 1732.

. P p

Défaut des
Cartes plates.

* V. l'Hist. de
l'Acad. 1702.

p. 86. & suiv.

1703. p. 92.

Et Mémoires

p. 95. & suiv.

*réduites**, on ne s'y sert que des *Cartes plates*, plus commodes; à la vérité, dans la pratique, mais cependant très-défectueuses, tous les rumbes de vent, hors les méridiens, y étant nécessairement faux, puisqu'avec les degrés de Latitude égaux, comme sur le Globe, elles ont leurs méridiens parallèles. Cependant il faut avouer que l'usage des *Cartes réduites* ne seroit à désirer sur la Méditerranée, que pour une plus grande précision, & que les erreurs que l'on peut commettre, faute de s'en servir, ne peuvent pas être fort considérables sur une Mer où la plus grande différence en Latitude n'excede pas 14 à 15 degrés.

Observation
de la Variation
négligée
sur la Méditerranée.

2.^o Quant à la *Variation*, (c'est ainsi que les Marins nomment la déclinaison de l'Aiguille aimantée), son observation est extrêmement négligée sur la Méditerranée; on y suppose la variation, du moins quant à la pratique, absolument uniforme, & quoiqu'à la seule inspection de l'Etoile polaire, on apperçoive quelquefois une différence fort sensible d'un p rage à l'autre, on n'y a communément aucun égard. La plupart des Vaisseaux marchands se servent pour diriger leur route, d'une Bouffole qu'ils appellent à *rose double*, dont le carton intérieur, qui porte l'aiguille, est mobile sur le centre commun, en sorte que la pointe de l'aiguille peut s'écarter de la fleur de lys du cercle extérieur, destinée à marquer le Nord. On la détourne d'ordinaire d'un air de vent, ou de 11 degrés un quart, ce qui étoit à peu-près la quantité de la variation sur la côte de Provence il y a quelques années. Cette prétendue correction une fois faite sur la Bouffole, c'en est pour toute la campagne; & le point où est dirigée la pointe de la fleur de lys est réputé le vrai Nord, quelque changement qu'il puisse y avoir dans la variation.

Les Bouffoles à *rose double* ne sont point d'usage sur les Vaisseaux du Roy, où les Pilotes sont censés observer journellement la variation, & tenir compte de ses différences. Mais la plupart d'entr'eux se contentent, en faisant leur *Point*, de transposer toutes leurs routes précisément d'un air de vent, ce qui revient à la pratique précédente. C'est beaucoup quand

ils ajoutent ou retranchent en gros quelques degrés, dans les parages où ils sçavent que se rencontrent les plus grandes différences; encore faut-il que cela quadre à leur estime, ou à quelqu'une de leurs autres observations.

Le plus grand nombre des Pilotes ignorent que la Variation change dans le même lieu, & ne daignent pas l'observer dans les endroits où il y a eu d'anciennes observations, auxquelles ils s'en tiennent. Cependant la Société Royale de Londres a reconnu que l'Escadre Angloise commandée par l'Amiral Chavel*, s'étoit perduë, faute d'avoir bien connu la Variation sur les côtes méridionales d'Angleterre. Et parmi un assés grand nombre de bâtimens qui périssent tous les hyvers dans l'Archipel, n'est-il pas plus que vrai-semblable que plusieurs ont été trompés par leur Bouffole? Quand par une nuit obscure & un vent forcé on se trouve obligé de passer entre deux écueils qu'on ne peut voir, & dont cette Mer est pleine, peut-on croire qu'il soit indifférent de ne sçavoir qu'à quatre ou cinq degrés près quelle route on suit? C'est ce qui arrive journellement à nos Vaisseaux marchands.

Il est vrai que le défaut de bonnes Cartes a sans doute aussi beaucoup de part à ces malheurs, & nous en parlerons en son lieu; mais ce second mal n'empêche pas la réalité du premier.

Je pourrois joindre ici une Table qui contient une trentaine d'observations de la variation de la Bouffole, en divers parages de la Méditerranée, faites en 1731 & 1732. Mais quelque attention que j'aye apportée à ces observations, je n'ose compter assés sur leur exactitude, pour les donner au Public; tant parce qu'elles ont été faites avec différens compas de variation, qui très-souvent ne s'accordent pas entre eux, à plusieurs degrés près, comme je l'ai éprouvé plus d'une fois; que parce que, par la comparaison de mes observations avec les correspondantes, faites sur les autres Vaisseaux de la même Escadre, j'y ai souvent trouvé des différences de plusieurs degrés. Ce qui est une nouvelle preuve de l'insuffisance de l'instrument dont on se sert en Mer pour observer la variation. On peut consulter sur cela M. de Radouay, Capitaine

* Préface du
Mémoire sur la
Variation, par
M. Meynier,
chez Guerin.
Paris, 1732;

^a Paris 1727. des Vaisseaux du Roy, dans les *Remarques sur la Navigation*^a,
^{p. 4. & suiv.} & les Auteurs^b des différents Mémoires présentés sur ce
^b *Man. d'obs.* sujet, pour le prix de l'Académie, de l'année dernière.
en Mer la Décl.
de l'Aiguille

En profitant des réflexions de ceux qui ont travaillé sur
 cette matière, j'ai crû qu'il m'étoit permis de chercher de
 mon côté à perfectionner cet instrument, par une nouvelle
 construction propre à le rendre plus sûr & plus commode
 dans la pratique, puisqu'elle ne demande qu'un seul Obser-
 vateur, & qu'elle peut être d'usage à toutes les heures du
 jour. Ce sera le sujet d'un Mémoire particulier.

Nouveau
 Compas de
 Variation.

Je me contenterai de donner ici le résultat de mes obser-
 vations de la variation, par où il paroît qu'en 1731 &
 1732, la différence de la déclinaison de l'Aiguille aimantée
 dans les divers parages de la Méditerranée, s'étendoit à peu
 près depuis 10 jusqu'à 16 degrés Nord-Ouest.

Abus dans
 l'usage du
 Lock.

3.^o Presque tous les Pilotes se piquent d'estimer à l'œil
 la vitesse du sillage aussi juste, ou plus juste qu'avec le *Lock*,
 & plusieurs en font rarement usage, ou s'en passent absolu-
 ment, du moins sur la Méditerranée : il faut néanmoins
 convenir que nous n'avons jusqu'à présent rien de mieux que
 le *Lock*, pour mesurer le chemin d'un Vaisseau. Si cette
 ingénieuse machine, dont nous sommes redevables aux
 Anglois, est sujette à quelques inconvénients^c, ceux qui ne
 viennent que de la façon de l'employer, peuvent du moins
 être corrigés ou diminués. Le plus grand abus à cet égard,
 & le plus aisé de tous à réformer, est l'inégalité des mesures
 employées par les différents Pilotes. Chacun d'eux marque
 sa ligne à sa fantaisie, l'un par brasses, l'autre par toises; ils
 donnent d'intervalle d'un nœud à l'autre, depuis 41 jusqu'à
 48 pieds, chacun suivant sa méthode, ou son caprice; &
 ce qui est très-singulier, tous s'accordent dans la supposition
 que le Vaisseau fait une lieuë par heure, quand on file trois
 nœuds, ou trois intervalles de la ligne de *Lock* en une demi-
 minute. Cependant si la distance d'un nœud à l'autre, est
 de 47 pieds 6 pouc. 7 lign. $\frac{1}{7}$, la lieuë parcouruë sera de 20
 au degré, ou de 2853 toises, en évaluant, avec M. Picard^d,

^c Rem. sur la
Navigat. déjà
citées, p. 13.
& suiv.

^d Mem. de
 l'Acad. 1672.

un degré de grand cercle à 57060 toises, & si les divisions de la ligne ont 41 pieds 8 pouc. mesure la plus ordinaire* des Pilotes, la lieue ne sera que de 2500 toises, ou d'un peu moins de 23 au degré, ce qui fait un huitième de différence.

Non-seulement tous les Pilotes n'ont pas une mesure commune pour leurs lignes, mais chaque ligne en particulier est divisée inégalement. Dans celles qui l'ont été avec le plus de soin, j'ai trouvé depuis un jusqu'à deux pieds de différence, par excès, dans les premières divisions sur les dernières, ce qui vient, sans doute, de ce que les premières qui servent plus fréquemment, se sont plus allongées que les suivantes. Et d'un autre côté, j'ai observé que la ligne se raccourcit, en se mouillant, à peu-près d'un quarantième.

On remedieroit à tous ces inconvénients, en ne divisant les lignes de Lock, qu'après les avoir mouillées & bien tendues, telles qu'elles sont quand on en fait usage; & en obligeant les Pilotes à se conformer, dans la division de leur ligne, à la mesure reconnue la plus convenable, qui pourroit être à cet effet graduée sur le Port, en quelque lieu commode.

4.^o Quant à ce qui concerne l'observation de la hauteur; par la comparaison des *Points* des Pilotes de différents Vaisseaux de la même Escadre, j'ai reconnu que leurs observations de latitude différoient quelquefois d'un Vaisseau à l'autre, de 10, 12 & jusqu'à 15 minutes de degré, quand la distance des deux Vaisseaux ne pouvoit donner plus de deux ou trois minutes de différence; d'où il suit, quand on supposeroit l'erreur également partagée entre les deux observations, ce qui n'est pas vrai-semblable, qu'elle étoit au moins de sept minutes dans chacune.

Que sera-ce si, à cette erreur qui provient, sans doute, de la diversité des instruments, de celle des vûes des observateurs, & du défaut de précision inévitable dans des observations de cette nature, si, dis-je, on y ajoute les erreurs volontaires qui sont communes à tous les Pilotes, & qui résultent de toutes les déductions & corrections à faire à leur observation de la hauteur; corrections qu'ils font dans

* Rem. sur la
Navig. p. 13.
Relation du
Voyage de la
Mer du Sud
par M. Frezier.
Paris, 1716.
pp. 6. & 7.

Moyen d'y
remedier.

Erreurs dans
l'observation
de la hauteur
en Mer.

Abus dans
la pratique
ordinaire des
Pilotes pour
prendre hau-
teur.

l'habitude de négliger, contre ce qui leur est expressément recommandé dans tous les Traités de Navigation. Je n'entrerai sur cela dans aucun détail, ayant encore été prévenu sur ce point, par M. de Radouay. J'observerai seulement qu'aux quatre erreurs des Pilotes qu'il a remarquées ^a provenant de la hauteur du centre du Soleil, prise par le bord de l'ombre, de l'élevation de l'œil de l'Observateur au dessus de l'horison comptée pour rien, de la refraction astronomique, & de la différence des méridiens négligées, on peut ajoûter une cinquième source d'erreur, qui est l'abus où sont les Pilotes de se servir de tables de déclinaison du Soleil fort anciennes, & qui auroient besoin d'être réformées, au lieu de faire usage de celles qui se renouvellent tous les ans dans la Connoissance des Temps, l'Etat du Ciel, ou autres Ephemerides.

^a Rem. sur la
Navig. p. 9.
& suiv.

^b p. 10.

Tout ceci supposé, on n'aura pas de peine à croire ce qu'avance, dans l'Ouvrage déjà cité ^b, un Marin très-expérimenté, que dans l'état où sont les choses, les Pilotes ne sont quelquefois pas sûrs de leur hauteur à 30 minutes près; quelque contraire que soit cette proposition au préjugé généralement reçu parmi eux, suivant lequel ils se persuadent qu'ils ne peuvent errer que de 4 à 5 minutes.

Heureusement pour les Pilotes, & pour ceux qu'ils conduisent, toutes ces erreurs, dont les unes sont par excès & les autres par défaut, se compensent assés souvent, du moins en partie. Mais quelquefois aussi le plus grand nombre se trouve du même côté, & la seule qui résulte de la hauteur du Soleil, prise par le bord de l'ombre, est assés considérable pour emporter souvent la balance, quoique cette erreur ne soit pas de 15 à 16 minutes, c'est-à-dire, de tout un demi-diametre du Soleil, comme il paroît d'abord, & comme la plupart des Auteurs qui ont écrit de la Marine, l'ont supposé.

^c De la man.
d'obs. exact. sur
Mer la haut. des
Astres. Chés
Jomiert, Paris.
1729.

M. Bouguer en a donné la raison ^c.

Au reste, il y a lieu de s'étonner que les Pilotes n'aient encore retiré aucune utilité des excellents ouvrages sur les différentes parties de la Navigation, qui ont paru depuis plusieurs années, & en particulier de ceux auxquels le prix de l'Aca-

démie a donné occasion, d'autant plus que quoique les principes de la plupart de ces Ecrits soient fondés sur la plus sublime théorie, leurs conséquences sont aisées à réduire en pratique, & mises à la portée de tous les Pilotes.

5. Je viens à ma dernière observation concernant la Navigation. On a plusieurs fois pû appercevoir, le Vaisseau étant à l'ancre, & par un temps fort calme, les Satellites de Jupiter. Mais je n'ai ouï dire à aucun Marin qu'il les eût observés à la Voile. Il m'est arrivé plus d'une fois de les voir. Et notamment le 6 Mai 1732, le Vaisseau gouvernant, & ayant assés de mouvement pour qu'il ne me fût pas possible de garder la Planete dans l'ouverture d'une Lunette de 4 pieds à deux verres convexes, le ciel étant chargé de quelques nuages, je n'ai pas laissé de distinguer très-bien un Satellite, & d'en appercevoir un autre à plusieurs reprises, quoiqu'il ne s'en fallût que de trois jours que la Lune ne fût dans son plein, & que Jupiter n'en fût distant que de 10 à 12 degrés.

De l'observation des Satellites de Jupiter en Mer.

Cette expérience ajoûte, ce me semble, un nouveau degré de vrai-semblance à l'un des moyens proposés par M. Cassini pour l'estime de la Longitude sur Mer*. Puisque d'un côté M. Cassini a observé une Eclipse du 3.^{me} Satellite, avec une Lunette de 3 pieds $\frac{1}{2}$, & que d'un autre, j'ai reconnu, par expérience, qu'il est très-possible de les voir en pleine Mer & à la Voile, du moins pendant les calmes, dans des circonstances d'ailleurs assés peu favorables; peut-on douter que des gens exercés dès leur enfance à observer sur un Vaisseau, par l'habitude qu'ils prendroient d'en suivre les mouvements, n'acquissent une très-grande facilité à se servir de Lunettes plus ou moins longues, assés avantageusement pour observer, du moins en certains cas, quelques Immersions ou Emerisions des Satellites? moyen le plus commode, & le plus sûr que nous ayons jusqu'à présent, pour déterminer les Longitudes avec quelque précision.

* V. *Flist. de l'Acad.* 1722. pp. 105. & *suiv.*

G E O G R A P H I E.

La meilleure Carte que nous ayons de l'Archipel, est la

Cartes de
l'Archipel &
de la Méditerranée en
général.

Combien
défectueuses.

nouvelle Carte du S.^r Berthelot, Hydrographe du Roi à Marseille. Cependant elle est encore très-défectueuse, tant à l'égard du gisement des côtes du Continent, que de la position respective des Isles, sur-tout du côté d'Asie vers le Midi. Pour les côtes de Caramanie & de Natolie, elles sont absolument méconnoissables, même sur nos Cartes les plus estimées, & l'on peut assurer que nous n'avons point encore de bonne Carte de la Méditerranée en général.

Et pourquoi.

Au défaut d'observations astronomiques faites à terre, les Cartes Marines se construisent avec le secours des Journaux des Pilotes, sur leurs observations de latitude, leurs estimés des distances, & sur-tout leurs *Relèvements* de terre, pris avec la Boussole.

Par ce qui a été dit dans l'article précédent sur l'observation de la hauteur & l'usage du Lock, on peut juger de ce qu'on doit attendre des deux premiers moyens; quant au dernier, quoique de toutes les observations des Pilotes, ce soit la plus simple, nous allons prouver qu'elle est très-peu exacte. Je n'excepte pas même les relèvements faits en terre ferme, ou d'une Isle à l'autre, tels qu'on en trouve dans le Voyage de M. de Tournefort, quoique ceux de cette espece doivent être plus justes que ceux que l'on fait à la Mer.

Premièrement, comme faute d'observations fréquentes; & par les raisons alléguées, la variation n'est pas exactement connuë dans les différents parages, non plus que les changements que le temps y apporte, on peut à cet égard errer de plusieurs degrés, ainsi qu'on l'a déjà observé.

2.^o Dans l'usage ordinaire, souvent le point relevé n'est désigné que d'une manière vague; on dira, par exemple, que Scio, Metelin, &c. reste au Nord ou à l'Est, sans indiquer précisément tel Cap, telle Montagne, en un mot un point fixe & remarquable de l'objet observé qui occupe quelquefois sur l'horison, une étendue de plusieurs degrés.

3.^o Enfin, en supposant la variation bien connuë, & toute l'exactitude possible de la part de l'Observateur, les défauts de l'instrument, sa petitesse, le mouvement du Vaisseau, quand

quand l'observation se fait à la Mer, &c. ne permettent pas d'espérer une grande précision. Aussi d'ordinaire se contente-t-on de désigner le lieu relevé, en disant qu'il reste à tel air de vent, ou quand la différence est fort sensible, entre tel & tel rumb, sans déterminer précisément à quel degré; enforte que le plus souvent on ne sçait qu'à un demi-rumb près, la direction de l'objet observé.

De tout cela, il résulte que les Cartes marines ne peuvent manquer d'être toujours très-défectueuses, tant qu'on n'aura pas au moins un certain nombre de points fixes sur les Côtes, déterminés par des observations astronomiques faites à terre. Nous n'avons jusqu'ici aucun point observé sur la Côte d'Afrique, dans l'étendue de 20 degrés en longitude, depuis le détroit de Gibraltar jusqu'à Tripoli de Barbarie, & cette Côte est marquée trop Sud dans presque toutes les Cartes dont se servent les Pilotes. Suivant la Connoissance des Temps, & l'observation qui y est rapportée du P. Feuillée^a, Tripoli en particulier est environ 15 minutes plus Nord qu'il n'est marqué sur nos Cartes marines les plus nouvelles. Il y a beaucoup d'apparence que cette erreur provient, du moins en partie, du trop de hauteur que les Pilotes donnent au Soleil par leurs observations^b: erreur qui domine toutes les autres, & qui tend à diminuer la latitude.

Au reste, toutes ces Cartes n'étant, comme on l'a dit, construites que sur les Journaux des Pilotes, il n'est pas étonnant qu'elles ne s'accordent pas aux observations de M. de Chazellès, & du P. Feuillée, qui auroient dû leur servir de base.

Suivant la plupart de ces mêmes Cartes, il n'y a que 7 à 8 lieues de distance de Neapolis, aujourd'hui *Scala nova*, port de l'ancienne Ephèse, jusqu'à Smyrne; j'ai éprouvé qu'il ne faut pas moins de 14 à 15 heures à cheval pour en faire le chemin; ce qui s'accorde tant avec la distance donnée par Strabon^c de 320 stades, de Smyrne à Ephèse, qu'avec celle d'Ephèse à Neapolis de 10 milles suivant les anciens Portulans, dont M. Delisle ne s'est pas écarté.

Les Cartes de la Propontide ou Mer de Marmora, ainsi

Mem. 1732.

. Q q

Seul moyen
d'y remédier.

Erreurs
des Cartes
marines.

^a *Mem. de
l'Acad. 1702:
p. 12.*

*Observations
du P. Feuillée:
tome 2. p. 702.*

^b *V. Supra
pp. 302. &
303.*

^c *Geog. l. 14:
init.*

Carte de la Propontide. que celles des deux Détroits qui la terminent, sont encore moins exactes que celles de l'Archipel. Il en doit paroître une incessamment, nouvellement levée sur les lieux, avec beaucoup de soin, par M. Bohn, Gentilhomme Danois, attaché à M. le Prince Ragotski.

Cartes Turques. J'ai rapporté les Cartes Turques de la Mer Noire, de la Turquie en Asie, de la Perse & de l'Egypte, récemment gravées à la nouvelle Imprimerie établie à Constantinople. Elles ne paroissent guères qu'une compilation des Cartes de ces mêmes Païs, faites dans l'Europe Chrétienne; mais elles peuvent du moins nous apprendre quelques positions particulières, & quelques noms modernes de lieux qui nous sont inconnus.

Carte de la Côte de Macédoine. Je joins ici la Carte d'une partie de la côte septentrionale du Golfe de Contesse en Macédoine, autrefois *Strymonicus Sinus*. On a suivi, pour le contour de la côte, le trait de la Carte de la Grèce ancienne de M. Delisle, mais on trouvera ici deux ou trois Rivières qui y sont obmises, & la position de l'ancienne Isle de *Thasus*, aujourd'hui *Tasso*, entièrement changée. Cette Carte, avec ses corrections, m'a été communiquée par M. le Comte de Bonneval qui les a fait faire sous ses yeux, pendant son séjour à *Yumurdgine*, près de la Cavalle.

M E C H A N I Q U E.

Turcs ignorants dans les Sciences d'Europe. Les Turcs sont peu versés dans les Mécaniques, ainsi que dans la plupart des Sciences d'Europe. Ceux qui sont chés eux les fonctions d'Ingénieurs, d'Architectes, de Constructeurs de Vaisseaux sont tous Grecs, Armeniens ou Etrangers. Cependant les Turcs ont beaucoup d'industrie pour certains ouvrages qui leur sont particuliers, & nombre de pratiques curieuses dans l'exercice de certaines professions, dont le détail meneroit trop loin, & deviendroit étranger au sujet de ce Mémoire.

Leur goût pour l'astrologie judiciaire. Ils cultivent peu l'Astronomie: ils en sont encore à l'Astrologie judiciaire. Les plus sçavants parmi eux en sont infatués. J'ai vû quelques-uns de ceux-ci qui entendoient assés bien la Sphere & la construction des cadrans. Ils n'ont point l'usage

des grands instruments propres aux observations astronomiques. Je leur ai vû seulement de petits Quarts-de-Cercle pleins, en bois verni, de 5 à 6 lignes d'épaisseur, & d'environ 4 pouces de rayon. On voit sur les deux faces opposées, deux différentes projections d'arcs de cercle & de lignes droites qui s'entrecoupent, sans la moindre confusion. Les caractères arabes & les divisions sont tracés en rouge & en noir, avec une finesse & une netteté merveilleuse. Les principales inter-sections sont marquées par de petits points dorés, qui ressemblent aux clous de nos picquures en écaille. Un des côtés du Quart-de-Cercle porte à ses deux bouts deux éminences quarrées, de toute l'épaisseur de son plan; elles servent de pinnules, & l'ombre de l'une doit tomber sur l'autre, pour orienter l'instrument; dont le principal usage est de marquer l'heure, par le moyen d'un fil attaché au centre, & d'un petit grain enfilé qu'on fait glisser le long du fil; comme sur ces cadrans portatifs qui se peuvent tracer sur une carte, & dont on voit la construction dans divers Traités de Gnomonique. J'ai fait faire à Constantinople, deux de ces petits Quarts-de-Cercle, un pour la hauteur du Pole de Paris, & un universel.

Quarts de
Cercle Turcs.

La machine dont on se sert en Chypre, pour séparer le Coton de sa gousse, a quelque rapport à celle qui est décrite par le P. Labat, dans son Voyage d'Amérique^a, où il n'en donne pas le dessein. Elle est peut-être la même que celle dont il est parlé dans le Voyage de Spon & de Wheler^b, où elle n'est point décrite, & qui est méconnoissable dans le dessein qu'en donnent ces Auteurs. Je l'ai dessinée sur le lieu exactement, & j'en joins ici la description. Elle est composée de deux cylindres, de 8 à 9 pouces de long; l'un *AB* à peu près de la grosseur du doigt, est de fer cannelé, ce qui le rend un peu raboteux: l'autre *CD* un peu plus gros, est de bois uni. Ces deux cylindres qui n'ont entr'eux qu'environ une ligne d'intervalle, tournent sur leurs axes en sens contraire; celui-ci, par le moyen d'une rouë *EFGH* que le pied *I* de l'ouvrier fait mouvoir, l'autre par une manivelle *L* qu'il gouverne de la main droite *M*, tandis que sa gauche *N* présente le coton

Machine à
trier le Coton.

^a Tome 21
p. 401.

^b Tome 11
p. 174.

Planche II.
Fig. 1.

non trié *O* à l'entre-deux des cylindres. Le coton seul passé par le petit intervalle, & les gousses demeurent en de-çà.

Manière de
Lutter le Bled
en Syrie, &c.

Pour séparer le bled de la paille en Palestine, en Syrie, & en Barbarie, on attèle un bœuf ou un cheval à un traineau de deux ou trois planches attachées ensemble; un homme, & plus souvent un enfant se tient debout sur ces planches, & par son poids comprime les épis, il chasse devant lui l'animal, à qui on fait faire plusieurs tours sur les gerbes déliées qu'il foule aux pieds. A mesure que la paille est suffisamment broyée, on l'entasse au milieu en un monceau, pêle-mêle avec le grain, pour la vanner ensuite au vent.

Clefs & Ser-
rures de bois,
d'Égypte &
de Barbarie.

Les clefs & les serrures de bois qui sont d'un usage commun en Barbarie, en Égypte, en Syrie, & dans une grande partie du Levant, sont une invention aussi simple, qu'ingénieuse. Elle a peut-être paru trop vile aux Voyageurs qui en ont négligé la description. La serrure est composée de deux

Planche II.
Fig. 2.

pièces; la première & la principale *AD* qui répond à celle que nous appellons *Gache* dans nos Serrures, n'est autre chose qu'un morceau de bois équarri, long d'environ 6 pouces, au milieu duquel est une grande entaille ou mortaise *EFGHIKL*. Au-dessus de cette entaille, il y en a plusieurs autres petites *M, M, M*, qui sont séparées de la grande par une mince cloison réservée dans le bois, ou par une plaque de fer *NNNN* percée de plusieurs trous. Chacune de ces petites loges *M, M, M*, contient une cheville de bois ou de fer *OP, OP, OP*, qui répond à chacun des trous de la cloison *NNNN*, & qui tombant par son propre poids dans la grande entaille *EFGHIKL*, est retenuë par un collet *P, P, P*, qui ne lui permet pas de sortir entièrement. Cette première pièce s'applique verticalement, & s'enchasse, l'entaille en dedans, dans la muraille ou cloison à côté de la porte; en cet état, elle sert de gache à une autre

Fig. 3.

pièce *B* qui forme une espece de pene, ou plutôt de verrouil; celle-ci glisse horizontalement dans l'entaille *EFGHIKL* & a des trous *Q, Q, Q*, &c. disposés pour recevoir les chevilles *OP, OP, OP*, de la pièce précédente, qui y tombent par leur propre poids, quand les trous se rencontrent sous les chevilles;

alors le verrouil ou la pièce *B* ne peut plus glisser, & tient la porte fermée. La clef dont on se sert pour l'ouvrir est une espece de spatule *C* garnie de chevilles *R, R, R,* &c. dans une disposition qui répond à celle des chevilles *PO, PO, PO,* de la première pièce *AD,* & des trous *Q, Q, Q,* de la seconde *B.* Cette clef glisse parallèlement à la porte dans une rainure *YZ 1 2 3 4* pratiquée dans la seconde pièce *B.* Quand la clef est entrée à la profondeur requise, en la soulevant on chasse à la fois toutes les chevilles *PO, PO, PO,* qui répondent aux chevilles *R, R, R,* de la clef. On fait alors glisser le pene ou le verrouil qui barroit la porte, & elle s'ouvre; une seule dent ou cheville de manque ou dérangée dans la clef empêcheroit la porte de s'ouvrir. L'inconvénient de ces serrures, & ce qui fait en même temps leur éloge, c'est qu'il paroît qu'il n'y a d'autre moyen, pour ouvrir sans clef, que de rompre la porte ou la serrure. Mais l'industrie supplée à tout; au lieu de crochets & de rossignols, les ferruriers & les voleurs ont un expédient proportionné à l'obstacle. Ils enduisent d'une couche de cire molle, épaisse de quelques lignes, l'extrémité d'une spatule ou clef de bois sans chevilles, on introduit dans la serrure cette espece de clef, on la souleve avec force, & la cire en se moulant dans les trous, chasse toutes les chevilles, ou en reçoit l'empreinte, ce qui sert à faire une vraie clef.

Fig. 4.

ANATOMIE.

En passant à Lyon au mois de Mai 1731 je vis & je dessinai un Foetus humain monstrueux, venu trois mois avant terme. Il avoit deux corps, l'un mâle, l'autre femelle. Ces deux corps étoient unis dos à dos, mais les deux têtes n'étoient pas opposées du même sens que les deux corps. Les deux occiputs se touchoient à la vérité, & étoient même adhérents par leur partie inférieure, mais les deux faces étoient tournées de côté & d'autre vers les épaules, en sorte qu'on voyoit les deux têtes de profil quand on avoit un des deux corps en face, & réciproquement; ce qui faisoit qu'on

Singularité remarquable d'un Foetus humain monstrueux.

Planche III.
Fig. 1. & 2.

310 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
ne pouvoit, au moins extérieurement, juger auquel des deux
corps appartenoit l'une des deux têtes.

C H I M I E.

NATRON, L'Égypte abonde en Sels fossiles de diverses especes. J'ai
Seld'Égypte. rapporté d'une Terre qui y est très-commune, & qui con-
tient en grande quantité, & quelquefois presque sans mélange,
un Sel appelé *Natron*, sur lequel il y a plusieurs expériences
curieuses à faire.

Quelques Arabes, sur-tout certains Hermites vagabons
appelés *Santons*, en mangent avec du Tabac, d'autres plus
communément en prennent par le nés aussi mêlé avec le
Tabac. Ils lui attribuent de grandes vertus. Un Chimiste
François, établi à Constantinople, prétendoit avoir tiré de
ce mixte un Sel ammoniac naturel, que j'ai présenté à la
Compagnie. M.^{rs} Geoffroy & du Hamel, qui en ont fait
l'analyse, ont jugé que c'étoit un véritable Sel de Glauber.

B O T A N I Q U E.

Nouvelle
Collection
de Plantes
des Côtes
de Barbarie,
Syrie, &c.

J'ai vû à Alger, chés M. Thomas Shaw, Ministre An-
glican & Docteur en l'Université d'Oxford, une nouvelle &
nombreuse Collection de Plantes desséchées & très-bien con-
servées, des Côtes de Barbarie, d'Égypte & de Syrie. A son
retour en Angleterre, il compte donner au public le recueil
de ses observations.

KNAH
ou
ALCANNA
des Turcs.

Le *Knâh*, c'est ainsi que les Turcs nomment cette poudre;
que quelques voyageurs ont appelée *Alcanna**, est une feuille
pilée & réduite en poudre, dont on fait un grand débit dans
toute la Turquie, on la tire d'Alexandrie d'Égypte. L'Ar-
brisseau qui la produit croît dans toute la Barbarie, c'est une
espece particulière de *Ligustrum* ou de Troëne. Il est décrit
dans les Mémoires de M. Shaw. Quoique cette poudre soit
verdâtre, étant sèche; l'eau dans laquelle on la met infuser,
prend une couleur rouge. Les femmes Turques & les Juives
du Levant s'en servent pour se teindre les ongles des mains
& des pieds, & quelquefois les cheveux.

* *Abr. Transf.*
Philos. tome 2.
p. 645.

On recueille en Chypre, du côté de Bassa, qui est l'ancienne Paphos, le *Ladanum*, ainsi qu'en Candie. La Plante que j'ai rapportée de Chypre, croît actuellement au Jardin du Roi où le *Cistus Ladanifera Cretica*, décrit & rapporté par M. de Tournefort*, s'étoit aussi multiplié & conservé long-temps : la Plante de Chypre qui n'a pas encore fleuri paroît jusqu'à présent la même que celle de Candie.

LADANUM
de Chypre.

* *Voyage du*
Levant, let. 2.

Le *Ladanum* est très-sujet à être falsifié par le mélange de matières propres à augmenter son poids. J'en ai rapporté un morceau du plus pur, que je dois à la politesse de M. Barton, alors Consul en Chypre de la nation Angloise, petit neveu par sa mere, de l'illustre M. Newton.

On ne trouve point à Constantinople de véritable *Opium*, c'est-à-dire, du suc de la tête de Pavot tiré par la simple incision. On en retireroit de cette manière une bien moindre quantité que par la décoction, il seroit nécessairement fort cher, & les marchands n'en trouveroient pas le débit, comme de l'autre auquel les Turcs sont accoutumés. J'ai eu de celui qui est le plus estimé parmi eux, & du même dont usent quelques Turcs, & particulièrement certains Dervichs qui en font habituellement le plus d'excès. Il est d'une odeur pénétrante, d'un verd-brun très-foncé extérieurement, quand il n'est pas desséché, & au dedans plus jaunâtre & plus clair. C'est, autant que j'ai pu m'en assurer, sur le rapport de ceux qui doivent en être le mieux instruits, un extrait de la décoction de Pavot. La plus grande quantité de celui qui se vend à Constantinople, se tire de Natolie, des environs d'un lieu que les Turcs nomment aujourd'hui *Aphium Gara-hissar*, c'est-à-dire, *Château noir de l'Opium*. Sa situation fait juger qu'il est bâti ou sur les ruines, ou dans le voisinage de l'ancienne Ville de *Philomelium*. Il croît aussi de l'*Opium* dans le territoire de Thebes en Égypte, mais on y préfère celui de Natolie, qui passe de Natolie en Chypre, & de Chypre en Égypte, où il se vend le double de celui du pays.

OPIMUM
des Turcs.

Où il croît.

J'ai rapporté un échantillon de toutes les Graines & Plantes usuelles qui se vendent à Constantinople, plusieurs de Barbarie

Graines
diverses.

& de Syrie, & des éclaircissements sur la nature & la préparation de diverses Plantes, drogues & matières assés peu connues que nous tirons du Levant. La plupart de ces Mémoires,

M. Arnaud, Docteur en Médecine, de la Faculté d'Aix, Médecin de M. l'Ambassadeur à Constantinople.

dont j'attends une suite, m'ont été fournis par un Médecin^a que son application à sa profession & son séjour en Levant ont mis à portée d'acquérir toutes ces connoissances.

Je n'entrerai sur tous ces articles dans aucun détail, me bornant ici à ce que j'ai vu par moi-même.

P H Y S I Q U E.

Observations
météorologi-
ques faites à
Alger.

Sur le
Barometre.

La plus grande hauteur du Barometre dans l'espace de huit années, de 1723 à 1731, a été à Alger de 28 pouces $\frac{1}{2}$ plus souvent l'hyver que l'été & par un vent de Nord. La moindre a été de 27 pouces & par un vent de Sud, aussi en hyver pour l'ordinaire, & une seule fois en été; presque toujours par des temps de tempêtes, d'ouragans, ou de tremblements de terre. Ces derniers cependant n'ont ordinairement causé aucune variation au Barometre. De Mai en Septembre, il est rare que les changements excèdent un demi-pouce.

Sur la Pluie.

Depuis Septembre 1730 inclusivement jusques & compris le 5 Mai 1731 il est tombé à Alger 29 pouces 8 lignes d'eau, ce qui est environ 11 pouces de plus que l'année moyenne de Paris. Il pleut très-rarement l'été à Alger. Cependant par une Lettre reçue depuis mon retour, on me marque que dans les 14 & 15 Juin 1732 il est tombé 5 poucs. d'eau, chose inouïe, & dont il n'y avoit de mémoire d'homme aucun exemple dans le païs.

M. Batault, Prêtre Alissonnaire de Saint Lazare.

Déclinaison
de l'Aiguille
aimantée.

Ces observations m'ont été communiquées par un observateur exact & attentif^b qui résidoit à Alger depuis 8 ou 9 ans.

Le 19 Juin 1731 une Aiguille aimantée d'environ 6 poucs. déclinoit à Alger de 14 degrés vers le Nord-ouest. J'ai fait & réitéré l'observation à terre; & celle des Pilotes faite dans la rade n'étoit pas fort différente de la mienne. Il doit y avoir une faute d'impression dans la Lettre de M. Shaw, imprimée dans les Transactions philosophiques^c, dans laquelle la déclinaison de l'Aiguille aimantée à Alger est marquée de 30^d 30'.

^a An. 1729.
N.º 416.

On

On voit au bord de la Mer, parmi les ruines d'Alexandrie d'Egypte, deux Obélisques de ce Granit ou Pierre Thébaïque, que quelques-uns avoient soupçonnée factice, & dont les carrières ont depuis été trouvées dans la haute Egypte. L'un est renversé & presque enfoui ; l'autre qui est encore sur pied, appelé vulgairement l'*Aiguille de Cléopatre*, a ses quatre angles dirigés aux quatre points cardinaux, à quelques degrés près. Le midi & le couchant, du moins en ce pays-ci, sont les expositions où l'on reconnoît par expérience, que les pierres se conservent le moins. Quant à l'Obélisque, la face exposée au Nord-Ouest, côté de la Mer, & celle du Sud-Ouest qui regarde la nouvelle Ville, sont les mieux conservées, & on y distingue très-bien les figures hiéroglyphiques qui y sont gravées, & que j'ai dessinées. Mais quoique cette pierre soit plus dure que le marbre, les deux faces exposées au Nord-est & au Sud-est, sur-tout la dernière, sont fort maltraitées ; elles se calcinent à l'air, & s'enlèvent par lames, en sorte qu'on ne peut presque plus rien distinguer à leurs caractères.

Effet de l'air
sur les Pierres.

J'ai trouvé par des pratiques connues de Trigonométrie & sans instrument, que cet Obélisque avoit environ 56 pieds hors de terre ; que la Colonne qui porte le nom de Pompée, on ne sçait pas bien pourquoi, & que l'on voit sur pied à un demi-quart de lieu de la Ville, avoit 94 pieds de hauteur, y compris sa base & son chapiteau ; & le fust, qui est d'un seul bloc de Granit, près de 70 pieds de haut sur huit dans sa moyenne épaisseur. Il y a apparence que M. de Chazelles a pris toutes ces dimensions exactement, mais je ne sçache pas que ses Mémoires ayent été publiés.

Mesures de
l'Obélisque de
Cléopatre, &
de la Colonne
de Pompée.

Pendant les mois de Sept. & d'Oct. 1731, j'étois en mer sur la route de Chypre à Constantinople, fort à portée d'observer l'Aurore Boréale, qui fut très-fréquente pendant ce temps en ce pays-ci^a, mais quelque attention que j'aye donnée alors & pendant cinq mois de séjour à Constantinople, je n'en ai apperçu aucune trace ; ce qui confirme la remarque de M. de Mairan^b, qu'elles ne paroissent gueres au dessous de 40° de lat.

Nulle appa-
rence d'Au-
rore Boréale
au dessous de
40 degrés de
latitude.

^a Mem. Acad.

1731. p. 379.

^b Traité phys.
et hist. de l'Aur.
Boréal. p. 96.

Je m'étois aussi proposé l'examen d'un Phénomene très-

Mem. 1732.

. R r

• Phénomène
 météorolo-
 gique peu
 connu.

ordinaire & assés peu connu, même des Marins, dont quelques-uns cependant l'ont nommé *Pied-de-vent*. Il consiste dans un arrangement de nuages sur différentes lignes, qui étant prolongées, concouroient à deux points opposés de l'horison, comme les méridiens d'un globe se réunissent aux poles. Lorsque le Ciel n'est pas tout-à-fait serein, ni entièrement couvert, il est rare, quand on y fait bien attention, que les nuages ne paroissent pas affecter cette disposition plus ou moins sensiblement. C'est d'ordinaire au point de réunion vers l'horison qu'elle est le plus remarquable, & quelquefois elle ne l'est pas ailleurs; c'est pour cela qu'il faut, sur-tout lorsqu'on n'a pas pris l'habitude d'observer le Phénomène, un horison fort étendu pour le voir distinctement. Souvent le point de réunion est très-sensible, & les nuages qui en partent, semblent s'écarter en tout sens, en forme d'éventail, ou d'un côté de l'horison seulement, tandis que l'autre côté est sans aucun nuage, ou des deux côtés de l'horison à la fois, & alors un des deux centres est d'ordinaire plus apparent que l'autre. Ils ne sont pas toujours diamétralement opposés. Quelquefois l'ordre des nuages se trouble & se confond, & l'on apperçoit pendant quelque temps, deux différents points de concours du même côté de l'horison, jusqu'à ce que l'un des deux disparoisse, & cede, pour ainsi dire, la place à l'autre.

Divers nuages disposés parallelement les uns aux autres & à l'horison à perte de vûë, ce qui est l'arrangement naturel que le vent leur donne, doivent, suivant les regles de l'optique, nous paroître concourir à deux points opposés de l'horison. S'ils semblent quelquefois ne point participer au mouvement des autres nuages, ou se mouvoir dans un sens contraire à leur propre direction, si cette direction, si leur marche même ne s'accorde pas avec le vent que l'on sent actuellement près de la surface de la Terre, ce que j'ai souvent observé; on n'en peut conclurre autre chose, sinon que le vent, dont ils ont reçu leur premier alignement, a changé; & qu'il souffle différents vents à la fois à différentes hauteurs de l'atmosphère. Ce que les mouvements contraires des

différentes couches de nuages nous indiquent assés, & qui est moins extraordinaire que ces vents opposés dans la même couche d'air, qui portent quelquefois deux vaisseaux l'un vers l'autre à pleines voiles.

Après avoir pendant cinq mois de navigation en différents temps & en différents lieux, donné une attention particulière aux divers pronostics prétendus dont les Marins tirent des conjectures sur la durée ou le changement des vents; je n'ai reconnu qu'une très-grande incertitude dans leurs regles le plus universellement reçues, & il m'a paru qu'elles ont été tout au moins aussi souvent démenties que confirmées par l'événement. Mais ce qui fait, ce me semble, une plus forte preuve que mon expérience, qui n'a été que de quelques mois, c'est que de tous les Pilotes que j'ai vûs, celui qui m'a paru d'ailleurs sçavoir le mieux son métier, n'ajoutoit aucune foi à ces regles, & s'en mocquoit. Ces pronostics, généralement parlant, sont si fort respectés des gens de mer, qu'il faut avoir du courage pour oser les contredire. Ils sont en bien plus grand nombre encore, & plus en crédit, s'il est possible, en Levant, où la crédulité & la superstition n'ont point de bornes. Les Grecs & les Turcs, d'accord sur cet unique point, semblent chercher à rencherir les uns sur les autres. La nature de l'insecte que l'on trouve dans les galles ou excroissances qui viennent aux arbres, décide, selon leur préjugé, de la guerre, de la peste ou de la famine. J'ai vû le Caïque⁺ du Grand-Seigneur muni d'un ail suspendu à la prouë, pour préserver sa Hauteesse des funestes regards des enchanteurs, & de grands aqueducs nouvellement réparés ou nouvellement construits aux environs de Constantinople, pourvûs d'un pareil préservatif. Cette superstition, appelée par les Italiens *cativo occhio*, est très-ancienne*, & est encore généralement répandue dans tout l'Orient, même aux Indes & à la Chine.

Cependant ces mêmes gens qui craignent d'être enforcés

Pronostics des
Marins sur les
changements
de temps.

Superstition
des Turcs &
des Grecs.

* Nescio quis
teneros oculus
mihi fascinat
agnos. Virg.
Ecl. 3. v. 103.

+ Espece de Felouque qui va à voiles & à rames, dont on se sert dans le Port de Constantinople, & aux environs. (*Tournefort. Voy. du Lev. let. 16.*) Le Caïque du Grand-Seigneur seulement, a treize paires de rames.

Sécurité
des Turcs
en temps de
peste.

^a C'est le nom
que donnent les
Turcs à tous
les Chrétiens
d'Occident.

Réflexion sur
la contagion.

Inoculation
de la petite
vérole.

Changements
arrivés sur la
surface de la
terre.

^b Les 14
& 15 Octobre
1731, j'en
ai senti deux secousses
à Smyrne.

d'un regard, ne prennent aucune précaution contre la contagion, & se rient de celles que prennent les *Franks*^a qui vivent parmi eux, quoique le succès semble les justifier; puisqu'il est rare à Constantinople, que la peste pénètre chés les Ministres étrangers, & dans les autres Echelles du Levant, chés les Consuls & les Négociants qui se renferment; tandis qu'elle fait ailleurs les plus grands progrès.

La quarantaine qu'on fait à Marseille, au retour du Levant; est une occasion bien naturelle de faire des observations sur ce qui y passe, pour être ou n'être pas contagieux, sur la manière dont on y prétend que la contagion se communique, & sur les précautions que l'on prend en conséquence. Matière curieuse & intéressante sur laquelle on a beaucoup écrit, & qui n'est pas à beaucoup près épuisée.

L'inoculation de la petite vérole est, comme on sçait; usitée depuis long-temps en Levant; c'est même de-là qu'elle a passé en Angleterre. Cette opération est aujourd'hui non-seulement pratiquée par les sujets du Grand-Seigneur; mais un grand nombre de Franks de toutes les Nations d'Europe, établis à Constantinople, & qui y ont épousé des Grecques, se sont conformés sur ce point à la mode du Païs, font tous les jours insérer la petite vérole à leurs enfans, & se trouvent bien de cet usage.

On ne manque pas de faits qui prouvent qu'il doit être arrivé de grands changements en divers lieux sur la surface de la terre. On ne voit dans l'Archipel, & sur les côtes voisines, que Rochers affaîssés ou soulevés, dont les lits de pierre sont inclinés à l'horison; mais outre ces révolutions causées par des tremblements de terre qui y sont fréquents^b, il y en a d'autres qui s'operent par degrés presque insensibles; & qui ne laissent pas de changer la nature du terrain. La Palestine en a vrai-semblablement éprouvé de cette espece. Dans ses amas de Rochers nuds & brûlants, on ne reconnoît plus ces contrées autrefois si abondantes. Ne pourroit-on pas soupçonner que les terres qui couvroient le Roc, se sont peu à peu éboulées dans les vallons, & n'ont laissé que des

Marbres & des Roches arides, où l'on voyoit autrefois de fertiles côteaux ? Les environs d'Aléxandrie d'Egypte ont aussi bien changé de face ; le vaste Lac Mareotis est presque entièrement desséché , & l'on ne voit plus sur ses bords, aucun vestige du fameux vignoble où croissoit ce vin si renommé^a chés les Anciens, & dont les fumées, si l'on en croit Horace^b, avoient monté à la tête de la Reine Cléopâtre. Il est vrai que le Mahométisme a presque fait abandonner la culture des vignes dans les lieux où il s'est établi ; mais il est aussi très-vrai-semblable que le sol a changé de nature. En effet, pour prendre un exemple de même genre, le vin de l'Isle de Scio, où les vignes sont cultivées par les Grecs, est aujourd'hui extrêmement dur & âpre, & l'on ne conçoit pas comment il a pu se faire une si haute réputation^c, si le terroir ou le goût n'ont pas changé prodigieusement.

L'Isle de Chypre autrefois si vantée, toute inculte qu'elle est aujourd'hui, ne laisse pas d'être extrêmement fertile ; on y marche quelquefois des lieues entières à travers des forêts d'arbusles odoriférants, de toute espece. Elle passe pour un séjour fort mal sain, ce qui doit moins s'entendre de l'Isle entière, que de quelques endroits, tels que Famagouste & Lernica, où l'on trouve une cause très-vrai-semblable du mauvais air qu'on y respire, dans les exhalaisons des marais & des Salines du voisinage. Ce qu'il y a de plus singulier, c'est que ce même air ne passe pour être dangereux, du moins à Lernica, que le jour, & pendant l'ardeur du Soleil, & que l'on s'y promene, sans crainte du ferein, le soir & toute la nuit. Seroit-ce que les exhalaisons salines, dans lesquelles on peut supposer que réside la malignité, sont si pesantes qu'il n'y a que la plus grande chaleur du Soleil qui puisse les élever à une certaine hauteur, & qu'avant qu'il approche de l'horison, elles sont déjà retombées par leur propre poids. On prétend encore que l'air n'est mal sain, en Chypre, que pour les étrangers, & que les gens du païs, même ceux qui travaillent aux salines, n'en reçoivent aucune incommodité.

Quoi qu'il en soit, les fièvres malignes y sont très-com-

^a Sunt Thāsiae vites, sunt & Mareotides albae. *Virg. Georg. lib. 2. v. 91.*

^b Mentemque lymphatam Mareotico, &c. *Horat. lib. 1. Od. XXXVII.*

^c Vina novum fundam Calathis Arvisia Nectar. *Virg. Eclog. 5. v. 71.*

Fertilité de l'Isle de Chypre.

Malignité de l'air.

Fréquence
des fièvres
malignes.

Mort de
Mehemet
Effendi, ci-
devant Am-
bassadeur en
France.

munes vers la fin de l'Été, & pardonnent rarement à ceux qui en sont attaqués, quelle que soit leur jeunesse & la force de leur temperament. Au mois de Septembre 1731, plusieurs François venoient d'y augmenter le nombre des exemples funestes. C'est aussi de cette maladie qu'étoit mort tout récemment à Famagouste, lieu de son exil, Mehemet Effendi que nous avons vû Ambassadeur de la Porte, à la Cour de France; & non de mort violente, comme on l'a publié.

HISTOIRE NATURELLE.

Pour me renfermer dans les bornes d'un Mémoire, je n'entrerais point dans le détail de toutes les pétrifications & autres morceaux d'Histoire naturelle que j'ai rapportés du Levant, & je ne ferai mention ici que d'un petit nombre.

Incrustation
pierreuse
d'une Fon-
taine miné-
rale.

Une incrustation pierreuse d'une matière blanche, friable; disposée par filets, & qui paroît calcinée, elle s'amasse en forme de pyramides autour du bassin d'une célèbre fontaine minérale d'eaux chaudes, à 15 ou 16 lieues d'Alger dans les terres, sur le chemin de Bonne à Constantine. Ces eaux étoient connues des anciens, sous le nom d'*Aquæ Tibilitanæ*^a. J'en attends une quantité suffisante, pour en faire l'analyse.

^a Cellarii not.
orb. ant. lib. 4.
cap. 5.

Pierres
figurées.

^b Histor. lap.
fig. Helvetia
Pisolitha, p. 36.
Venet. 1705.

^c Cl. Myfii
Sax. subterr.

part. 1. relat. 5.
^d Metallotheca

Vaticana lapid.
idioma ppori.

p. 281. Rom.
1717.

^e Joh. Phil.
Breynii, Epist.

de Melonibus
petresfactis.

Lips. 1722.
^f Mem. Acad.

1716. p. 8.
1721, pp. 69, 255 & 322.

Des pierres, de la grosseur & de la figure d'un pois, que j'ai ramassées dans un champ voisin de Jerusalem, où elles sont fort communes, quoiqu'elles soient depuis long-temps recherchées par les Voyageurs. On les y trouve séparées les unes des autres, comme celles de Suisse, dont parle Langius^b, mais moins rondes; & non sous une enveloppe commune, comme celles de Saxe & de Toscane, qui ont été décrites par Mylius^c & Mercatus^d. Diverses pierres figurées du Mont-Carmel & des environs, qui passent dans le pays, pour des Melons & des Olives pétrifiées. Il y a déjà du temps que les Naturalistes savent à quoi s'en tenir sur ces sortes de pétrifications. On peut consulter sur cette matière, outre les auteurs déjà cités, Breynius^e, & les sçavants Mémoires de M.^{rs} Geoffroy, de Reaumur, & de Jussieu^f.

Toutes les côtes de Syrie abondent en pétrifications de

diverses especes. On trouve dans le Mont Cashavan, proche de Barut, autrefois *Berytos*, des pierres d'un blanc-sale, médiocrement dures, qui se cassent par lames; il s'y rencontre fréquemment des empreintes de corps de poisson, d'une couleur jaunâtre & dorée, différente de celle du reste de la pierre; j'ai deux ou trois de ces empreintes. On en trouve de la même espece dans les montagnes de Suisse^a, de Saxe^b, &c.

Empreintes
de poissons
sur la pierre.

Dans la montagne voisine de Seyde, & dans l'une des caves taillées dans le roc, qui servoit de sépulcre aux anciens Juges ou Suffetes de Sidon, il y a près de 3000 ans, j'ai découvert un tronc d'arbre pétrifié, d'environ un pied de diametre, qui avance à peu-près de 4 pieds hors du roc où il est enclavé. L'arbre est beaucoup plus dur que le reste du rocher, le bout qui débordé est rompu assés net, la coupe n'en est pas ronde, mais ovale, & le grand diametre est horizontal; ce qui prouve que l'arbre a pris cette forme par le poids dont il étoit chargé, avant que de s'être durci entièrement. On y reconnoît très-distinctement les accroissements annuels de la sève qui se manifestent sur la coupe, par des circonférences concentriques, & selon la longueur, en quelques endroits éclatés, par des lignes paralleles, entre lesquelles la diversité des nuances indique les différentes fibres du bois. Je n'ai pû enlever de cet arbre qu'un fort petit éclat vers la superficie, qui ne paroît différer en rien d'une pierre à fusil ordinaire. Il n'y a pas lieu de douter que cet arbre ne fût déjà pétrifié, du temps de l'excavation de ces Catacombes, puisqu'il fait partie du roc dans lequel elles sont taillées.

^a *Langius*;
p. 38.
^b *Mercatus*,
p. 319.
Hist. Acad.
1703. p. 23.
1708. p. 34.
Arbre pé-
trifié.

Les coquillages de l'Isle de Naxie, dans l'Archipel, sont renommés pour leur beauté & leur variété. M. de Maupertuis, de cette Académie, les a reconnus la plupart pour être les mêmes qui se trouvent sur nos côtes de Bretagne.

Coquillages
de Naxie.

Le sol de la plupart des Isles de l'Archipel est de Marbre. On y en voit, ainsi que sur les côtes de Natolie, de très-richement & très-singulièrement veinés, que nous ne connoissons point en France, & qui mériteroient fort d'être mis en œuvre.

Marbres de
l'Archipel.

Les côtes de Macédoine, du côté de la Cavalle, abondent

Mines d'argent, de Macédoine.

en métaux & minéraux. J'ai rapporté des échantillons de plusieurs mines d'argent de ces cantons, qui m'ont été remis par M. le Comte de Bonneval, avec un Mémoire détaillé. Quelques-unes ont été travaillées du temps des anciens Grecs, & c'est vrai-semblablement de ces sources que Philippe de Macédoine tiroit cet or, qui le faisoit dominer dans toutes les Républiques de la Grèce. D'autres ont été ouvertes du temps des derniers Empereurs Grecs. Depuis quelques années, on a tiré de l'une de ces mines, des Émeraudes qui ont été bien vendues à Constantinople.

Autre Mine.

Dans le voisinage des ruines de Troye, il y a encore une mine d'argent que les Turcs font travailler depuis quelques années. Il y a aussi dans le même canton, une carrière d'une espèce de Granit, plus gris, & beaucoup moins beau que celui d'Égypte; c'est de cette matière que sont ces fameux

Boulets des Dardanelles.

boulets des Châteaux des Dardanelles, célèbres par leur prodigieuse grosseur. J'en ai mesuré de 28 pouces de Roi, de diamètre; ils ont, par conséquent, environ 6 pieds cubes de solidité, & pèsent autour de 1200 livres, ce qui fait à peu-près le tiers d'un boulet de fer du même volume.

Description d'un petit Poisson nommé *Vélette* par les Provençaux.

A mon retour de Constantinople, j'ai vu pendant la traversée, à diverses reprises, & quelquefois pendant plusieurs heures, passer le long du Vaisseau, des milliers de petits Poissons fort singuliers, qui flottent sur la surface de la Mer. Les Provençaux les nomment *Vélettes*. Il n'est fait aucune mention de ce Poisson dans Rondelet, dans Jonston, ni dans aucun Naturaliste, que je sçache.

Planche III.
Fig. 3.

Il est de forme ovale, à peu-près de la grandeur d'une moule, mais sans coquille, fort plat, n'ayant pas une ligne d'épaisseur; sa longueur est depuis 7 à 8 lignes jusqu'à un pouce & demi ou environ, sa largeur à peu-près la moitié de sa longueur. Je parle de ceux que j'ai vus, car j'ai oui dire à quelques Marins, qu'il y en avoit de grands comme la main, vers nos Isles d'Amérique, & qu'on en voyoit d'une autre espèce sur quelques Rivières. Quoi qu'il en soit, le corps de ceux dont il est ici question, est une substance molle

&

& visqueuse, de couleur d'Indigo foncé; les bords sont plus minces & plus transparents; le milieu est couvert de quantité de petits filets de relief argentés, qui forment des ovales concentriques & parallèles, lesquelles se perdent & deviennent imperceptibles, en approchant des bords. Toutes ces ovales sont traversées de plusieurs lignes ou rayons qui partent de leur centre commun, comme dans les toiles d'araignées de jardin : ce centre *O* qui forme une éminence pointuë, est l'endroit le plus relevé du corps de l'animal, le dessous vers les bords est hérissé d'une prodigieuse quantité de filaments bleus *PPP* de trois à quatre lignes de long qui paroissent les pattes ou les nageoires de ce Poisson, & qui ne se distinguent bien que dans l'eau. Il nage, ou pour mieux dire il flotte sur la surface de la mer selon sa longueur, mais ce qui l'aide à s'y soutenir, & qui lui a fait donner le nom de *Vélette*, est une espece de crête *ABC* qui s'élève verticalement sur la surface supérieure. Cette crête lui sert, pour ainsi dire, de voile, que les Provençaux nomment *vêle*; elle est à peu-près aussi haute que l'animal est large, elle le traverse en ligne droite *AB* obliquement, & fait avec la ligne *CD*, qui le partageroit également suivant sa longueur, un angle *ACE* qui paroît à peu-près le tiers d'un droit. L'obliquité de la voile est toujours du même sens, c'est-à-dire, de gauche à droite, en passant de la partie antérieure à la postérieure; son contour est à peu-près demi-circulaire, hors qu'il se termine au sommet par un angle saillant. Cette crête, voile ou cartilage, comme on voudra l'appeller, est très-mince, transparente & semblable à du Talc. En la regardant de près, on la voit traversée d'un nombre infini de rameaux déliés qui forment une espece de réseau. Elle a au toucher quelque solidité, à peu-près comme de la corne très-mince, mais elle est bordée d'une membrane *M, M, M*, plus déliée, plus molle & plus transparente, d'une à deux lignes de largeur, qui se flétrit & s'affaîsse aussitôt que l'animal est hors de l'eau, d'où l'on peut à peine le retirer sans le blesser. J'en ai mis plusieurs dans un vaisseau rempli d'eau de mer où ils n'ont pas paru vivre plus d'une

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 4.

Fig. 3. & 4.

heure. On reconnoît, ou plutôt on conjecture qu'ils ne sont plus vivants, lorsqu'ils ne se soutiennent plus à plat sur l'eau comme dans leur situation ordinaire, qu'ils enfoncent plus d'un côté que de l'autre, ou qu'ils sont tout-à-fait renversés la voile en bas. Du reste je n'y ai remarqué bien distinctement aucun mouvement, autre que celui que cauçoit l'agitation de l'eau dans les filets dont j'ai parlé. Je n'ai apperçû non plus aucune apparence de tête bien sensible; seulement en regardant à travers le jour, on voit dans le milieu un petit corps long & étroit *HI*, plus opaque que tout le reste, situé selon la longueur, dont la partie antérieure est plus arrondie, la postérieure se termine en pointe, & l'on y remarque une ligne transparente qui la partage en long, en deux moitiés. Autour de ce corps qui paroît être l'assemblage des parties intérieures de l'animal, on voit une grande quantité de petits grains ronds, bruns & jaunâtres qui ressemblent à des œufs, & d'autres à des especes de mammelons.

Fig. 5.

Suivant le témoignage des Marins, c'est plus ordinairement après les calmes, & lorsque le vent d'Est souffle, qu'on voit passer ces especes d'insectes de mer. On dit cependant qu'on en voit dans toutes les saisons, mais plus ordinairement le printemps. On peut juger par cette description qu'au moindre gros temps l'agitation des flots doit tuer l'animal, aussi en voit-on flotter plusieurs dont la voile est couchée, & qui ont perdu l'équilibre. Cependant leur grande légèreté & leur conformation les soutiennent sur la surface de la mer, lors même qu'elle est légèrement agitée. Mon dessein étoit de les examiner plus à loisir, pendant ma quarantaine à Marseille, mais je n'en ai pû avoir de vivants, pendant le séjour que j'y ai fait. Tout ce que j'ai pû faire a été de les dessiner sur le champ à la mer, & d'en conserver quelques-uns dans l'esprit de vin, où dans le moment ils ont changé de couleur, & de bleu-foncé, sont devenus feuille-morte. Il s'y est fait depuis un autre changement, & ils sont aujourd'hui d'un blanc-sale, & beaucoup plus transparents qu'ils n'étoient.



Man. de l'Arab. 1782 pag. 320

Planche II

Fig. 1



Fig. 3.

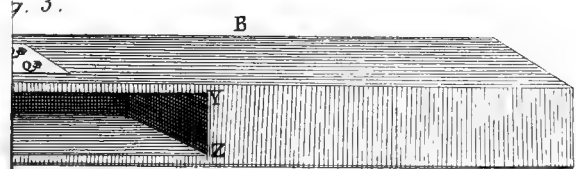


Fig. 4

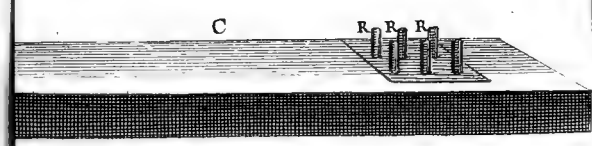
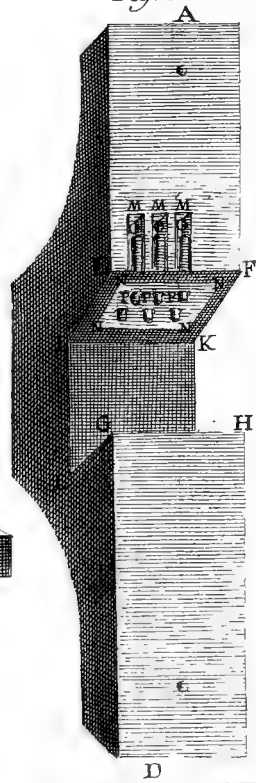
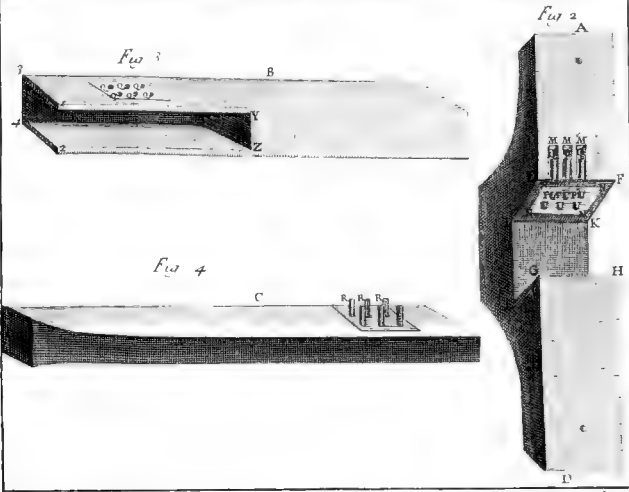
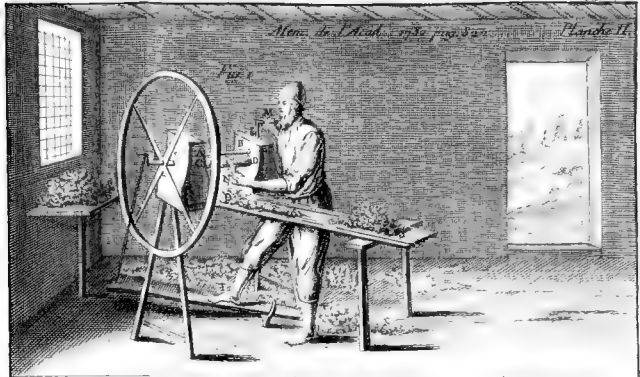


Fig. 2.



Monsieur de l'Académie des sciences et belles-lettres *Plaque II.*



Invention de l'Académie des sciences et belles-lettres

Fig. 2.

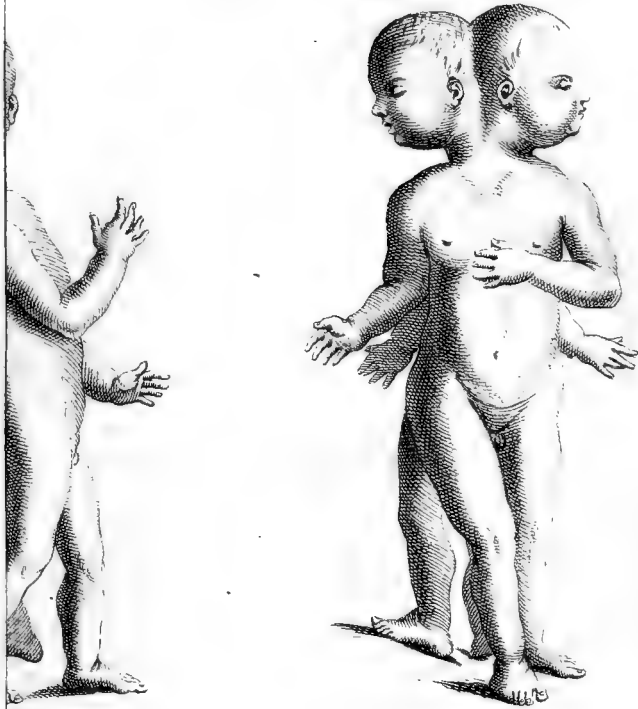
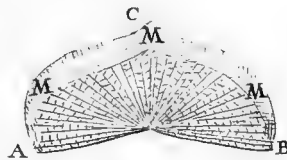
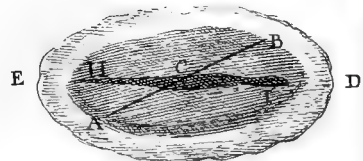


Fig. 4.

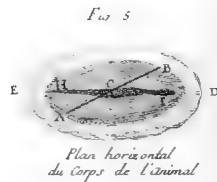
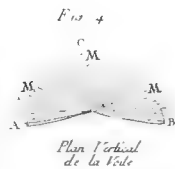
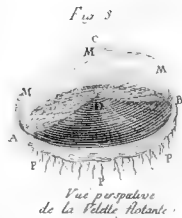


Plan Vertical
de la Voile.

Fig. 5.



Plan horizontal
du Corps de l'animal.



*DES DIFFÉRENTES MANIÈRES
de rendre le Tartre soluble.*

Par M.^{rs} DU HAMEL & GROSSE.

LE champ de la Chimie a tant d'étendue & de fécondité, 23 Avril
1732. & les recherches curieuses, dont il est susceptible, y sont variées par tant de circonstances inopinées & d'accidents singuliers, qu'il est très-rare que ceux qui y travaillent se trouvent sans s'être communiqués & comme par hazard avoir choisi le même objet, l'avoir suivi par les mêmes voyes, & être ainsi parvenus au même but.

C'est néanmoins ce qui nous est arrivé, à M. Grosse & à moi, dans un travail que nous avons l'un & l'autre entrepris sur le Tartre, où nous étant, chacun en notre particulier, proposé d'abord des vûes différentes, nous nous sommes cependant réunis sans le sçavoir, & nous avons suivi assés long-temps le même chemin.

L'objet principal de M. Grosse étoit de rendre le Tartre soluble par le mélange des terres alkalines, & pour cela il a combiné ce sel avec la Chaux, plusieurs sortes de Crayes, & d'autres terres.

Pour moi, je m'étois proposé de purifier le Tartre pour le rendre aussi beau que celui qu'on prépare à Montpellier, & de rechercher dans différentes terres celles qu'on pourroit substituer à la terre qu'on employe si utilement à cet usage aux environs de cette Ville.

C'étoit pour y parvenir que j'ai traité le Tartre avec les mêmes matières que M. Grosse a employées, & ayant remarqué que plusieurs de ces terres décomposent le Tartre & le rendent soluble, j'ai presque abandonné mon premier objet, & ai embrassé celui que j'ai sçu depuis être celui de M. Grosse.

J'avoué que je me serois trouvé amplement récompensé

de mes peines, si, comme j'en ai prié M. Grosse, il eût bien voulu faire quelque usage de mes expériences, quand on ne les auroit regardées que comme des preuves surabondantes des siennes. Mais il a jugé à propos de réunir nos observations, & même de nous communiquer nos idées de recherches, afin que nous pussions les suivre de concert pour n'en faire qu'un seul & même ouvrage.

J'ai accepté avec plaisir cette proposition; ainsi le Mémoire qui suit, est celui de M. Grosse comme le mien.

Tout le monde sçait que le Tartre, ou, ce qui est à peu près la même chose, le Cristal de Tartre, n'est presque pas soluble dans l'eau froide, & ne l'est que difficilement dans beaucoup d'eau bouillante, encore ne s'y soutient-il que tant qu'elle est chaude, & il l'abandonne & se précipite presque entièrement à mesure qu'elle se refroidit.

Le Sel lixiviel de Tartre au contraire est si accessible à l'eau, que l'humidité de l'air suffit pour le résoudre en liqueur, & quand on le mêle avec le Cristal de Tartre, il donne entrée aux parties d'eau sur ce sel essentiel, & le rend soluble dans l'eau froide.

M. le Fèvre, Médecin d'Uzès, & Correspondant de l'Académie, est parvenu à rendre le Tartre soluble par le mélange du Borax, qui est un autre sel alkali; je dis qu'il est un sel alkali, parce que M. Lémery a démontré une qualité alkalinale dans le Borax.

Enfin M. Boulduc, dans le Mémoire qu'il a donné sur le Sel de la Rochelle, en nous dévoilant la nature de ce fameux Remède, vient de nous faire voir que le Sel de la Soude peut produire le même effet sur le Cristal de Tartre.

Voilà donc le Cristal de Tartre rendu également soluble par trois différents Sels alkalis; mais suivant les Sels dont on s'est servi, il en est résulté des phénomènes particuliers, puisqu'avec le Borax l'on n'a qu'une matière gommeuse & encore fort acide, & qu'avec la Soude on retire un sel un peu différent du sel végétal tant par sa cristallisation que par son goût. Mais puisque le Cristal de Tartre mêlé avec différents sels

alkalis prend tant de métamorphoses, ne pourroit-on pas espérer quelque chose d'avantageux de l'alliage des terres alkaliues avec ce même sel essentiel ? M. Stahl nous invite à y travailler, dans son Commentaire sur la *Physica subterranea* de Beccher, en s'étonnant qu'on n'ait pas allés examiné les effets du mélange du Tartre avec la Chaux, sans dire ce qui l'a engagé à faire cette remarque. Quoi qu'il en soit, c'est à quoi nous nous sommes principalement appliqués ; ainsi le Cristal de Tartre, traité avec la Chaux & beaucoup d'autres terres, fournira la matière de ce Mémoire. Mais comme nous avons fait un allés grand nombre d'expériences, nous avons crû devoir les ranger sous trois classes différentes qui formeront autant d'articles de ce Mémoire.

Le premier renfermera les expériences que nous avons faites avec les différentes Chaux.

Le second, celles que nous avons faites avec les Crayes.

Et nous rapporterons enfin dans le troisiéme les essais que nous avons faits sur plusieurs especes de Terres bolaires, argilleuses, sablonneuses, &c.

ARTICLE PREMIER.

Ce qu'a produit le Cristal de Tartre avec les Chaux.

Nous avons mis une certaine quantité de crème de tartre, ou plutôt de tartre simplement purifié par quelques filtrations dans une bassine, & nous avons jetté dessus de l'eau de chaux bien concentrée, mais exactement filtrée, claire & transparente comme de l'eau ; il ne nous a paru aucune effervescence sensible, & même la liqueur a été en partie évaporée, sans que nous nous soyons aperçus de rien de remarquable, si ce n'est que la crème de tartre paroïssoit se dissoudre en plus grande quantité que dans l'eau simple. Nous avons versé de nouvelle eau de chaux sur cette même crème de tartre, & après l'avoir évaporée, nous avons réitéré la projection d'eau de chaux, pour une troisiéme fois, & ensuite l'évaporation, sans que nous ayons remarqué d'effervescence sensible. Enfin,

nous y avons remis de nouvelle eau de chaux, pour une quatrième fois, & en l'évaporant, il s'est excité une effervescence si considérable qu'on a été obligé de retirer plusieurs fois la bassine de dessus le feu ; la liqueur est devenue blanchâtre, sur-tout à la surface où elle étoit comme du lait, elle s'est troublée considérablement, & une livre & demie de crème de tartre s'est fondue entièrement dans une petite quantité d'eau, qui étoit, à la vérité, le reste de la lessive de deux livres de chaux. Il falloit apparemment que l'eau de chaux eût pris par l'évaporation, un certain degré de concentration, pour qu'elle pût produire quelque effet avec la crème de tartre.

Mais voilà déjà une preuve bien marquée de l'effet de la chaux, puisqu'environ trois livres d'eau de chaux, tiennent en dissolution, une livre & demie de crème de tartre, pendant que la même quantité d'eau commune pourroit à peine dissoudre dans le plus fort bouillon, deux onces & demie de ce sel.

Tout notre tartre étant parfaitement dissous, nous avons filtré la liqueur, qui, bien loin d'avoir conservé quelque chose de l'acide du tartre, avoit pris un goût alkalin ; il s'est beaucoup déposé de terre sur le filtre, mais cette terre étoit insipide, grasse au toucher, & presque indissoluble par les acides, ce qui nous l'a fait regarder comme une partie de la terre du tartre, parce que nous sçavons que la chaux se dissout très-aisément par tous les acides ; & d'ailleurs comment l'eau de chaux, qui étoit bien filtrée & très-claire, auroit-elle pu déposer tant de terre, sur-tout étant obligée d'en fournir à la crème de tartre, comme nous le verrons dans la suite ?

Nous avons évaporé lentement une partie de l'humidité, jusqu'à ce que la liqueur nous ait paru assez salée pour donner des cristaux ; car il n'y a point ici à compter sur la pellicule, on l'évaporerait bien entièrement, sans qu'il s'en formât aucun ; l'ayant ensuite laissé quelque temps dans un lieu frais, il s'est formé de beaux cristaux clairs, transparents, &

qui ont donné quelque marque d'alkalicité, tant avec la teinture de violette, qu'avec la solution du sublimé corrosif. Ils étoient assés gros pour qu'on en pût distinguer la figure; nous les avons cependant dissous jusqu'à trois fois, pour les avoir en plus gros cristaux, & il nous a paru que leur figure la plus ordinaire étoit celle des prismes quarrés, terminés par deux surfaces plates; presque toujours un, & quelquefois deux des angles sont abattus, & pour lors les surfaces des deux bouts sont échancrées aux endroits qui répondent à ces angles abattus.

Ces cristaux brûlent sur la pêle, comme les autres tartres solubles, & se réduisent en charbon, ils se fondent aisément dans l'eau froide, & quoiqu'ils contiennent la crème de tartre, sans s'être décomposés (comme nous le ferons voir), mais seulement étendus par une terre insipide, ils n'en conservent cependant aucune acidité, & prennent un goût salé un peu amer, mais moins que le sel de la Rochelle, auquel ils ressemblent fort.

Après ces cristallisations réitérées, notre sel n'a plus donné de marque ni d'acidité ni d'alkalicité; ainsi si les premiers cristaux nous ont d'abord paru alkalis, ce n'a été qu'à l'occasion d'un peu de la terre de la chaux qui étoit surabondante, & n'étoit pas bien unie à l'acide du tartre, ou plutôt parce que les cristaux étoient encore mouillés de l'eau-mère qui surnageoit, laquelle est certainement alkaline, puisqu'elle contient beaucoup de la terre de la chaux, qui est plutôt soutenue par la graisse du tartre que par aucune union qu'elle ait avec les acides, comme nous l'examinerons dans la suite.

L'on obtient de pareils cristaux avec le lait de chaux comme avec son eau, il paroît même que le tartre s'y dissout plus promptement; mais pour cela il faut faire bouillir le mélange, comme nous avons dit en parlant de l'eau de chaux, sans quoi la crème de tartre, qui n'est point soluble dans l'eau froide, n'agiroit que très-lentement sur la chaux, & resteroit presque dans son entier précipitée avec la terre de la chaux; & ayant fait une fois ce mélange, le lait de chaux n'étant que

tiède, la plus grande partie de la crème de tartre resta au fond du vaisseau confonduë avec beaucoup de la terre de la chaux, & il ne passa par le filtre qu'une liqueur alkaline, qui par l'évaporation ne donnoit point de cristaux, mais qui avoit formé aux parois de la capsule de verre une croûte tartreuse indissoluble dans l'eau & dans le vinaigre distillé.

Il s'étoit aussi précipité un sédiment terreux, mais qui fermentoit violemment avec le vinaigre distillé, & l'en ayant entièrement saoulé, j'en ai retiré des cristaux pareils à ceux que nous venons de décrire.

Ainsi cette terre, qui commençoit à être dissoute par un acide, & qui avoit pris un peu du phlogistique du tartre, étoit ainsi devenue à peu-près semblable aux sels alkalis.

Avec le lait de chaux, on ne peut s'assurer précisément de la quantité de tartre qui a été dissous, puisque la terre qui se précipite tant de la part de la chaux que de celle du tartre, ne le permet pas. Nous avons fait les mêmes expériences avec le tartre crud que nous avons faites avec le tartre purifié, mais la liqueur est si grasse & si noire, qu'on a bien de la peine à en retirer des cristaux un peu parfaits; nous sommes cependant parvenus à en avoir d'assez beaux.

Tout le monde connoît une espèce de peau qui s'élève sur l'eau de chaux, & qui y forme une crème d'une nature singulière. Nous en avons ramassé une petite quantité que nous avons traitée avec la crème de Tartre, & qui nous a fourni des cristaux semblables à ceux dont nous venons de parler. Il est seulement bon de remarquer que cette crème de chaux, aussi-bien que celle de tartre, ne se dissout que difficilement dans l'eau, & cependant ces deux matières se communiquent mutuellement cette propriété, & étant mêlées ensemble, elles font un tartre très-soluble.

Nous avons pareillement examiné la chaux d'écailles d'huîtres, & pour cela nous avons rempli un creuset avec les écailles, & nous les avons calcinées à un grand feu de charbon pendant plus de six heures, & ne les ayant pas trouvées encore assez calcinées, nous les avons encore calcinées pendant

un pareil temps, & nous avons mêlé cinq onces de cette chaux dans de l'eau bouillante, & par son moyen nous sommes parvenus à dissoudre 15 onces de tartre, ce qui est encore plus que la chaux n'avoit pû faire ; cependant la chaux d'écaillés d'huîtres paroît alliée d'une assez bonne quantité de sel marin, qui ne peut rien faire avec la crème de tartre ; comme nous l'avons essayé en traitant le sel marin tout pur avec le tartre, ce qui d'ailleurs est très-naturel ; car comment la terre du sel marin abandonneroit-elle son acide, qui est très-puissant pour se joindre à celui du vin, qui lui est fort inférieur ? Ce qui fait voir que l'alkali de la chaux d'huîtres est très-puissant, puisqu'étant en si petite quantité, il absorbe tant d'acide. Cette chaux étant ainsi saoulée de crème de tartre, nous avons filtré & évaporé la liqueur, qui nous a donné des cristaux de tartre soluble *.

La stalactite calcinée, & les crayes réduites en chaux ont produit le même effet.

Le gyp calciné & le plâtre, pouvant être regardés comme des especes de chaux, nous les avons examinés, mais leur effet a été bien différent : car ayant fait calciner à feu ouvert, un morceau de ce qu'on appelle *Speculum asinum*, & l'ayant ensuite mis en poudre, & fait bouillir assez long-temps dans de l'eau avec du cristal de tartre, il ne s'est excité aucune fermentation ; le cristal de tartre ne s'est fondu qu'en très-petite quantité, & la liqueur filtrée, au lieu d'avoir acquis le goût alkalin ou salé, dont nous avons parlé, avoit conservé, après être refroidie, une acidité considérable, elle étoit jaunâtre, & en l'exposant au Soleil, elle paroissoit d'abord chargée de petites paillettes très-brillantes ; par l'évaporation, nous n'avons pû en obtenir de cristaux ; seulement le tour de la capsule étoit enduit d'une incrustation légèrement saline ; & le cristal de tartre s'est précipité pêle-mêle avec une terre gypseuse ; ainsi il nous paroît que l'acidité de la liqueur venoit de ce que la partie la plus tenue de la terre du gyp nageoit dans la liqueur chargée, & comme hérissée de l'acide du tartre.

* Voyés la suite
de cette expé-
rience dans la
seconde partie
de ce Mémoire.

Nous avons fait les mêmes expériences avec le plâtre ordinaire, & tel qu'on l'employe dans les bâtimens, & il a produit le même effet, à cela près, que la liqueur avoit un petit goût salé, très-foible, ce qui vient, sans doute, de ce que la pierre à plâtre est alliée d'un peu de craye, ou d'une terre semblable à celle de la chaux.

Nous avons aussi mis tout simplement de ce gyp légèrement calciné, dans un verre, avec de la crème de tartre & un peu d'eau, & l'ayant laissé pendant plus d'un mois au Soleil, il s'est élevé au haut du verre une végétation imparfaite, rouge & extrêmement acide, & dans laquelle on appercevoit quelques petits cristaux mal formés, & en petite quantité.

Quoi qu'il en soit, il reste toujours pour constant, que le cristal de tartre est rendu soluble par la chaux, & que si l'on ne saoule pas entièrement l'eau de chaux avec l'acide du tartre, elle prend néanmoins un goût alkalin & lixiviel, & devient en état de fermenter plus aisément, même à froid avec tous les acides.

Maintenant est-ce à l'occasion de ce sel fixe, que quelques Chimistes y ont imaginé, ou ne doit-on avoir égard qu'à la terre de la chaux? cette terre alkaline peut-elle seule produire sur le cristal de tartre, tous les effets des sels fixes, ou la matière du feu & le phlogistique y entrent-ils pour quelque chose? c'est pour satisfaire à ces questions que nous nous sommes engagés à travailler sur les crayes, & nous suspendons notre jugement jusqu'à ce que nous ayons rapporté quelques expériences assez curieuses, que nous avons faites à ce sujet.

ARTICLE II.

Ce que produit le Cristal de Tartre traité avec les Crayes & d'autres matieres terreuses à peu-près semblables.

Nous avons mis dans une bassine, avec une certaine quantité d'eau, une demi-livre de craye de Champagne pul-

vérifiée, & après l'avoir fait bouillir assés pour que la craye se mêlât parfaitement avec l'eau, nous y avons jetté à différentes reprises, une livre de notre tartre préparé comme dans les précédentes expériences; il s'est formé par ces projections une effervescence considérable, dans laquelle le tartre s'est fondu entièrement, & toute la craye a disparu, de sorte que la liqueur ayant été filtrée, il n'est resté sur le filtre qu'une très-petite quantité de terre, comme environ une once; peut-être encore venoit-elle en bonne partie du tartre.

Ainsi dans la première expérience, où nous avons employé l'eau de chaux, il est resté sur le filtre beaucoup plus de terre que dans celle-ci, où nous avons cependant employé la craye toute entière.

Ce fait paroît assés extraordinaire, cependant il ne sera pas difficile d'en imaginer une raison assés probable, si l'on fait attention que dans les grandes effervescences, il s'évapore une quantité d'esprits acides; & plus il s'échappera de ces esprits, plus il se précipitera de terre du tartre: or l'effervescence étant plus considérable avec l'eau de chaux, & y ayant moins de terre alkaline, pour brider en quelque manière & retenir les acides, que dans l'expérience de la craye, il peut s'échapper une plus grande quantité d'esprits acides; qui étant en pure perte, laisseront précipiter beaucoup plus de terre que dans le cas où les acides se trouveront tout de suite engagés dans beaucoup de terre alkaline, ce qui a fait aussi que notre tartre dissous par la craye, a déposé dans le temps de la cristallisation, une terre grise que nous n'avons presque point apperçûe dans l'expérience faite avec la chaux.

Peut-être cependant un acide que nous soupçonnons dans la chaux, pourroit-il aussi avoir part à la précipitation de cette terre; mais comme le raisonnement, quand il n'est pas soutenu par l'expérience, ne produit souvent que des préjugés sans fondement, incapables de rien établir de réel & de solide, ce n'est pas ici le lieu de faire usage de cet acide, il faut auparavant l'avoir démontré d'une manière incontestable; c'est pourquoi je reviens à mon expérience.

Nous avons évaporé à une lente chaleur, la liqueur filtrée; & nous l'avons mise cristalliser, comme dans l'expérience de la chaux. Nous avons aussi dissous & cristallisé plusieurs fois notre sel, & tant par la figure de nos cristaux, que par leur goût, & les autres essais que nous en avons faits, ils nous ont paru tout-à-fait semblables à ceux que nous avons obtenus par le moyen de la chaux.

Les mêmes expériences ont été faites avec cette craye qu'on trouve auprès de Meudon, & qu'on raffine pour en faire ce blanc que les Peintres en impression appellent le *blanc de Meudon*, & cette craye a produit le même effet que la craye de Champagne, à cela près qu'elle a déposé plus de terre & de sable sur le filtre, ce qui vient, sans doute, de ce qu'elle n'est pas si pure craye que celle de Champagne. Nous avons aussi essayé une craye fort grossière qu'on fouille aux environs d'Orleans, & que les Tonneliers employent pour en frotter les douves & les cercles des Poinçons, & elle a produit le même effet que celle de Meudon. Mais une remarque générale qu'on peut faire, c'est que l'eau-mère qui furnage les cristaux de tartre soluble par la craye; est plus grasse & plus rousse que celle qui recouvre le tartre soluble par la chaux; peut-être cela vient-il de ce que la craye est un peu alliée de terre grasse, qui, comme nous le dirons dans la suite, se charge de la matière grasse du tartre sans dissoudre la partie saline.

Il est encore bon de remarquer ici que dans le mélange du cristal de tartre, tant avec les crayes qu'avec les chaux; il s'est élevé des vapeurs urineuses très-sensibles. On pourroit donc, quoique le préjugé commun s'y oppose, employer les crayes pour la distillation de l'esprit volatil du sel ammoniac; aussi dans l'expérience que M. Grosse en a faite, lui a-t-elle également servi comme la chaux.

Encore une petite circonstance qu'il ne faut pas obmettre; c'est que quand on fait bouillir de la craye dans de l'eau, il s'excite des vapeurs pareilles à celles qu'on remarque quand on éteint de la chaux.

Après tant de conformité d'effets, n'est-on pas naturellement porté à conclure que les crayes sont de vraies chaux faciles & naturelles ? Nous en conviendrons volontiers pour le présent, parce que ces deux matières agissent à peu-près de la même manière dans toutes les expériences que nous rapporterons dans ce Mémoire ; cependant nous réservons pour un autre temps à faire voir des différences que nous croyons avoir remarquées entre les deux matières.

Mais dès-à-présent l'on peut conclure que ce n'est ni au phlogistique que quelques-uns admettent dans la chaux, ni aux parties de feu que d'autres y reconnoissent, qu'on peut légitimement attribuer les effets qu'elle produit sur le cristal de tartre, puisque la craye, qui probablement ne contient ni l'un ni l'autre de ces principes, en produit cependant de pareils. Reste donc à examiner si ces matières renferment un sel alkali capable de produire ces effets sur le tartre ; cela ne paroît pas probable, mais voici une expérience qui prouve le contraire. Nous avons pris six livres de bonne craye, nous l'avons mise en poudre, & nous l'avons divisée en six paquets d'une livre chacun ; nous avons mis ensuite un de ces paquets dans une bassine de cuivre, & nous avons versé dessus quatre pintes d'eau, que nous avons fait bouillir pendant une demi-heure, ayant soin de remuer de temps en temps avec une spatule ; nous l'avons ensuite ôtée de dessus le feu pour laisser précipiter le plus gros avant que de décanter la liqueur, & après avoir jetté le marc, nous avons remis dans la bassine un autre paquet de craye que nous avons couvert de l'eau que nous avions retirée de dessus le premier, & après y avoir ajouté assés de nouvelle eau pour qu'il y en eût encore quatre pintes, nous avons réitéré cette même opération six fois, ou autant qu'il y avoit de paquets de craye. Certainement par ces cohobations on pourroit espérer d'avoir une lessive extrêmement chargée du sel de la craye ; cependant après l'avoir filtrée encore chaude, elle n'a donné aucune marque d'alkalicité ni avec la teinture de violettes, ni avec la solution du sublimé corrosif ; elle n'a point non plus fermenté ni avec

les acides, ni avec les alkalis, & quoiqu'elle eût une couleur jaune, elle n'a presque point agi sur la crème de tartre, ce qui s'en est fondu par l'ébullition a conservé son acidité, & s'est précipité à mesure que la liqueur s'est refroidie. D'un autre côté la craye qui avoit été lavée, & qui étoit restée sur le filtre, a dissout la crème de tartre; donc la craye agit ici comme terre, & non pas par une substance saline qu'elle contienne.

Mais, nous dira-t-on, d'où vient cette différence entre la craye & la chaux? pourquoi ces deux lessives ne produisent-elles pas les mêmes effets? ne seroit-ce pas parce que l'altération que ces deux matières causent au tartre, quoique pareilles dans ces effets, seroit cependant produite par des causes différentes, & que la craye agiroit par sa terre pendant que la chaux agiroit par son sel alkali, ce qui doit produire à peu-près les mêmes effets, puisqu'ils sont à peu-près semblables à ceux que produisent le sel de tartre & d'autres sels alkalis? A cela je répons, que si la chaux agissoit si différemment de la craye, il est probable que le tartre soluble par la chaux & celui qui l'est par la craye ne seroient pas si semblables que nous les avons reconnus par les expériences que nous venons de rapporter; on est, à la vérité, tenté d'avoir recours à un sel alkali dans la chaux, mais pourquoi admettre un sel qu'on ne connoît point, pendant qu'on peut expliquer ce fait par un raisonnement bien simple & bien naturel? La chaux étant une pierre calcinée par un feu des plus violents & continu, on conçoit déjà que l'air & l'eau qui sont dans ces pierres, venant à se rarefier, doivent faire un effort considérable, qui tend à diviser les parties des pierres qu'on employe pour faire la chaux; de plus, les torrents des parties de feu qui traversent ces pierres pendant long-temps, tendent à séparer les parties de ces pierres les unes des autres; de-là cette légèreté & cette augmentation de volume qu'on remarque dans ces pierres après leur calcination. N'est-ce pas cette grande desunion des parties qui fait que la chaux se résout en une poussière très-subtile, quand on la laisse exposée

à l'air, & qu'elle forme une pâte très-fine, quand on l'éteint dans l'eau ? or c'est cette même division qui fait qu'une partie de la terre de la chaux passe à travers le filtre, pendant que celle de la craye reste dessus. Nous entrevoyons bien encore une cause qui peut contribuer à faire passer les parties terreuses de la chaux par le filtre, & à les soutenir dans l'eau sans la troubler, mais nous ne pouvons l'expliquer sans rapporter des expériences que nous réservons pour une autre occasion. Ainsi pour nous renfermer étroitement dans notre objet, nous nous contenterons de démontrer (ce qui suffit pour le présent) que cette terre existe même en bonne quantité dans l'eau de chaux la plus claire. Pour s'assurer de la présence de cette terre, il n'y a qu'à conserver quelque temps de l'eau de chaux dans une bouteille ; car quelque bien bouchée qu'elle soit, elle se troublera, & déposera une terre blanche qui s'attachera aux parois & au fond de la bouteille ; mais pour s'en convaincre plus promptement, il ne faut que verser sur cette eau de chaux une forte dissolution de borax ou d'huile de tartre par défaillance, & quelque claires que soient toutes ces liqueurs, on verra précipiter une bonne quantité de terre d'une blancheur & d'une finesse merveilleuse. Nous croyons donc pouvoir conclure que l'eau de chaux n'agit dans l'occasion présente que par sa partie terreuse, de même que la craye ; ce qui sera encore confirmé par les expériences que nous rapporterons dans la suite sur la décomposition, tant de notre tartre soluble par la chaux, que de celui qui l'est par la craye. Et après tout si l'on veut prendre la chose du côté de la physique, pourquoi une simple terre alcaline ne pourroit-elle pas produire sur le tartre les mêmes effets que les sels lixiviels ? puisque nous savons par l'opération de la terre foliée comparée à celle du sel de perle, de corail, &c. ou simplement par ce qui se passe dans la distillation du sel ammoniac qui réussit également, soit qu'on emploie les sels fixes ou les crayes ; puis donc que nous savons par toutes ces expériences que les terres alcalines se chargent des acides presque avec autant d'avidité que les sels

fixes, nous concevrons aisément comment elles peuvent produire sur le cristal de tartre les mêmes effets que les sels fixes : car si c'est la graisse du tartre qui empêche le cristal de tartre de se dissoudre dans l'eau, ces terres absorbantes peuvent bien se saisir de cette graisse, & former une espece de savon ; & si d'un autre côté l'on veut que ce soit l'union trop intime des parties de la crème de tartre qui empêche l'eau de les dissoudre, les acides du tartre s'appropriant ces terres absorbantes, les parties du tartre ne pourront se réunir aussi intimement qu'elles l'étoient auparavant, ce qui donnera ingrès aux parties de l'eau, & produira par conséquent la solubilité du tartre ; ces acides chargés de cette terre alkaline ne pourront plus se joindre & s'unir de la même manière, ce qui changera le mode de leur cristallisation.

Enfin ces acides ainsi empâtés ne pourront plus agir si immédiatement sur la langue, mais seront plus en état de se développer dans l'estomac, ce qui produira le changement de saveur & d'effet par rapport à la médecine, s'il est vrai qu'ils soient très-différents, car la crème de tartre toute seule est purgative à la dose de deux à trois gros, & dans une once de sel de la Rochelle il y a plus de cinq gros de crème de tartre, ainsi l'on conçoit comment le mélange d'une terre simplement alkaline nous donne tout ce que nous pourrions espérer des sels fixes. Il convient à présent d'examiner si toutes les terres peuvent indifféremment produire ces effets sur le tartre, c'est ce qui nous a engagé à étendre notre travail sur plusieurs autres terres argileuses, bolaires, sablonneuses & autres.

Mais il est bon de remarquer auparavant que la stalactite non calcinée, & quantité d'autres matières comme les yeux d'écrevisse & les écailles d'huître non-calcinées, produisent le même effet, & rendent pareillement le tartre soluble, & donnent des cristaux assés semblables à ceux que nous avons décrits en parlant de la chaux.

ARTICLE III.

Ce que produit la Crème de Tartre traitée avec différentes Terres argilleuses, bolaires, sablonneuses, & autres.

Nous avons commencé ces expériences par cette terre de Rouen, qu'on employe avec tant de succès pour tanner le Sucre, non-seulement dans toutes les Rafineries du Royaume, mais encore dans beaucoup de Rafineries des Isles de l'Amérique; mais le cristal de tartre n'a point agi sur elle, non plus que sur cette terre qu'on employe à Montpellier, pour raffiner le cristal de tartre, ni sur le tripoli.

Le cristal de tartre qui s'étoit dissout pendant l'ébullition; donnoit un goût acide à la liqueur, & il s'en est séparé presque entièrement, à mesure qu'elle s'est refroidie; je dis, presque entièrement, parce que ces terres n'étant pas simples ou homogènes, mais plus ou moins alliées de craye, il y en a une partie qui se dissout, & qui peut donner quelques cristaux, pendant que la plus grande partie étant inaltérable par l'acide du tartre, se joint à son huile grossière, ce qui fait qu'on employe si utilement ces terres à Montpellier, pour raffiner le tartre, & le réduire en beaux cristaux.

Aussi dans les essais que nous avons faits de ces terres avec le tartre crud, la lessive étoit-elle fort peu salée, mais très-noire par la quantité d'huile dont elle s'étoit chargée. Nous avons évaporé jusqu'en consistance de sirop, un peu de la lessive faite avec le tripoli, que nous avons ensuite essayé avec l'huile de tartre, qui n'a rien produit, mais avec l'huile de vitriol, il s'est précipité pas mal de vraie crème de tartre, qui étoit apparemment restée engagée avec la graisse du tartre, & faiblement unie à un peu de la terre du tripoli.

Voilà donc des terres qui ne forment aucune union intime avec le tartre, pendant qu'il s'incorpore, pour ainsi dire; avec d'autres, au point que la terre & le tartre paroissent anéantis, pour former, en quelque manière, un être nouveau; j'insiste sur cette union intime, parce qu'il est incontestable

qu'une portion de la terre de Montpellier se trouve dans les cristaux qu'on nous envoie de cette Province ; mais cette union n'est que superficielle , ou plutôt , ce n'est pas une vraie union , ou une association , ce n'est qu'un engagement d'une portion de cette terre entre les cristaux du tartre , ce qui fait que l'un & l'autre ne changent point de nature , la terre reste terre , & le tartre vrai tartre aussi indissoluble qu'il avoit jamais été. Nous avons réfléchi sur ces bizarreries , & il nous a paru que pour qu'une terre pût contracter cette union intime avec le tartre , il falloit qu'elle pût être très-divisée , & réduite en parties extrêmement tennues. La grande finesse de ces terres , quand on les précipite par un alkali plus puissant , en est bien une preuve , & d'ailleurs comment une terre pourroit-elle faire une partie considérable d'un sel très-diaphane & limpide , si elle n'étoit pas infiniment divisée ? or qu'y a-t-il de plus propre à faire cette extrême division , que la dissolution par les acides. M. de Reaumur , dans la première partie de son Mémoire sur les terres , remarque qu'il y a des terres indissolubles par les acides , pendant qu'il y en a d'autres qui sont très-aisées à dissoudre. Or le tartre contient des acides en abondance ; & de plus , voici des expériences qui prouvent que l'acide du tartre est assez puissant , pour dissoudre ces sortes de terres.

L'acide du tartre est celui du vin , & par conséquent le même que celui du vinaigre , donc l'acide du tartre dissoudra ce que le vinaigre dissout : or il est certain que le vinaigre dissout la chaux & les crayes , & par les épreuves que nous en avons faites , nous nous sommes persuadés qu'on pouvoit employer le vinaigre , comme une pierre de touche , pour distinguer les terres qui peuvent rendre le tartre soluble d'avec les autres , puisque cet acide n'agit point sur la terre de raffinerie , celle de Montpellier , le tripoli , le gyp crud , le crayon rouge , le bole , la craye de Briançon , la terre grasse ordinaire , la terre sigillée , & les autres terres qui n'ont rien produit avec le tartre ; au lieu que le vinaigre dissout la chaux , les crayes , les écailles d'huîtres calcinées , & non-calcinées ,

avec cette différence cependant, qu'il agit bien plus vivement sur elles, lorsqu'elles ont été calcinées, qu'auparavant, & qu'il y a dans l'écaille d'huître, un diploë qui se dissout beaucoup plus aisément que les deux tables cartilagineuses qui le recouvrent. Le vinaigre dissout aussi en partie les cendres lessivées, les yeux d'écrevisses, & toutes les autres matières qui ont rendu le tartre soluble, & après les avoir dissouts, au lieu de former des cristaux, ces dissolutions s'élevent en végétations fort jolies, principalement la stalactite, l'écaille d'huître, & la crème de chaux qui ont un œil soyeux comme le talc de Venise.

Ainsi cette pierre de touche peut être utilement employée par ceux qui voudront purifier le tartre, ou d'autres sels essentiels-acides, pour ne point employer les chaux, les crayes, & les autres terres qui pourroient décomposer leurs sels, ce qui est un inconvénient dans lequel ont donné plusieurs auteurs.

Nous venons de prouver dans cet article, que le tartre dissolvoit la chaux, la craye, &c. Mais nous avons avancé, outre cela, qu'il s'approprioit ces terres, après les avoir dissoutes, & que c'étoit cette association qui métamorphosoit ce sel, tant dans sa cristallisation, que dans sa saveur, & ses autres qualités; cela a besoin d'être prouvé, & pour cela il n'y a qu'à décomposer notre sel, & nous verrons que par un acide plus puissant, on peut ravir à notre sel, la terre alkaline, & ainsi régénérer la crème de tartre dans son entier; pendant que d'un autre côté, avec un alkali plus puissant, on peut précipiter cette terre, & la retirer à peu-près telle qu'elle étoit avant que d'avoir été employée; & comme les expériences que nous avons faites sur cela, sont assez singulières, il est bon de les rapporter.

Lorsqu'on verse sur la dissolution du tartre soluble par la chaux, un peu d'esprit de nitre, il se fait sur le champ, un coagulum blanc très-considérable.

Si l'on édulcore ce coagulum avec de l'eau froide, il paroîtra presque insipide, mais si on le met dans un matras,

qu'on verse de l'eau dessus, & qu'on la fasse bouillir quelque temps, ce coagulum se dissoudra entièrement, & cependant l'eau deviendra d'une transparence merveilleuse. Alors en la versant dans une capsule de verre, le cristal de tartre se précipitera, à mesure que l'eau se refroidira.

Or qu'est-il arrivé dans cette opération? l'acide du nitre est plus puissant que celui du tartre, il doit donc se substituer à cet acide, & s'unir à sa base.

Mais il prendra par préférence, celle qui n'est pas si intimement unie à cet acide, c'est-à-dire, la terre que le tartre a empruntée de la chaux, & le cristal de tartre étant dépouillé de sa nouvelle terre, tombera au fond du vaisseau pêle-mêle avec un sel imparfait, ou un esprit de nitre incorporé dans un alkali terreux, voilà le coagulum.

Quand on verse de l'eau dessus pour l'édulcorer, on emporte les acides nitreux qui ne sont pas bien unis à la craye, ce qui fait paroître le précipité presque insipide; mais si on le fait bouillir avec de l'eau, la crème de tartre se fondra dans l'eau bouillante, & les acides nitreux agissant avec plus d'activité sur la craye, ils la dissoudront, & cette terre se soutiendra dans l'eau, à l'aide de cet acide, comme cela arrive, quand on fait dissoudre de la craye ou de la chaux par l'esprit de nitre, ou quelques autres acides; ainsi le coagulum se fondra entièrement, sans troubler la limpidité de l'eau, & cela tant qu'elle sera chaude, car le cristal de tartre étant dépouillé de sa terre, se trouvera dans son état naturel indissoluble dans l'eau froide, & ainsi il se précipitera à mesure que l'eau se refroidira; la terre de la chaux, au contraire, se soutiendra, & pour l'appercevoir, il faudra donner à l'esprit de nitre, un alkali plus puissant, tel que l'huile de tartre, & ces terres alkalines se précipiteront.

Mais pour prendre notre expérience d'un autre côté, si au lieu d'édulcorer le précipité, on jette dessus plus d'esprit de nitre, & qu'on tienne le tout quelque temps en digestion sur un bain de sable, l'acide nitreux, après s'être emparé de la craye, agira ensuite sur le tartre même, & s'étant uni à

sa base, formera un vrai nitre régénéré, comme quand on verse l'acide du nitre sur le sel de tartre; on obtiendra aussi ces cristaux de nitre, si on traite la crème de tartre, comme nous avons traité notre tartre soluble. Si au lieu de l'esprit de nitre, on employe l'esprit de sel, on précipite pareillement la crème de tartre, mais elle est un peu rousse, au lieu qu'avec l'esprit de nitre, elle est d'une beauté charmante.

L'huile de vitriol produit encore le même effet, mais on a bien de la peine à séparer le cristal de tartre, & le tout fait une espece de gomme, comme quand on dissout la crème de tartre dans l'huile de vitriol.

Mais ce qu'il y a de surprenant, c'est de voir le vinaigre concentré par la gelée, faire la même précipitation, car enfin c'est le même acide que celui du tartre; ainsi il ne doit point avoir de pouvoir sur lui: cela est vrai, c'est pourquoi le vinaigre concentré ne touchera point à la terre propre du tartre, mais cet acide étant, pour ainsi dire, à nud, pourra dérober au tartre, une terre qui lui est étrangère, & dont il est surchargé.

Maintenant, on peut conclure de ce que nous venons de dire, qu'il y a des terres que l'acide du tartre dissout, & qui contractent avec le cristal de tartre une telle union, qu'elles changent non-seulement le caractère extérieur de ce sel, c'est-à-dire, sa cristallisation, & le rendent accessible à l'eau froide, mais elles lui changent encore entièrement son goût, sa saveur, & ses autres qualités: en un mot, ces terres produisent sur ce sel, tous les effets des sels alkalis; donc on peut employer ces sortes de terres pour rendre le tartre soluble; donc la dissolubilité par les acides est une condition essentielle aux terres, pour entrer dans la composition des sels; donc (ne pourroit-on pas aussi le dire) les sels fixes n'agissent ici que par leur terre, c'est ce qui est démontré par les expériences du premier & du second article.

Il y a d'autres terres, au contraire, qui sont, pour ainsi dire, inaccessibles à l'acide de ce sel, qui se chargent bien, à la vérité, d'une huile très-groffière & surabondante du tartre, mais sans altérer en aucune manière, la partie saline,

& si l'on remarque que ces terres forment quelque union avec les cristaux du tartre, comme cela n'arrive que trop à celui qu'on prépare auprès de Montpellier, cette union n'est pas intime, elle n'est que superficielle, ce qui fait qu'elle ne change aucun des caractères de ce sel; ces terres sont donc celles qu'il faut employer pour purifier & blanchir le tartre, c'est un fait démontré par les expériences du troisième article. Mais sur quelles règles pourrons-nous compter pour établir des différences entre des terres qui produisent des effets si différents, afin de ne point employer, pour purifier la crème de tartre, celles qui peuvent la rendre soluble? Nous avons proposé pour cela d'en faire l'essai avec du vinaigre, afin de ne choisir que celles qui ne sont point dissoutes par cet acide. On juge bien que nous comptons que les expériences que nous avons rapportées dans ce Mémoire nous fourniront quelques lumières pour mieux connoître les sels fixes, & nous sentons bien qu'il conviendrait de rapporter, avant que de le finir, les différences essentielles que nous avons remarquées entre la chaux éteinte & la craie, mais ces détails seroient trop longs, & exigent que nous suivions encore des expériences que nous avons commencées, ainsi nous en ferons un Mémoire particulier, que nous espérons qui jettera un jour sur cette question.



SUR LES LOIX DE L'ATTRACTION.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I. **L**E Mémoire suivant contient une explication ou un commentaire des Sections XII & XIII du 1^{er} Livre de la Philosophie Naturelle. Je me suis d'autant plus volontiers déterminé à éclaircir ces Sections qui contiennent la Théorie de M. Newton sur l'Attraction, qu'outre qu'elles sont très-belles & très-singulières, elles sont presque les seules auxquelles ni M. Varignon, ni M. Herman, qui nous ont commenté différents endroits du Livre de M. Newton, n'ont point touché; & que les commentateurs qui en ont parlé, n'en ont pris que quelques Propositions particulières, & celles-là seulement qui étoient nécessaires pour l'exposition du système de M. Newton.

Je n'examine point si l'Attraction répugne ou s'accorde avec la saine Philosophie. Je ne la traite ici qu'en Géometre; c'est-à-dire, comme une qualité, quelle qu'elle soit, dont les phénomènes sont calculables, puisqu'on la considère comme répandue uniformément dans toutes les parties de la matière, & agissant à proportion de sa quantité.

II. Quelle que soit la loi en général suivant laquelle les parties de la matière s'attirent, tout amas de matière homogène & fluide, ou dont les parties pourront s'arranger suivant les forces qui les tirent, si l'on ne suppose d'ailleurs dans toute la masse aucun mouvement de révolution, prendra nécessairement la figure sphérique; car il est facile de voir qu'il n'y a que cette figure dans laquelle toutes les parties puissent demeurer en équilibre.

Tous les corps célestes que nous connoissons ont cette figure sphérique, ou à peu-près sphérique. Ce sont ces considérations sans doute qui ont porté M. Newton à entrer dans un plus grand détail des loix de l'Attraction dans cette figure

que dans les autres. A son exemple (s'il m'est permis de parler ainsi) je suis entré dans un examen particulier des phénomènes de l'Attraction des corps ou des surfaces sphériques.

L'Attraction qu'on suppose ici répandue dans la matière; ne dépend point de la figure des corps. Chaque partie ayant cette force attractive, la somme de toutes ces forces demeure toujours la même dans la même masse, quelque changement qui arrive dans sa figure. Cependant comme dans l'exercice de ces forces sur quelque corps extérieur, leur énergie pour le tirer, résulte de la composition de toutes ces forces dont les lieux, les quantités & les directions varient dans différentes figures du corps attirant, les différentes figures varient les effets de l'Attraction d'une même quantité de matière.

Ce principe donc, que l'expérience paroît si bien confirmer, que les mêmes quantités de matière pèsent également à la même distance de la Terre, indépendamment de leurs figures; ce principe, dis-je, n'est pas vrai à la rigueur; car la pesanteur des corps vers la Terre dépendant non-seulement de l'Attraction que la Terre exerce sur eux, mais aussi de celle qu'ils exercent sur la Terre, ces attractions dépendent de la figure particulière des corps; quoique dans les figures les plus variées des corps sur lesquels nous pouvons faire l'expérience; la différence qui résulte dans ces forces, de ce que quelques parties sont plus reculées ou plus avancées, plus d'un côté ou plus de l'autre, ne soit pas sensible.

Si l'on conçoit un Atome ou un très-petit corps placé sur l'axe prolongé d'une masse sphérique, & qu'on conçoive ensuite cette masse, sans que sa quantité de matière change, s'applatisse jusqu'à devenir un plan circulaire (dont le centre demeure le même que celui de la sphere), & qui se présente perpendiculairement à l'axe sur lequel est placé le corpuscule; le corpuscule dans ces deux cas éprouvera de la même quantité de matière, deux attractions qui peuvent infiniment différer.

On verra par la seule inspection de nos expressions générales de l'Attraction de la sphere & de la superficie sphérique, que si la distance du corpuscule est infiniment grande par rapport

rapport au diamètre de la sphere, les Attractions que les spheres exercent sur un corpuscule, suivent les mêmes proportions que l'attraction générale des parties de la matière. Ce que l'on verroit d'ailleurs, en considérant que par rapport à des distances infinies, toutes les parties d'une sphere finie sont comme réunies dans un point. Mais lorsque les distances du corpuscule ne sont pas infiniment plus grandes que le diamètre des spheres, il n'est plus vrai en général que l'attraction que les spheres ou les superficies sphériques exercent, suive la même proportion que l'attraction de la matière dont elles sont formées.

Il y a cependant quelques loix d'Attraction qui sont, pour ainsi dire, privilégiées à cet égard ; c'est-à-dire que ces loix posées, les spheres & les superficies sphériques exercent une attraction qui suit la même proportion que celle de la matière qui les compose.

C'est une chose remarquable, que suivant la loi d'attraction en raison inverse du quarré de la distance établie dans la matière, les spheres solides & les superficies sphériques exercent sur les corps placés au dehors, une attraction qui suit encore la même proportion. Mais si cette loi s'observe à l'égard des corps placés au dehors, elle n'a plus lieu pour ceux qui sont placés au dedans. Une sphere solide exerce sur un corpuscule placé au dedans une attraction qui est en raison directe de la simple distance du corpuscule au centre, & dans une surface sphérique, l'attraction pour un corpuscule placé au dedans est nulle.

Cependant cette loi ne donne point des phénomènes si singuliers qu'une autre que la Géométrie peut considérer, & dans laquelle l'attraction des spheres tant solides que creuses suit bien plus constamment la loi de l'attraction générale de la matière. La loi dont je parle est celle d'une attraction en raison directe de la simple distance des parties de la matière. Cette loi posée, un corpuscule non-seulement placé au dehors, mais encore au dedans d'une sphere creuse ou solide, y éprouvera toujours une attraction vers le centre, proportionnelle à sa distance au centre.

Ainsi une sphere formée d'une telle matière, soit qu'elle fût creuse, soit qu'elle fût solide, feroit mouvoir autour d'elle les corps placés au dehors dans des ellipses dont le centre seroit au centre de la sphere ; & les temps périodiques des révolutions de tous ces corps, à quelque distance qu'ils fussent placés, seroient égaux. Mais cette sphere auroit encore la même propriété pour les corps placés au dedans. Quand il n'y auroit aucun corps qui fût le centre de la force dans le système solaire, si tout le système étoit renfermé sous une superficie sphérique formée d'une matière dont les parties attirassent en raison de leur distance, toutes les planetes se mouvroient dans des ellipses, & leurs temps périodiques seroient égaux. Ce seroit précisément les mêmes phénomènes au dehors & au dedans d'une pareille sphere. Enfin quand la sphere même seroit pleine, pourvu que ce fût d'une matière qui n'apportât au mouvement aucune résistance sensible, tout se passeroit encore de la même manière.

Je ferai encore remarquer une propriété de la force centrale en raison directe de la distance ; c'est qu'une matière homogène & fluide, dont les parties pesent vers un centre suivant cette proportion, forme en tournant autour d'un axe, un sphéroïde dont les méridiens sont des ellipses. Et si elle circule autour d'un axe pris au dehors d'elle, elle forme un anneau dont les sections sont encore des ellipses.

III. Si l'Attraction dépend de quelque émanation du corps attirant qui se fasse de tous côtés par des lignes droites, on peut voir qu'elle doit suivre la proportion inverse du carré de la distance ; si elle est l'effet de quelque matière étrangère qui pousse les corps les uns vers les autres, on pourroit peut-être encore trouver pourquoi elle suit cette proportion. Mais si l'on abandonne les causes physiques ; si Dieu avoit voulu établir une loi d'Attraction dans la Nature, pourquoi cette loi suivroit-elle la proportion qu'elle semble suivre ? pourquoi l'Attraction seroit-elle en raison inverse du carré de la distance ? Dans cette infinité de proportions différentes qui paroissent avoir un droit égal à être employées

dans la nature, y avoit-il quelque raison de préférence pour l'une sur l'autre?

Est-il permis de donner ici quelques idées, pour la nouveauté desquelles je demande grace?

Je dis que, *Supposé que Dieu eût voulu établir dans la matière quelque loi d'Attraction, toutes ces loix ne devoient pas lui paroître égales.*

Les seuls corps autour desquels l'Attraction, quelle qu'elle fût, pouvoit se faire également de tous côtés, étoient les corps sphériques; & le seul point de ces corps auquel on doit rapporter les distances, est le centre. Si donc on suppose que Dieu ait voulu que quelque corps conservât la même propriété qui devoit être répandue dans la matière, d'attirer de tous côtés également les corps, suivant la même proportion; il falloit que l'Attraction des parties de la matière suivît une loi, telle que les corps sphériques qui en seroient formés la suivissent encore. Cette uniformité pouvoit être une raison de préférence pour la loi où elle se trouvoit, & alors tous les systemes possibles d'Attraction n'étoient plus égaux. La raison métaphysique de préférence une fois posée, la nécessité mathématique excluait d'abord une infinité de systemes dans lesquels l'accord de la même loi dans les parties, & dans le tout, ne pouvoit avoir lieu.

Selon la loi d'une Attraction en raison inverse du carré de la distance dans les parties de la matière, les spheres exercent de tous côtés sur les corps placés au dehors une attraction qui suit la même proportion de la distance à leur centre.

Il est vrai que lorsqu'un corps est placé au dedans d'une sphere solide, l'attraction ne suit plus la même loi, elle se fait alors en raison directe de la distance au centre; mais ce qui arrive par rapport à l'attraction des spheres sur des corps placés au dedans, ne doit point avoir d'analogie avec l'attraction des dernières parties de la matière, dont l'attraction ne peut jamais avoir lieu que sur les corps placés hors d'elles, puisqu'elles sont les dernières parties de la matière.

Ainsi l'avantage d'uniformité que sembleroient avoir sur cette loi d'attraction, d'autres loix, comme celle qui suivroit

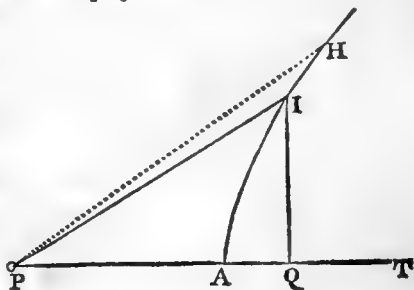
la proportion simple directe de la distance, loi qui se conserve dans les spheres tant par rapport aux corps placés au dehors qu'aux corps placés au dedans ; cet avantage, dis-je, n'est point un avantage réel par rapport à l'analogie ou à l'accord de la même loi dans les parties & dans le tout. Outre qu'une loi d'attraction qui diminuë lorsque les distances augmentent, paroît plus conforme à l'ordre des choses où il semble que les effets doivent diminuer avec l'éloignement des causes.

Si donc le Créateur & l'Ordonnateur des choses avoit voulu établir quelque loi d'attraction dans la matière, on voit & l'on va voir encore mieux par la théorie suivante, que toutes les loix n'auroient pas dû lui paroître égales. En effet, s'il avoit fait un choix, il y auroit eu sans doute des raisons pour ce choix. Je sens la témérité qu'il y auroit à croire pouvoir pénétrer de tels mysteres ; mais tout peut être proposé, pourvû qu'on ne lui donne pas plus de poids qu'il n'en a.

P R O B L E M E I.

IV. *Trouver l'Attraction de la surface formée par la révolution de la courbe AI, autour de l'axe PT, sur un corpuscule placé en P, selon quelque puissance de la distance que se fasse l'Attraction des parties de la surface !*

Solut. Concevant la surface sphéroïdique composée d'une infinité de petites zones HI, l'attraction de chacune de ces zones est comme sa quantité de matière multipliée par une puissance n de sa distance ; & la partie de cette attraction qui tire suivant PT, est comme $\frac{PQ}{PI}$. L'on a donc l'attraction de chaque zone suivant PT, comme $HI \times IQ \times PI^n \times \frac{PQ}{PI}$ ou $HI \times IQ \times PI^{n-1} \times PQ$.



Soit $PA=a$, $AQ=x$, $IQ=y$; & l'on aura pour la différentielle de l'attraction, $(a+x) [(a+x)^2+y^2]^{\frac{n-1}{2}}$
 $y \sqrt{dx^2+dy^2}$.

V. *Scholie*. C'est-là la formule générale pour trouver l'attraction des surfaces sphéroïdiques. Cependant comme elle est fort composée, l'on peut quelquefois, par les propriétés particulières des courbes, trouver des solutions plus abrégées & plus faciles. Si, par exemple, on cherche l'attraction d'une surface sphérique, par la formule générale, on tombe dans des calculs embarrassants, & dans des intégrations pénibles.

On trouve pour l'attraction de la superficie sphérique (le rayon étant r) $(a+x) \times (aa+2ax+xx+2rx-xx)^{\frac{n-1}{2}}$
 $\times \sqrt{2rx-xx} \times r dx : \sqrt{2rx-xx}$; ou $(a+x)$
 $\times (aa+2ax+2rx)^{\frac{n-1}{2}} \times r dx$; dont l'intégration n'est pas simple.

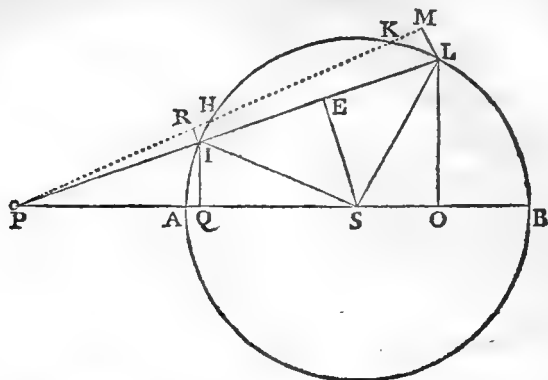
Mais si l'on se sert de la propriété du cercle; que si d'un point donné, on tire des lignes quelconques, terminées à la circonférence, les rectangles des parties de ces lignes, prises depuis le point donné, & terminées à la circonférence, sont tous égaux; on trouve pour l'attraction de la superficie sphérique, une expression plus simple & plus commode, qui n'a point d'involution de termes.

Voici cette manière de trouver l'attraction d'une surface sphérique.

PROBLEME II.

VI. *Trouver l'Attraction d'une surface sphérique sur un corpuscule placé en P, selon quelque puissance de la distance que se fasse l'Attraction.* Voyés la Figure suivante.

Solut. Soit $PA=a$, $PB=b$, $PI=z$, $PL=x$; &
 X x iij



l'équation du cercle $zx = ab$. L'on aura $AS = \frac{b-a}{2}$,
 $PS = \frac{a+b}{2}$, $PE = \frac{z+x}{2} = \frac{2z+ab}{2z}$.

A cause des $\Delta ESI, RHI$, l'on a $SE \cdot SI :: d\zeta$
 $\cdot \frac{(b-a)d\zeta}{2SE} = HI$.

A cause des $\Delta PSE, PIQ$, l'on a $PS \cdot SE :: z$
 $\cdot \frac{z \cdot SE}{a+b} = IQ$.

La petite zone HI est proportionnelle à $HI \times IQ$, c'est-à-dire, $\frac{(b-a)zdz}{a+b}$. Et l'attraction se faisant comme PI^n , l'on a pour l'attraction de la petite zone, $HI \times IQ \times PI^n = \frac{(b-a)z^{n+1}dz}{a+b}$. Et pour la partie de cette attraction qui s'exerce suivant PS ; $HI \times IQ \times PI^n \times \frac{PE}{PS} = \frac{(b-a)z^{n+1}dz}{(a+b)} \times \frac{z(a+b)}{z(a+b)} = \frac{b-a}{(a+b)^2} \times (z^{n+2}dz + abz^n dz)$.

L'on trouve de la même manière pour l'attraction de la zone KL , qui accompagne toujours la zone HI ; $KL \times LO \times PL^n \times \frac{PE}{PS} = \frac{b-a}{(a+b)^2} \times (x^{n+2} dx + abx^n dx)$.

On a donc pour l'attraction des deux zones HI, KL ,

$$\frac{b-a}{(a+b)^3} \times (z^{n+2} dz + ab z^n dz + x^{n+2} dx + ab x^n dx).$$

Et pour l'attraction de la surface formée par la révolution de l'arc IL , l'intégrale de cette quantité.

Mais il faut observer que z diminuant lorsque x croît, il faut faire, en intégrant, les termes où est z négatifs; & l'on a pour l'intégrale $\frac{b-a}{(a+b)^2} \times \left(-\frac{1}{n+3} z^{n+3} - \frac{ab}{n+1} z^{n+1} + \frac{1}{n+3} x^{n+3} + \frac{ab}{n+1} x^{n+1} \right)$.

Lorsque $z = x = \sqrt{ab}$, tout s'évanouit. D'où l'on voit qu'il n'y a point de correction à faire.

Lorsque $z = a$, $x = b$, l'on a pour l'attraction de la surface sphérique entière $\frac{b-a}{(n+3)(n+1)(a+b)^2} \times \left[\frac{1}{n+1} (b^{n+3} - a^{n+3}) + \frac{1}{n+3} (ab^{n+2} - a^{n+2}b) \right]$.

On peut toujours avoir l'attraction algébriquement, excepté les deux cas d'une attraction en raison renversée, simple, ou triplée de la distance; on n'a alors l'attraction que par logarithmes.

Coroll. 1. L'Attraction se faisant dans la matière en raison inverse du carré de la distance; l'on a $n = -2$, & pour l'Attraction de la surface sphérique entière $\frac{2(b-a)^2}{(a+b)^2}$. C'est-à-dire, l'attraction en raison directe du carré du diamètre, & en raison renversée du carré de la distance au centre, conformément à la proposition 71 de M. Newton.

Coroll. 2. Concevant la sphere composée d'une infinité de surfaces sphériques, d'une épaisseur physique, dont les rayons diminuent depuis $\frac{b-a}{2}$ jusqu'à 0, l'on aura pour l'attraction de chacune, sur le corps placé en P , $\frac{2(b-a)^2}{(a+b)^2} \times d(b-a)$; & $a+b$ demeurant constant, l'on aura pour l'attraction de la sphere solide $\frac{2(b-a)^3}{(a+b)^2}$, c'est-à-dire, l'attraction de la sphere sur le corpuscule placé au dehors, en raison directe triplée du diamètre, & en raison inverse double de la distance au centre, conformément à la prop. 74.

Coroll. 3. Dans l'hypothèse d'une attraction uniforme,

$$\times \frac{ab - z^2}{z(b-a)}; \text{ \& l'attraction de la zone } KL = \left(\frac{a+b}{b-a} \right) x^{n+1} dx \\ \times \frac{x^2 - ab}{2x}.$$

Mais ici ces deux forces s'opposent l'une à l'autre; retranchant donc la première de la seconde, l'on a pour la différence de l'attraction de la surface sphérique vers S ; $\left(\frac{a+b}{b-a} \right) (x^{n+2} dx - abx^n dx - abz^n dz + z^{n+2} dz)$; dont l'intégrale (observant que x croissant, z diminué) est $\frac{a+b}{(b-a)^2} \left(\frac{x^{n+3}}{n+3} - \frac{ab}{n+1} x^{n+1} + \frac{ab}{n+1} z^{n+1} - \frac{z^{n+3}}{n+3} \right)$, qui n'a point besoin de correction. Et pour l'attraction de la surface sphérique entière, l'on a $\frac{(a+b)}{(n+3)(n+1)(b-a)^2} [(n+1)b^{n+3} - a^{n+3}] + (n+3)a^{n+2}b - ab^{n+2}]$.

Coroll. 1. L'attraction de la matière étant en raison inverse du quarré de la distance; l'on a $\frac{a+b}{(b-a)^2} \times (-b + a + b - a) = 0$. D'où l'on voit que l'attraction d'un corpuscule placé au dedans d'une surface sphérique est nulle. (c'est la proposition 70 de M. Newton.) Dans une Planete creuse; les animaux pourroient aller librement de tous côtés, sans recevoir aucune impression de la pesanteur. Dans toute autre hypothese, le corpuscule placé au dedans de la surface sphérique pesera.

On a toujours la pesanteur algébriquement, excepté les deux hypotheses qui dépendent de la quadrature de l'hyperbole, soit que le corpuscule soit placé au dehors ou au dedans. On peut parcourir les différentes hypotheses, comme on a fait pour le cas du corpuscule extérieur, & en tirer autant de Théoremes.

Coroll. 2. Dans une sphere solide, le corpuscule placé en P , n'éprouvera aucune attraction de la sphere creuse, dont l'épaisseur est AP . Car il n'en éprouve aucune de chaque surface sphérique, dont la multitude compose la sphere creuse. Le corpuscule n'est donc attiré que par la sphere décrite du rayon SP . Or nous avons vû ci-dessus (Problème précéd.)

Coroll. 2.) que l'attraction d'une sphere sur un corpuscule extérieur étoit comme le cube du rayon divisé par le quarré de la distance au centre; & dans le cas où le corpuscule est placé sur la superficie, comme le rayon ou la distance au centre. D'où l'on voit que l'attraction d'une sphere homogene sur un corpuscule placé au dedans, est en raison directe de la distance au centre. C'est la prop. 73 de M. Newton.

Coroll. 3. Si l'attraction de la matière se faisoit en raison directe de la distance; l'on auroit $n = 1$; & pour l'attraction $\frac{(a+b)}{4 \cdot 2(b-a)^2} (2b^4 - 2a^4 + 4a^3b - 4ab^3)$, ou $\frac{(a+b)}{4(b-a)^2}$. $[(b-a)^3 \times (b+a)] = \frac{(b+a)^2 \times b-a}{4}$. D'où l'on voit que dans cette hypothese d'une attraction proportionnelle à la distance, l'attraction d'un corpuscule placé au dedans d'une surface sphérique, est aussi proportionnelle à sa distance au centre de la sphere.

VIII. De ce que, dans l'hypothese d'une attraction dans la matière, proportionnelle à la distance, l'attraction de la superficie sphérique sur un corpuscule, soit qu'il soit placé au dehors, soit au dedans, est (en nommant le rayon R , & la distance D) comme $RR \times D$; on a l'attraction de chaque calotte sphérique, comme $RRdR \cdot D$; & la somme de ces attractions, comme $R^3 \cdot D$. D'où l'on voit que l'attraction qu'une sphere solide exerce sur un corpuscule placé, soit au dedans, soit au dehors, est proportionnelle à la simple distance au centre.

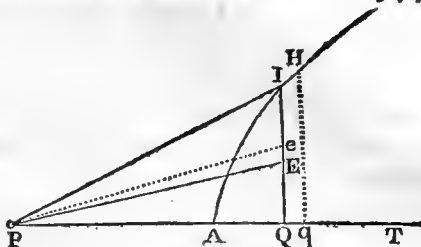
PROBLEME III.

Voy. la Figure
suivante.

IX. Trouver l'Attraction du solide formé par la révolution de la courbe AI , autour de l'axe AT , & terminé par la révolution de l'ordonnée IQ , sur un corpuscule placé en P ; selon quelque puissance de la distance que se fasse l'Attraction?

Solution. Concevant le solide composé d'une infinité de tranches circulaires IQ ; je cherche d'abord l'attraction de

chaque plan IQ , en supposant PQ & IQ constants. Le plan IQ est composé d'une infinité d'anneaux circulaires Ee ; & l'attraction de chacun de ces anneaux est comme


$$Ee \times EQ \times PE^n \times \frac{PQ}{PE} = dQE \times QE \times PE^{n-1} \times PQ.$$

Mais à cause de $PE^2 = PQ^2 + QE^2$, l'on a $dQE \times QE = dPE \times PE$. Et substituant cette valeur dans l'expression précédente, l'on a pour l'attraction du petit anneau Ee , $PQ \times PE^n dPE$. Et pour l'attraction du plan QE , $\frac{PQ}{n+1} \times PE^{n+1} + A$.

Pour corriger cette attraction, il faut que lorsque $PE = PQ$, elle soit zéro. L'on a donc $A = -\frac{PQ^{n+2}}{n+1}$. L'attraction du plan QE est donc $\frac{PQ}{n+1} (PE^{n+1} - PQ^{n+1})$. Et l'attraction du plan entier QI est $\frac{PQ \cdot PI^{n+1}}{n+1} - \frac{PQ^{n+2}}{n+1} =$ (faisant $PA = a, AQ = x, QI = y$) $\frac{1}{n+1} [(a+x)(aa+2ax+xx+yy)^{\frac{n+1}{2}} - (a+x)^{n+2}]$. Et le sphéroïde étant composé de la multitude des tranches $IQqH$, l'on a pour la différentielle de son attraction, $\frac{1}{n+1} [(a+x)(aa+2ax+xx+yy)^{\frac{n+1}{2}} \cdot dx - (a+x)^{n+2} dx]$.

X. Cette Solution n'est que la 90 & 91^{me} proposition de M. Newton.

Exemple 1. Soit le solide un cylindre formé par la révolution du parallélogramme $ABCD$ autour de l'axe PB , *Voyez la Figure suivante.*
 $AB=b$, & $AD=c$; l'on aura pour la différentielle de son

$$\text{attraction, } \frac{1}{n+1} [(adx + xdx) (aa + cc + 2ax + xx) \quad \frac{n+1}{a}$$

Y y ij

$$-(a+x)^{n+2} dx],$$

dont l'intégrale est

$$\frac{1}{n+1. n+3} [(aa+cc$$

$$+2ax+xx)^{\frac{n+3}{2}}$$

$$-(a+x)^{n+3}]$$

+ A. Pour déterminer A, il faut que lorsque $x=0$, l'attraction soit nulle; l'on a donc

$$\frac{-1}{n+1. n+3} (aa+cc)^{\frac{n+3}{2}}$$

$$+ a^{n+3} = A. \text{ Et pour l'attraction corrigée } \frac{1}{n+1. n+3}$$

$$[(aa+cc+2ax+xx)^{\frac{n+3}{2}} - (aa+cc)^{\frac{n+3}{2}}$$

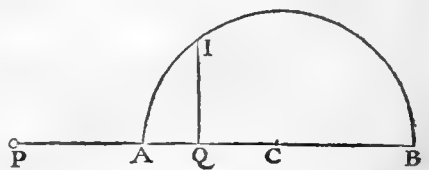
$$-(a+x)^{n+3} + a^{n+3}]. \text{ Et pour l'attraction du solide}$$

$$\text{entier, } \frac{1}{n+1. n+3} [(aa+cc+2ab+bb)^{\frac{n+3}{2}} - (aa+cc)^{\frac{n+3}{2}}$$

$$-(a+b)^{n+3} + a^{n+3}].$$

L'attraction se faisant en raison inverse du quarré de la distance; l'attraction du cylindre sera comme $b - \sqrt{(aa+bb+2ab+cc)} + \sqrt{(aa+cc)}$ c'est-à-dire comme $AB-PC+PD$, conformément à la proposition 91.

Exemple 2. Soit le solide une sphere formée par la révolution du demi-cercle AIB, dont le rayon $=r$; On a pour la différentielle



$$\text{de l'attraction, } \frac{1}{n+1} [(adx+xdx)(aa+2ax+2rx)^{\frac{n+1}{2}}$$

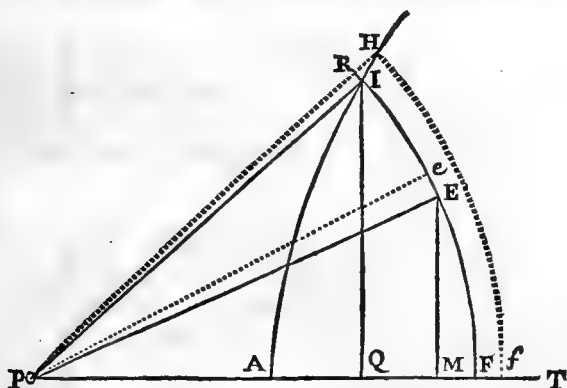
$$-(a+x)^{n+2} dx], \text{ dont l'intégration demanderoit des}$$

transformations que je ne fais point, parce que la solution est plus élégante par une autre méthode. On voit cependant ici facilement que dans l'hypothèse d'une attraction en raison inverse triplée ou quintuplée de la distance, l'attraction de la sphere dépend de la quadrature de l'hyperbole.

Mais dans l'hypothèse d'une attraction en raison simple inverse, elle en dépend encore plus, pour ainsi dire, par cette méthode. Car on ne peut pas parvenir à la différentielle même de l'attraction sans logarithmes, auxquels il faudroit avoir recours, dès en cherchant l'attraction des plans IQ .

PROBLEME IV.

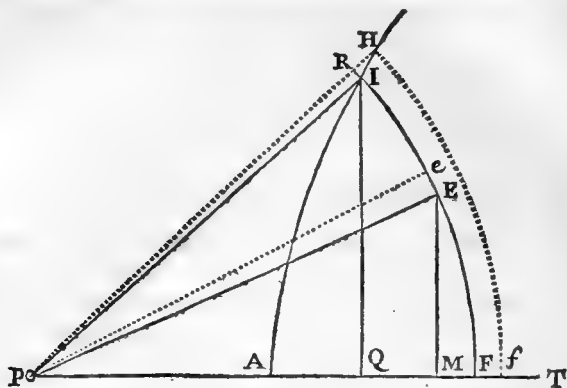
XI. Trouver l'Attraction du solide formé par la révolution de la courbe AI autour de l'axe PT , & terminé par la révolution de l'arc de cercle IF décrit du centre P , sur un corpuscule placé en P , selon quelque puissance de la distance que se fasse l'Attraction!



Solut. Concevant le sphéroïde composé d'une infinité de calottes sphériques $IFfH$, je cherche l'attraction de chacune, en supposant PF & IQ constants.

La calotte IF est composée d'une infinité d'anneaux circulaires Ee ; & l'attraction de chacun de ces anneaux est comme $Ee \times EM \times PE^n \times \frac{PM}{PE} = Ee \times EM \times PE^{n-1} \cdot PM$. Mais par la propriété du cercle $Ee \times EM = PE \times dPM$; & substituant cette valeur dans l'expression précédente, l'on a pour l'attraction de l'anneau Ee , $PE^n \times FM \times dPM$; & pour l'attraction de la calotte FE , $A - \frac{PE^n \times PM^2}{2}$.

Pour corriger cette intégrale, il faut que lorsque IM
Y y iij



$\equiv PE$, elle soit $\equiv 0$, l'on a donc $A \equiv \frac{PE^{n+2}}{2}$; & pour l'attraction de la calotte entière FI , $\frac{1}{2}(PI^{n+2} - PQ^2 \times PI^n) \equiv \frac{1}{2}PI^n \times (PI^2 - PQ^2) \equiv \frac{1}{2}PI^n \times IQ^2 \equiv$ (faisant

$PA=a$, $AQ=x$, $IQ=y$) $\frac{1}{2}[(a+x)^2 + yy]^{\frac{n}{2}} \times yy$.

Et le sphéroïde étant formé par la multitude des calottes $IFfH$, l'on a pour la différentielle de son attraction,

$$\frac{1}{2}[(a+x)^2 + yy]^{\frac{n-1}{2}} yy \times (adx + xdx + ydy).$$

XII. *Schol.* Si le solide est une sphere dont le rayon $\equiv r$,

la différentielle de l'attraction sera $\frac{1}{2}(aa + 2ax + 2rx)^{\frac{n-1}{2}} (2rx - xx)(adx + rdx)$, dont l'intégration seroit embarrassante; mais sans avoir recours à cette intégration ni aux quadratures dont M. Newton se sert, prop. 80 & 81, on peut avoir cette attraction plus élégamment de la manière suivante.

Lorsqu'on est parvenu à la différentielle de l'attraction, $\frac{1}{2}PI^n \times IQ^2 \times dPI$, on cherchera par la propriété du cercle AI la relation entre $PI(z)$ & $IQ(y)$, & l'on a

$$yy = \frac{-z^4 + 4rrzz + 4arzz + 2aarz - 4arr - 4a^3r - a^4}{4(a+r)^2};$$

& substituant cette valeur dans la différentielle de l'attraction, $\frac{1}{2}z^n \times yy dz$, l'on a

$$\frac{1}{2} \left(-\frac{z^{n+4} + 4rrz^{n+2} + 4ar^2z^{n+2} + 2aarz^{n+2} - 4aarz^n - 4a^3rz^n - a^4z^n}{4(a+r)^2} \right) dz;$$

& cette expression est la même lorsque le corpuscule est situé au dedans de la sphere, avec cette seule différence que les termes où se trouvent les puissances impaires de a ont des signes différents.

Cette différentielle n'ayant aucune involution de termes, s'intégrera toujours facilement, excepté non-seulement les deux cas que M. Newton a remarqués de l'attraction en raison inverse simple, ou triplée de la distance, mais le cas aussi de l'attraction en raison inverse de la cinquième puissance. Ces trois cas dépendent de la quadrature de l'hyperbole, & s'intègrent facilement par logarithmes.

XIII. L'attraction de la sphere sera en général

$$\frac{1}{8(r+a)^2} \left(-\frac{z^{n+5}}{n+5} + \frac{4rrz^{n+3}}{n+3} + \frac{4ar^2z^{n+3}}{n+3} + \frac{2aarz^{n+3}}{n+3} - \frac{4aarz^{n+1}}{n+1} - \frac{4a^3rz^{n+1}}{n+1} - \frac{a^4z^{n+1}}{n+1} + A \right).$$

Pour avoir cette intégrale complete, il faut que lorsque $z = a$, elle s'évanouisse. On a donc

$$\frac{1}{8(r+a)^2} \left(-\frac{a^{n+5}}{n+5} + \frac{4rra^{n+3}}{n+3} + \frac{4ar^2a^{n+3}}{n+3} + \frac{2aa^2a^{n+3}}{n+3} - \frac{4aar^2a^{n+1}}{n+1} - \frac{4a^3ra^{n+1}}{n+1} - \frac{a^4a^{n+1}}{n+1} + \frac{a^{n+5}}{n+5} - \frac{4rra^{n+3}}{n+3} - \frac{4ra^{n+4}}{n+3} - \frac{2a^{n+5}}{n+3} + \frac{4rra^{n+3}}{n+1} + \frac{4ra^{n+4}}{n+1} + \frac{a^{n+5}}{n+1} \right).$$

Et pour l'attraction de la sphere entière, lorsque $z = a$

$$+ 2r, \\ \frac{1}{8(r+a)^2} \left[-\frac{(a+2r)^{n+5}}{n+5} + \frac{4rr(a+2r)^{n+3}}{n+3} + \frac{4ar(a+2r)^{n+3}}{n+3} - \frac{2aa(a+2r)^{n+3}}{n+3} - \frac{4aar(a+2r)^{n+1}}{n+1} - \frac{4a^3r(a+2r)^{n+1}}{n+1} - \frac{a^4(a+2r)^{n+1}}{n+1} + \frac{a^{n+5}}{n+5} - \frac{4rra^{n+3}}{n+3} - \frac{4ra^{n+4}}{n+3} - \frac{2a^{n+5}}{n+3} + \frac{4rra^{n+3}}{n+1} + \frac{4ra^{n+4}}{n+1} + \frac{a^{n+5}}{n+1} \right].$$

Scholie. L'attraction de la matière se faisant en raison inverse du quarré de la distance; on a $n = -2$, & l'on trouvera, si l'on se donne la peine de faire le calcul, que l'attraction qu'éprouve un corpuscule placé au dehors de la sphere, est

en raison renversée du quarré de sa distance au centre; & que l'attraction d'un corpuscule placé au dedans, est en raison simple directe de sa distance, conformément à ce que nous avons vû (§. VI. Cor. 1. & §. VII. Cor. 2.)

Si l'attraction de la matière se faisoit en raison simple directe de la distance; on auroit $n = 1$, & l'on trouveroit l'attraction de la sphere, sur un corpuscule placé tant au dehors qu'au dedans, proportionnelle à la simple distance au centre, conformément à l'art. VIII.

Lorsque $n = -1$, on a pour l'attraction de la sphere entière $\frac{1}{8(a+r)^3} \left[-\frac{(a+2r)^4}{4} + (2rr + 2ar + aa) \right. \\ (a+2r)^2 + \frac{a^4}{4} - (2rraa + 2ra^3 + a^4) - \\ \left. (4rraa + 4ra^3 + a^4) l\left(\frac{a+2r}{a}\right) \right]$.

Lorsque $n = -3$, on a $\frac{1}{8(a+r)^3} \times \left[-\frac{(a+2r)^2}{4} + \frac{(4rraa + 4ra^3 + a^4)}{2(a+2r)^2} - (2rr + 2ra) + (4rr + 4ar + 2aa) \right. \\ \left. l\left(\frac{a+2r}{a}\right) \right]$.

Lorsque $n = -5$, on a $\frac{1}{8(a+r)^3} \left[l\left(\frac{a}{a+2r}\right) - \frac{(2rr + 2ar + aa)}{(a+2r)^2} + \frac{4aar + 4a^3r + a^4}{4(a+2r)^2} + \frac{rr + ra}{aa} + \frac{3}{4} \right]$.

Voilà les trois cas dans lesquels l'attraction de la sphere dépend des logarithmes.

Dans le premier; la distance du corpuscule qui est a , ne se trouve seule que dans le numérateur des termes algébriques. Ainsi lorsque cette distance est nulle, elle n'augmente point l'attraction. Quant au terme logarithmique $l\left(\frac{a+2r}{a}\right)$, il est vrai qu'il devient infini, lorsque $a = 0$, mais son coefficient devient alors $= 0$. Et par cette destruction, ce terme n'apporte pas de différence à l'attraction.

Dans le cas $n = -3$; a ne se trouve seul que dans le numérateur des termes algébriques, & par-là n'augmente point l'attraction; mais le terme logarithmique $l\left(\frac{a+2r}{a}\right)$ ou $l\left(\frac{2r}{0}\right)$ est alors infini, & son coefficient $4rr$ ne détruit

point

point son infinité. Ainsi l'attraction augmente infiniment, lorsque le corpuscule touche la sphere.

Enfin dans le cas $n = -5$, & dans tous les cas où n est au dessous de -3 , on voit par l'inspection de notre expression générale, que a se trouve seul au dénominateur, & augmente infiniment l'attraction par sa nullité.

D'où l'on tire cette proposition singulière.

XIV. *Si l'Attraction qu'un corps éprouve, lorsqu'il touche le corps attirant, est beaucoup plus forte que celle qu'il éprouve au moindre éloignement; l'attraction des parties du corps attirant, décroît en raison plus que doublée des distances.*

Et si l'attraction des parties du corps attirant décroît en raison triplée ou plus que triplée des distances, l'attraction sera beaucoup plus forte dans le contact que dans le plus petit éloignement des deux corps.

Cette proposition, qui se trouve démontrée pour les spheres dans les articles précédents, s'étend ici aux corps, de quelque figure qu'ils soient; car cela se trouvant vrai à l'égard des spheres, quelque matière qu'on leur ôte ou qu'on leur ajoute hors du point d'attouchement, on ne changera pas considérablement l'attraction produite par le contact.

Scholie. La pesanteur se faisant en raison inverse du quarré de la distance, les corps n'éprouvent pas une pesanteur sensiblement différente, soit qu'ils soient proches de la Terre, soit qu'ils la touchent.

Il n'en seroit pas ainsi, si la pesanteur décroissoit comme les cubes, ou dans quelque raison plus grande; les corps éprouveroient une pesanteur extrêmement plus grande, lorsqu'ils toucheroient la Terre que lorsqu'ils en seroient à la plus petite distance; & ayant une fois touché la Terre, il eût fallu une force extrême pour les en séparer.

XV. *Scholie.* Cette proposition est la source d'où M. Keil a tiré toutes ces loix d'attraction qui forment un petit Traité de trente propositions qui se trouvent à la fin de la dernière édition de ses ouvrages, & dont il avoit promis les démonstrations & une plus grande explication, que je ne sçache pas qu'il ait données.

M. Keil & plusieurs philosophes Anglois, après M. Newton, ont crû trouver dans les corps, outre cette attraction qui, à des distances immenses, règle le mouvement des Planètes, une autre espèce d'attraction insensible dans l'éloignement, mais très-puissante dans le contact, capable de produire les précipitations, les coagulations, les cristallisations, & une infinité d'autres phénomènes qu'on attribue aux adhésions & aux affinités, dont les noms sont plus doux. Enfin M. Friend a donné une Chimie, toute déduite de ce principe.

On explique par cette attraction, l'élevation des liqueurs entre deux lames de verre, & dans des tuyaux où il ne paroît pas que ce que nous sçavons du poids de l'Atmosphère, les puisse tenir suspendus. La rondeur des gouttes des fluides, la difficulté de séparer deux Marbres polis qui se joignent; enfin la dureté des corps.

L'Attraction dont il est ici question, puisqu'elle seroit insensible dans l'éloignement, & si forte dans le contact, suivroit nécessairement une autre loi que celle du quarré de la distance; & l'on voit, par ce que nous venons de dire, qu'elle seroit au moins en raison inverse du cube de la distance, ou de quelque puissance plus élevée que le cube.

XVI. *Scholie.* Après avoir déterminé en général, l'attraction d'une sphaere, ou de tel corps qu'on voudra, pour une puissance quelconque n de sa distance, selon laquelle on suppose que se fasse l'attraction des parties de la matière; on peut résoudre ce Probleme curieux : *découvrir selon quelle loi se fait l'Attraction d'une matière donnée!* Car ayant formé de cette matière, un de ces corps, dont on a trouvé l'attraction en général, on cherchera par des expériences, la loi de l'attraction de ce corps, & faisant l'attraction de ce corps pour un exposant indéterminé n , proportionnelle ou égale à l'attraction découverte par expérience, on auroit une équation qui détermineroit n , c'est-à-dire, qui détermineroit l'exposant de la distance, selon lequel se fait l'attraction des parties de la matière.



DESCRIPTION

D'une Machine pour mesurer la vitesse des Eaux courantes, & le fillage des Vaisseaux.

Par M. PITOT.

LES changements & toutes les variétés qui arrivent au courant des Fleuves & des Rivières, demandent une étude particulière & de grandes attentions, soit pour prévenir les ravages causés par leurs débordements & leurs changements de lit, soit pour les rendre navigables, lorsqu'elles ne le sont pas, ou qu'elles ne le sont que dans certains temps. Leurs différentes pentes, la chute de leurs eaux, les contours & les coudes de leurs bords, les qualités de leurs lits, sont les principales causes de ces variétés.

12 Novemb.
1732.

Les pentes différentes rendent le courant des eaux tantôt plus grand & tantôt plus petit ; les coudes & les sinuosités des bords en détournent le fil, les lits sont souvent creusés dans les endroits où la rapidité est plus grande pendant que les bords sont rongés, minés & emportés par le courant & le fil de l'eau. D'un autre côté les eaux vont déposer les sables, les limons enlevés du fond ou des bords, aux endroits où elles ont le moins de vitesse, où elles sont presque dormantes. Ces dépôts forment des atterrissements & quelquefois des isles ; les atterrissements & les isles détournent ensuite le fil de l'eau, ce qui cause de nouveaux changements. Comme ces variétés & ces changements sont presque toujours dommageables, on y remédie le plus qu'on peut par des levées, des digues, des jettées ; mais ces ouvrages, en détournant le fil de l'eau, causent nécessairement de nouveaux effets. Tous ces effets opposés se succèdent continuellement, se combinent, en sorte qu'il est très-difficile d'en connoître les produits ou les résultats. Cette connoissance est cependant

absolument nécessaire pour prévenir les desordres que causent la plupart des Fleuves, & pour tirer de ces mêmes Fleuves le parti le plus avantageux ; il arrive même que les ouvrages que l'on construit d'un côté pour se mettre à l'abri & se garantir, nuisent ailleurs en détournant le fil de l'eau, ce qui donne souvent lieu à de grandes contestations.

Quoiqu'on ait besoin de bien des connoissances, & de faire bien des observations pour prévenir les ravages causés par la rapidité des eaux des Fleuves, il est certain que les plus importantes sont de connoître leurs degrés de vitesse, de voir les endroits où la rapidité est la plus grande, & de déterminer par ce moyen la direction du fil de l'eau.

Il y a un grand nombre d'autres occasions où l'on a besoin de connoître la vitesse des eaux des Rivières, des Aqueducs, des Ruisseaux, des Fontaines, soit pour la mesure & la jauge des mêmes eaux, ce qui arrive fort souvent pour des projets de Canaux de navigation, soit pour connoître la force de l'eau sur les aubes des roues de Moulin, ou de toute autre machine, mues par des courants d'eau, & calculer l'effet de ces mêmes machines, soit enfin pour connoître l'endroit le plus avantageux d'une Rivière, pour placer un Moulin, une Pompe, ou autre machine.

Le seul moyen dont on s'est servi jusqu'à présent pour mesurer la vitesse des eaux courantes, est de jeter dans le courant un morceau de bois ou une boule de cire, & de mesurer le chemin parcouru par le morceau de bois ou la boule de cire dans une ou plusieurs minutes. Cette méthode est fort imparfaite, car 1.^o si l'on se sert d'un morceau de bois, la résistance de l'air l'empêche de descendre aussi vite que le courant, & si l'on se sert d'une boule de cire, on la perd presque toujours de vûe. 2.^o Il n'est pas possible, à moins que de prendre des soins très-pénibles, de mesurer exactement le chemin parcouru. 3.^o Deux expériences faites au même endroit d'une Rivière, donnent souvent des vitesses fort différentes, parce que le morceau de bois ou la boule de cire ne prennent pas toujours le même fil de l'eau.

Mais les inconveniens les plus considérables de cette méthode sont de ne pouvoir pas connoître la vîtesse de l'eau dans les endroits où il importe le plus de la connoître ; comme à l'entrée ou à la sortie d'une Arche de Pont , ou enfin à quelque autre endroit où l'on a dessein de placer une rouë de Moulin , ou quelque autre machine.

La question de sçavoir si la vîtesse des eaux vers le fond des Rivières est plus grande ou plus petite qu'à leur surface , est curieuse , & a souvent partagé les sentimens des sçavans ; car d'un côté les eaux inférieures étant pressées par les supérieures , il semble qu'elles doivent être forcées à couler plus vite ; de plus la chute des eaux depuis leurs sources jusqu'au fond des Rivières étant plus grande que depuis les mêmes sources jusqu'à la surface , & les vîtesses étant par le principe fondamental des Hydrauliques en raison sousdoublée des hauteurs ou des chûtes , la vîtesse des eaux vers le fond devroit être plus grande que vers la surface. M.^{rs} Guglielmini & Varignon ont donné sur ce principe une regle pour connoître la hauteur de la chute d'une Source ou la pente totale d'une Rivière , en connoissant seulement deux vîtesses différentes prises à deux degrés de profondeur , mais cette regle est de pure spéculation.

D'un autre côté on oppose à toutes ces raisons la quantité du frottement des eaux contre le fond ou le lit & les bords des Fleuves : il est vrai , comme je crois l'avoir démontré dans un Mémoire en 1730 , que cette quantité de frottemens est prodigieuse , & il est heureux qu'elle le soit , car sans les frottemens , les Fleuves & les Rivières ne seroient pas navigables , en voici une preuve bien sensible. Si l'on calcule par les principes du mouvement des eaux la vîtesse que celles des Fleuves doivent prendre par leur chute de la hauteur de leur source , en faisant abstraction des frottemens , on trouvera toujours cette vîtesse vingt fois & souvent plus de trente fois plus grande que celle que les eaux des mêmes Fleuves ont réellement ; ainsi sans les frottemens presque toutes les eaux courantes seroient des torrents affreux dont on ne tireroit aucun avantage.

Puisque les eaux sont rallenties si considérablement par les frottements de leurs lits & des bords, il est naturel de penser que celles qui sont près du fond sont plus rallenties que celles qui sont à la surface. Toutes ces questions également utiles & curieuses, peuvent être éclaircies sur le champ avec une grande facilité au moyen de l'instrument que je propose, puisque l'opération en est aussi simple que celle de plonger un bâton dans l'eau & de le retirer. Par cette machine on mesurera la juste quantité de la vitesse des eaux à telle profondeur qu'on voudra, & cela aussi aisément qu'à leur surface. On mesurera aussi la vitesse de l'eau à l'entrée & à la sortie des Arches de Pont, & il sera toujours aisé de trouver l'endroit du courant où elle est la plus grande.

Description de la Machine.

AB est une Tringle de bois taillée en forme de prisme triangulaire; sur le milieu d'une des trois faces de cette Tringle on a creusé une rainure capable de loger deux Tuyaux de verre blanc; l'un de ces Tuyaux est courbé à angle droit en *D*, & le bout *DE* passe par un trou fait à la Tringle.

La face *CD*, dans laquelle les Tuyaux sont logés, est divisée en pieds & pouces. *FGIL* est une Regle mobile de cuivre refenduë dans le milieu sur presque toute sa longueur de la quantité de la somme des diametres des Tuyaux, enforte qu'elle ne couvre les Tuyaux qu'à ses extrémités & un peu à son milieu. Un des côtés de cette Regle est divisé en pieds & pouces pour les hauteurs des chûtes d'eau, & l'autre côté en pieds & pouces de vitesse de l'eau relative aux hauteurs, ainsi que nous l'expliquerons bientôt. Elle est retenue par des petites plaques de cuivre qui embrassent la Tringle, & qui la serrent au moyen de trois vis *K*, enforte qu'on peut arrêter la Regle à telle hauteur qu'on veut de la Tringle.

A l'égard des mesures ou des dimensions de la Machine; on pourra prendre la vitesse de l'eau à une profondeur d'autant plus grande que la Tringle & les Tuyaux seront plus longs, en observant d'augmenter la grosseur ou la force de

la Tringle à proportion de sa longueur, on lui donnera environ 1 pouce $\frac{1}{2}$ de largeur à chaque face sur une longueur de 6 pieds, & on la fera du bois le plus fort qu'on trouvera. Comme les plus grandes vîteses des Fleuves ne vont gueres au de-là de 10 pieds par seconde, il suffit de donner à la Regle mobile de cuivre 18 ou 20 pouces de longueur.

Le premier Tuyau étant recourbé à angle droit, & le second étant tout droit, si l'on met la Machine dans une eau dormante, l'eau s'élevra à la hauteur de son niveau dans les deux Tuyaux. Mais dans une eau courante, elle s'élevra dans le premier Tuyau à la hauteur relative à la force du courant, pendant qu'elle restera à son niveau dans le second Tuyau.

Nous ajouterons encore que pour rendre le niveau de l'eau plus apparent dans les Tubes de verre, nous avons passé un blanc de céruse broyé à l'huile dans la rainure.

Rien n'est plus simple que l'usage & la manière de se servir de cette Machine. Si l'on veut, par exemple, mesurer la vîtesse de l'eau à sa surface, on arrêtera par le moyen des vis la Regle de cuivre sur la première division de la Tringle, & on présentera l'ouverture du Tuyau recourbé au courant, alors le niveau de l'eau du second Tuyau étant sur la première division de la Regle, on verra monter l'eau dans le premier jusqu'à une certaine hauteur; cette hauteur sera marquée en pouces & lignes sur le côté droit de la Regle, & on aura les pieds & pouces de vîtesse du courant marqués sur son côté gauche.

Si on veut avoir la vîtesse du courant à un, deux ou trois pieds de profondeur, on arrêtera simplement la Regle mobile sur ces mêmes divisions de la Tringle, & on operera comme ci-dessus.

Il est aisé de diriger l'ouverture du Tuyau vis-à-vis le fil de l'eau, car en tournant doucement la Machine, on verra le point où l'eau s'élève le plus dans le premier Tuyau. Que si on tourne l'ouverture du côté opposé au courant, dès qu'on aura passé la perpendiculaire à sa direction, l'eau restera à la même hauteur dans les deux Tuyaux.

Il arrive affés souvent que le courant des eaux dans un même endroit d'une Rivière varie plus ou moins, c'est-à-dire, que la vitesse est tantôt plus grande & tantôt plus petite, principalement aux endroits où il y a peu de profondeur d'eau, & où le fond est plus raboteux ; alors on voit l'élévation de l'eau dans le premier tuyau tantôt plus grande, tantôt plus petite, & dans des balancements presque continuels. Il faut dans ce cas prendre le milieu entre ces balancements, ou entre la plus grande & la moindre élévation pour avoir la vitesse moyenne.

Les vagues causées par le vent occasionnent aussi de ces balancements, c'est pourquoi il faut éviter de faire ces expériences lorsqu'il fait beaucoup de vent.

On pourra faire par le moyen de cette Machine un grand nombre d'observations sur les eaux courantes, utiles & curieuses ; pour connoître, par exemple, la vitesse moyenne du total des eaux d'une Rivière ; pour sçavoir si les augmentations de vitesse sont proportionnelles aux accroissements des eaux, ou dans quel rapport ; pour voir quelle est la relation entre les volumes d'eau & la quantité des frottements, &c. Toutes ces expériences demandent du temps, nous en avons commencé quelques-unes, & nous nous proposons de les suivre. Nous en rapporterons seulement deux ou trois des principales que nous avons faites sous les Ponts de Paris.

Comme on peut faire au Pont-Royal très-commodément des observations sur les augmentations de vitesse des eaux de la Seine relatives à leurs accroissements, à cause des divisions qu'on a eu soin de marquer sur les arrières-becs des deux premières piles de chaque côté de la Rivière ; j'ai été le 19 Août dernier au Pont-Royal, la Rivière étoit fort basse, la surface répondoit à 14 pouces au dessus du chiffre 4 ; je mesurai en même temps la vitesse de l'eau sous la grande Arche avec ma machine, & je trouvai qu'elle n'avoit qu'un pied & demi de vitesse par seconde, tant à la surface qu'à 1, 2 & 3 pieds de profondeur. Il me parut singulier que l'eau fût plus lente sous le Pont qu'au dessus & au dessous, mais j'en

j'en remarquai la cause sur le champ, c'est que sous le Pont la profondeur est beaucoup plus grande, qu'ainsi le volume d'eau qui y passe est réciproque à la vitesse.

Depuis le 19 Août jusqu'à la fin de Septembre la Rivière est restée à peu-près dans le même état, mais enfin les pluies du 25 au 30 la firent augmenter de 6 pouces, je trouvai son niveau à 8 pouces au dessus de la même marque ou du chiffre 4 dont je viens de parler; je trouvai ensuite la vitesse de l'eau sous la grande Arche de 2 pieds par seconde, tant à la surface qu'à 4 pieds de profondeur.

La Rivière étant dans le même état que le 19 Août, je mesurai le 10 Septembre la vitesse de l'eau sous la cinquième Arche du Pont-Neuf, à compter du Quai de l'Ecole, je la trouvai à la surface de 4 pieds 3 pouces, à un pied de profondeur de 4 pieds, à deux pieds de profondeur de 3 pieds 9 pouces, & à trois pieds de profondeur de 3 pieds 6 pouces.

Je pris en même temps la vitesse de l'eau à 30 toises au dessus du Pont, & je trouvai 3 pieds de vitesse à la surface, 2 pieds 8 pouces à 1 pied de profondeur, 2 pieds 6 pouces à 2 pieds de profondeur, & 2 pieds à 2 pieds & demi de profondeur.

J'ai fait de semblables expériences au Pont au Change, au Pont Nôtre-Dame & dans plusieurs autres endroits de la Rivière, mais je n'entre pas ici dans un plus grand détail: je dirai seulement en général que j'ai presque toujours trouvé que la vitesse de l'eau alloit en diminuant vers le fond. Il y a même des endroits où l'eau est presque dormante vers le fond, sur-tout aux endroits où l'eau est fort rapide à la surface, & où il y a peu de profondeur.

Il n'y a personne qui avec une legere connoissance de la théorie du mouvement des eaux ne conçoive sur le champ l'effet de cette Machine; car, suivant les premiers principes de cette science, on doit considérer la vitesse des eaux courantes comme une vitesse acquise par leurs chûtes d'une certaine hauteur, & que si l'eau se meut de bas en haut avec une vitesse toute acquise, elle montera précisément à la même

370 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
hauteur, ou à une hauteur égale à celle de la chute, d'où elle auroit dû tomber pour acquérir cette vitesse.

De plus la force de l'impulsion de l'eau par sa vitesse est toujours égale au poids d'un solide d'eau qui auroit pour base la surface choquée, & pour hauteur celle d'où l'eau auroit dû tomber pour acquérir cette vitesse. Donc l'eau doit monter dans le Tuyau de notre Machine par la force d'un courant, précisément à la hauteur d'où elle auroit dû tomber pour former ce courant.

Pour savoir maintenant la quantité de vitesse des eaux courantes relative à leur ascension dans le Tuyau recourbé de la Machine, il faut se rappeler le principe fondamental de presque toute la théorie du mouvement des eaux, qui est, que les vitesses des eaux sont en raison soudoublée de la hauteur de leur chute. M. Varignon a eu le premier la gloire de démontrer ce principe, sans aucune supposition que celle des loix les plus simples & les plus incontestables du mouvement.

Mais les élévations ou ascensions de l'eau dans notre Tube étant égales aux chutes, il s'ensuit que les vitesses des courants seront en raison soudoublée des élévations de l'eau, & que par conséquent les élévations sont en raison doublée, ou comme les quarrés des vitesses.

Il est heureux pour l'exactitude & la précision avec laquelle on connoitra par cette Machine la juste quantité des vitesses des courants, que les élévations de l'eau soient entr'elles comme les quarrés des vitesses; car, par exemple, une vitesse double fera élever l'eau dans le Tube à une hauteur quatre fois plus grande, une vitesse triple la fera élever à une hauteur neuf fois plus grande, &c.

Une chute ou une élévation de l'eau étant connue ou donnée, pour avoir sa vitesse en pieds par seconde, il faut observer d'abord que de même qu'un corps en tombant parcourt un espace de 14 pieds dans la première seconde de sa chute, & que si ce même corps se meut avec la vitesse toute acquise à la fin de la première seconde de sa chute, il parcourra

d'une vîtesse uniforme un espace de 28 pieds par seconde; de même aussi l'eau sort par une ouverture faite au bas d'un réservoir de 14 pieds de hauteur avec une vîtesse de 28 pieds par seconde; d'où il suit que la chute ou l'élévation de l'eau étant connue, pour avoir la vîtesse en pieds par seconde, on dira, suivant le principe, comme la racine quarrée de 14 est à 28, ainsi la racine quarrée de la hauteur donnée sera la vîtesse qu'on cherche. Si au contraire la vîtesse est donnée; & qu'on veuille trouver la hauteur, on dira, comme 28 est à la racine quarrée de 14, ainsi la vîtesse donnée sera à la racine quarrée de la hauteur qu'on cherche, ou bien comme le carré de 28 est à 14, ainsi le carré de la vîtesse donnée sera à la hauteur qu'on cherche. C'est par cette méthode que nous avons calculé la Table suivante de toutes les chûtes ou élévations de l'eau, correspondantes à toutes les vîtesses en pieds par seconde de temps de pouces en pouces depuis un pouce jusqu'à 12 pieds de vîtesse, & nous avons dressé la Regle des vîtesses de la Machine par le moyen de cette Table.

L'idée de cette Machine est si simple & si naturelle, que dès qu'elle me fut venue, je courus sur le champ à la Rivière pour en faire un premier essai avec un Tube de verre simple, & l'effet répondit parfaitement à mon attente. Après ce premier essai, je ne pouvois pas m'imaginer qu'une chose aussi simple, & en même temps très-utile, eût pû échapper à tant d'habiles gens qui ont écrit & travaillé sur le mouvement des eaux. J'ai fait depuis toutes les recherches qu'il m'a été possible dans les Traités que j'ai pû trouver sur les Hydrauliques & le mouvement des eaux, pour voir si absolument personne n'en avoit parlé, & si mon idée étoit nouvelle.

L'application de cette idée pour connoître le sillage des Vaisseaux m'est venue dans le moment même que j'en avois fait la première expérience sur la Rivière: & en effet, cette application importante étoit trop naturelle pour qu'elle ne se présentât pas d'elle-même, & avant que de présenter ma Machine à l'Académie, j'avois souvent médité aux moyens d'en rendre les applications commodes pour la Mer, &

capables de sauver toutes les irrégularités qui pourroient survenir, soit de la part des différens mouvements du Vaisseau, soit de celle des vagues.

Voici au moins jusqu'à présent, la meilleure méthode que je crois qu'on peut suivre.

On placera dans le milieu du Vaisseau, soit sous le maître bau, ou enfin le plus près de son centre de balancement, deux tuyaux de métal, soit de cuivre, d'étain ou de plomb, de 3 ou 4 lignes de diametre. Ces tuyaux doivent se toucher, leurs bouts inférieurs doivent pénétrer jusqu'à l'eau au dessous du Vaisseau, ce qui se peut faire, sans le moindre risque de la part des trous nécessaires pour le passage des tuyaux, à cause de leur petitesse : leur longueur viendra depuis le fond du Vaisseau jusqu'à environ 4 ou 5 pieds au dessus du niveau de l'eau de la Mer, ou de la ligne de l'eau du Vaisseau. Le bout inférieur d'un des tuyaux sera recourbé à angle droit, & en entonnoir, comme à notre Machine, & son ouverture sera tournée dans la direction de la quille, vis-à-vis la prouë, enfin on refendra les deux tuyaux depuis environ un pied au dessus de la ligne de l'eau jusqu'à leur bout supérieur, pour enchâsser dans chacun un tube de verre de 5 à 6 pieds de long; ces tuyaux de verre seront bien arrêtés & mastiqués dans ceux de métal, de façon qu'on puisse voir aisément l'endroit où l'eau s'élèvera dans chacun. Cela fait, il est évident que lorsque le Vaisseau sera arrêté, l'eau sera à la même hauteur dans les deux Tuyaux, mais dès que le Vaisseau fera route, le Tuyau recourbé sera dans le même cas que celui de notre Machine dans une eau courante, ainsi l'eau s'élèvera dans le Tuyau, & sa hauteur au dessus de celle de l'autre Tuyau marquera la vitesse ou le sillage du Vaisseau avec beaucoup de justesse, car les moindres augmentations & diminutions de vitesse du Vaisseau se feront connoître par des différences très-marquées des élévations de l'eau dans le Tuyau.

Par exemple, lorsque le Vaisseau fera trois lieues par heure, l'eau s'élèvera dans le Tuyau d'environ 4 1 pouces, & lorsqu'il

ne fera que deux lieuës & demie par heure, l'eau s'élèvera de près de 31 pouces. En général, on prendra la hauteur de l'eau dans le Tuyau en pouces & lignes par le moyen d'une Regle comme à notre Machine ; avec cette hauteur, on trouvera dans la Table la vîtesse du Vaisseau en pieds & pouces par seconde, & chaque pouce de vîtesse donne 50 toises de chemin par heure.

On pourra même, si l'on veut, marquer sur la Regle le nombre des toises par heure & par minute de chemin du Vaisseau, correspondantes aux ascensions de l'eau dans le Tube, & enfin on réduira les toises de chemin en lieuës suivant la longueur de la lieuë marine qui est de 2855 toises, ou de 20 au degré.

Pour faire une expérience qui eût rapport au fillage des Vaisseaux, je me fis remonter dans un petit Bateau à la voile sur la Seine entre Poissy & le confluent de l'Oise, le vent étoit assés fort & les vagues fort grosses pour la Seine. L'eau monta dans le Tuyau recourbé de la Machine depuis 18 jusqu'à 24 pouces, ainsi la vîtesse respective qui étoit égale à la somme de celle du Bateau en montant, & de celle de la Rivière en descendant, fut depuis 9 pieds 2 pouces jusqu'à 10 pieds 7 pouces par seconde ; cette différence provenoit de ce que nous passions dans des endroits plus ou moins à l'abri du vent. J'observai aussi que le Bateau nous avoit remonté d'environ 2300 toises en 30 minutes ; & comme les eaux, quoique retenues par le vent, pouvoient faire alors 2 pieds & demi par seconde, ce qui donne 750 toises en 30 minutes, il s'ensuit que le chemin ou le fillage du Bateau auroit été sans le courant de la Rivière de 3050 toises en 30 minutes, ou de 6100 toises par heure, ce qui donne 10 pieds 2 pouces par seconde, cette vîtesse est à peu-près moyenne entre celle de 9 pieds 2 pouces & 10 pieds 7 pouces trouvée par la Machine.

TABLE de Vitesse de l'Eau en pieds & pouces,

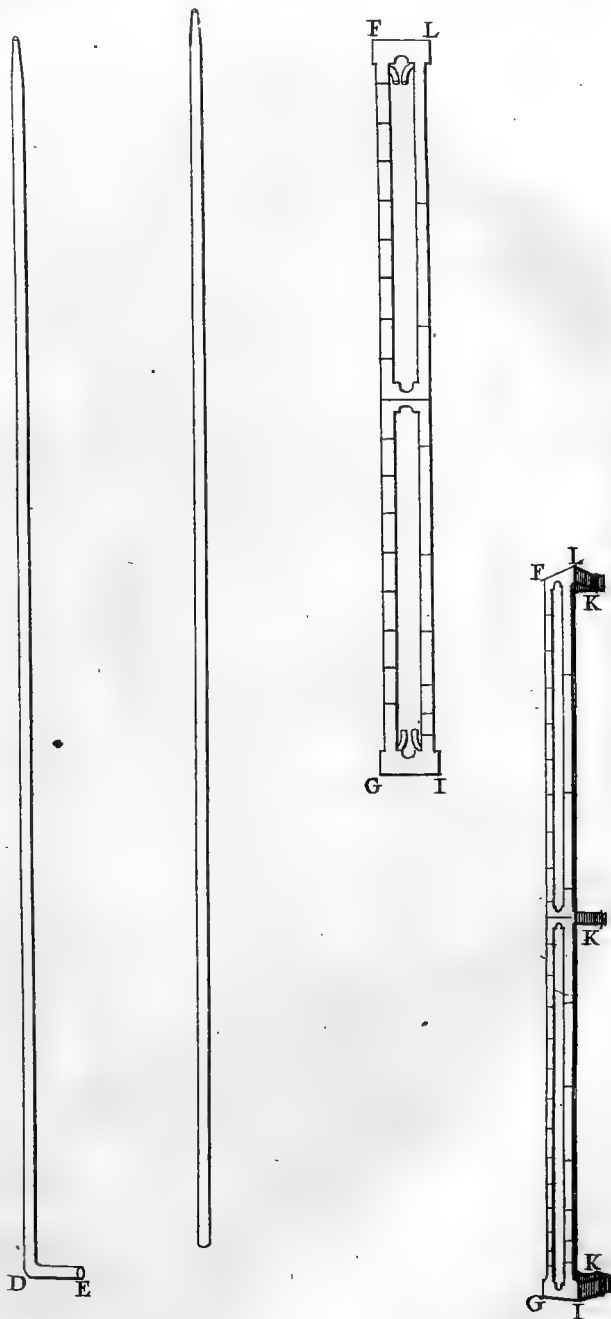
VITESSE DE L'EAU.		HAUTEUR DES CHUTES.			VITESSE DE L'EAU.		HAUTEUR DES CHUTES.		
Pieds.	Pouces.	Pouces.	Lignes.	Points.	Pieds.	Pouces.	Pouces.	Lignes.	Points.
1				$\frac{3}{4}$	3	1	2	0	5 $\frac{5}{14}$
2				$\frac{6}{7}$	3	2	2	1	9 $\frac{3}{7}$
3			2		3	3	2	3	1 $\frac{13}{14}$
4			3	$\frac{3}{7}$	3	4	2	4	6 $\frac{9}{7}$
5			5	$\frac{5}{14}$	3	5	2	6	0 $\frac{13}{14}$
6			6	$\frac{2}{7}$	3	6	2	7	6
7			10	$\frac{1}{2}$	3	7	2	9	0 $\frac{13}{14}$
8		1	1	$\frac{5}{7}$	3	8	2	10	6 $\frac{6}{7}$
9		1	5	$\frac{5}{14}$	3	9	3	0	1 $\frac{13}{14}$
10		1	9	$\frac{3}{7}$	3	10	3	1	9 $\frac{6}{7}$
11		2	2		3	11	3	3	5 $\frac{5}{14}$
1	0	2	7		4	0	3	5	1 $\frac{5}{7}$
1	1	3	0	$\frac{3}{14}$	4	1	3	6	10 $\frac{1}{2}$
1	2	3	6		4	2	3	8	5 $\frac{5}{7}$
1	3	4	0	$\frac{3}{13}$	4	3	3	10	5 $\frac{5}{14}$
1	4	4	6	$\frac{6}{7}$	4	4	4	0	3 $\frac{3}{7}$
1	5	5	1	$\frac{13}{14}$	4	5	4	2	1 $\frac{13}{14}$
1	6	5	9	$\frac{2}{7}$	4	6	4	4	0 $\frac{9}{7}$
1	7	6	5	$\frac{5}{14}$	4	7	4	6	0 $\frac{3}{14}$
1	8	7	1	$\frac{5}{7}$	4	8	4	8	0
1	9	7	10	$\frac{1}{2}$	4	9	4	10	0 $\frac{3}{14}$
1	10	8	7	$\frac{5}{7}$	4	10	5	0	0 $\frac{6}{7}$
1	11	9	5	$\frac{5}{14}$	4	11	5	2	1 $\frac{13}{14}$
2	0	10	3	$\frac{3}{7}$	5	0	5	4	3 $\frac{3}{7}$
2	1	11	1	$\frac{13}{14}$	5	1	5	6	5 $\frac{5}{14}$
2	2	1	0	0 $\frac{6}{7}$	5	2	5	8	7 $\frac{10}{14}$
2	3	1	1	0 $\frac{3}{14}$	5	3	5	10	10 $\frac{1}{2}$
2	4	1	2	0	5	4	6	1	1 $\frac{5}{7}$
2	5	1	3	0 $\frac{1}{14}$	5	5	6	3	5 $\frac{5}{14}$
2	6	1	4	0 $\frac{6}{7}$	5	6	6	4	1 $\frac{3}{7}$
2	7	1	5	1 $\frac{13}{14}$	5	7	6	8	1 $\frac{13}{14}$
2	8	1	6	3 $\frac{2}{7}$	5	8	6	10	6 $\frac{6}{7}$
2	9	1	7	5 $\frac{5}{14}$	5	9	7	1	0 $\frac{3}{14}$
2	10	1	8	7 $\frac{5}{7}$	5	10	7	3	6
2	11	1	9	10 $\frac{1}{2}$	5	11	7	6	0 $\frac{3}{14}$
3	0	1	11	1 $\frac{5}{7}$	6	0	7	8	6 $\frac{6}{7}$

par seconde de temps, avec la hauteur de leur chute.

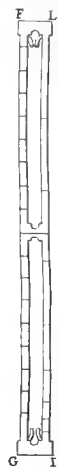
VITESSE DE L'EAU.		HAUTEUR DES CHUTES.				VITESSE DE L'EAU.		HAUTEUR DES CHUTES.			
Pieds.	Pouces.	Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Pieds.	Pouces.	Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.
6	1	...	7	11	$1\frac{13}{14}$	9	1	1	5	8	$1\frac{13}{14}$
6	2	...	8	1	$7\frac{3}{7}$	9	2	1	6	0	$0\frac{6}{7}$
6	3	...	8	4	$5\frac{5}{14}$	9	3	1	6	4	$0\frac{3}{14}$
6	4	...	8	7	$1\frac{5}{7}$	9	4	1	6	8	0
6	5	...	8	9	$10\frac{1}{2}$	9	5	1	7	0	$0\frac{3}{14}$
6	6	...	9	0	$7\frac{5}{7}$	9	6	1	7	4	$0\frac{6}{7}$
6	7	...	9	3	$5\frac{5}{14}$	9	7	1	7	8	$1\frac{13}{14}$
6	8	...	9	6	$3\frac{3}{7}$	9	8	1	8	4	$3\frac{3}{14}$
6	9	...	9	9	$1\frac{13}{14}$	9	9	1	8	4	$5\frac{5}{14}$
6	10	...	10	0	$0\frac{6}{7}$	9	10	1	8	8	$7\frac{5}{7}$
6	11	...	10	3	$0\frac{13}{14}$	9	11	1	9	0	$10\frac{1}{2}$
7	0	...	10	6	0	10	0	1	9	5	$1\frac{5}{7}$
7	1	...	10	9	$0\frac{3}{14}$	10	1	1	9	9	$5\frac{5}{14}$
7	2	...	11	0	$0\frac{9}{7}$	10	2	1	10	1	$9\frac{3}{7}$
7	3	...	11	3	$1\frac{13}{14}$	10	3	1	10	6	$1\frac{13}{14}$
7	4	...	11	6	$3\frac{3}{7}$	10	4	1	10	10	$6\frac{6}{7}$
7	5	...	11	9	$5\frac{5}{14}$	10	5	1	11	3	$0\frac{3}{14}$
7	6	1	0	0	$7\frac{5}{7}$	10	6	1	11	6	8
7	7	1	0	3	$10\frac{1}{2}$	10	7	2	0	0	$0\frac{3}{14}$
7	8	1	0	7	$1\frac{5}{7}$	10	8	2	0	4	$6\frac{6}{7}$
7	9	1	0	10	$5\frac{5}{14}$	10	9	2	0	9	$1\frac{13}{14}$
7	10	1	1	1	$9\frac{3}{7}$	10	10	2	1	1	$9\frac{3}{14}$
7	11	1	1	5	$1\frac{13}{14}$	10	11	2	1	6	$5\frac{5}{14}$
8	0	1	1	8	$6\frac{6}{7}$	11	0	2	2	2	$8\frac{4}{7}$
8	1	1	2	0	$0\frac{3}{14}$	11	1	2	2	3	$10\frac{1}{2}$
8	2	1	2	3	6	11	2	2	2	8	$7\frac{5}{7}$
8	3	1	2	7	$0\frac{3}{14}$	11	3	2	3	1	$5\frac{5}{14}$
8	4	1	2	10	$6\frac{9}{7}$	11	4	2	3	6	$3\frac{5}{14}$
8	5	1	3	2	$1\frac{13}{14}$	11	5	2	3	11	$1\frac{13}{14}$
8	6	1	3	5	$9\frac{13}{14}$	11	6	2	4	4	$0\frac{6}{7}$
8	7	1	3	9	$5\frac{5}{14}$	11	7	2	4	9	$0\frac{3}{14}$
8	8	1	4	1	$1\frac{5}{7}$	11	8	2	5	2	0
8	9	1	4	3	$10\frac{1}{2}$	11	9	2	5	7	$0\frac{3}{14}$
8	10	1	4	8	$7\frac{10}{14}$	11	10	2	6	0	$0\frac{9}{7}$
8	11	1	5	0	$5\frac{5}{14}$	11	11	2	6	5	$1\frac{13}{14}$
9	0	1	5	4	$3\frac{3}{7}$	12	0	2	6	10	$3\frac{3}{14}$



CONSTRUCTION



Mon. de Leland 1732 pl. 12 pag. 3-6



Ammonius Sculp.

CONSTRUCTION D'UNE NOUVELLE BOUSSOLE,

Dont l'Aiguille donne par une seule & même opération, l'Inclinaison & la Déclinaison de l'Aimant, avec plus de précision, & plus de facilité que ne font les Instrumens employés jusqu'à présent.

Par M. BUACHE.

ON sçait aujourd'hui que l'Aiguille aimantée n'est presque jamais exactement dirigée vers les Poles du Monde; & qu'elle forme presque toujours un angle avec la ligne méridienne. On sçait encore que la quantité de cet angle n'est fixe dans aucun endroit de la Terre, & que l'Aiguille aimantée est dans une espece de balancement perpétuel, par lequel elle s'écarte de la ligne méridienne, tantôt vers l'Est; tantôt vers l'Ouest, d'un certain nombre de degrés plus ou moins grand, suivant les différens endroits de la Terre. L'on n'a, je crois, aucune observation qui puisse faire croire qu'il ait été de plus de 15 degrés à Paris, en d'autres endroits il va jusqu'à 25, & même jusqu'à plus de 30 degrés. L'Aiguille de la Boussole parcourt ainsi continuellement un arc de l'horizon, de 30, de 50, ou même de plus de 60 degrés, pris de l'Est à l'Ouest, & divisé en deux parties égales, par le Pole du Monde, ou du mouvement diurne.

23 Avril
1732.

Lorsque l'on commença à s'appercevoir de ce phénomène, ou de la déclinaison de l'Aiguille aimantée, on remarqua quelques endroits de la Terre où cette Aiguille se dirigeoit exactement vers le Pole. On crût d'abord que la cause de cette direction de l'Aiguille étant constante, la connoissance de sa situation, par rapport à la ligne méridienne, dans les différens endroits de la Terre, pourroit donner celle des Longitudes. On avoit remarqué entre les lieux où l'Aiguille

Mem. 1732.

. Bbb

n'avoit point de déclinaison, que son éloignement du Pole vers l'Est ou vers l'Ouest, suivoit une certaine progression, & l'on crût que ce rapport demeureroit toujours le même.

De nouvelles observations montrèrent que l'on s'étoit trompé, & que la situation de l'Aiguille aimantée, ou de sa ligne de direction, représentée par cette Aiguille, changeoit perpétuellement par rapport aux Méridiens du monde. On s'aperçut que dans les lieux où l'on n'avoit trouvé aucune déclinaison, on en remarquoit au bout de quelques années, & que dans ceux où l'on avoit observé une variation d'une certaine quantité, cette quantité augmentoit ou diminuoit.

Par-là, on reconnut que le retour du même angle ou de la direction de l'Aiguille avec le Méridien, ne se devoit faire qu'au bout d'un certain nombre d'années, & qu'ainsi il seroit très-important de s'assurer du temps de ce retour périodique, parce que si ce temps étoit une fois bien connu, on pourroit se servir des anciennes observations de la déclinaison de l'Aiguille, pour déterminer la longitude avec presque autant de certitude, que si cette déclinaison étoit fixe.

L'utilité, dont l'exécution de ce projet seroit dans la Navigation, a engagé de très-habiles gens à s'y appliquer. Mais peut-être, comme l'a remarqué feu M. Delisle, mon beau-pere, se sont-ils un peu trop hâtés de former des systemes généraux sur la situation des prétendus Méridiens magnétiques de notre globe, & sur le mouvement de ces Méridiens autour des Poles du mouvement diurne.

M. Delisle, qui a beaucoup travaillé sur cette matière, & qui a même proposé autrefois à la Compagnie, les vûes générales qu'il avoit sur ce sujet, a laissé dans ses papiers un recueil de plus de huit à dix mille observations de la déclinaison de l'Aiguille aimantée, qu'il a tirées de différents auteurs. Cette collection immense, en comparaison de celle du P. Riccioli, qui ne contient que quatre cens observations ou environ, remonte quarante-six ans avant la plus ancienne de celles que M. Halley a publiées, c'est-à-dire, jusqu'à l'an 1534. On en trouve, à la vérité, une de l'an 1269, publiée

par M. Thevenot, Garde de la Bibliothèque du Roi, dans un recueil de divers morceaux de Géographie & de Physique; mais jusqu'à ce que les circonstances du lieu & du temps de cette observation soient un peu mieux connues, on ne peut en faire usage.

M. Delisle avoit résolu de faire par lui-même une suite d'observations exactes sur la variation de l'Aiguille aimantée; je suis persuadé que ce travail lui faisant connoître les erreurs & les méprises dans lesquelles les Voyageurs & les Navigateurs peuvent tomber, en observant la déclinaison, faute de prendre certaines précautions, l'auroit mis mieux en état de comparer les diverses observations entr'elles, de voir celles qu'il falloit préférer, lorsqu'il s'en trouvoit de contraires, & par-là d'établir sur la comparaison de toutes les observations qu'il avoit rassemblées, des principes plus assurés & plus capables de nous conduire un jour à la connoissance du système général des variations, s'il est possible d'y parvenir. La mort qui l'a enlevé dans un âge peu avancé, ne lui ayant pas permis de pousser assez loin l'exécution de ce projet, j'ai crû devoir m'y appliquer sérieusement pour remplir ses vûes, & pour répondre à l'honneur que j'ai d'occuper sa place dans l'Académie.

Je compte, Messieurs, vous mettre sous les yeux, le résultat de son immense collection, dans une suite chronologique de Cartes réduites qui représenteront pour chaque époque, le rapport des différentes lignes de direction magnétiques observées, ou l'angle qu'elles forment avec les Méridiens du Monde, afin que l'on puisse appercevoir d'un coup d'œil, la différence qui se trouve entre ces différentes lignes, dans une même année, & celle qui se trouve entre les mêmes lignes, après un certain nombre d'années.

Avant que de m'engager à ce travail qui demande du temps, j'ai crû devoir examiner la manière dont on observe la variation. Cet examen m'ayant fait appercevoir l'imperfection des instruments que l'on employe pour ces observations, j'ai cherché le moyen d'y remédier, & je crois l'avoir

380 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
trouvé, par une Bouffole d'une construction simple & facile
qui donnera par une seule opération, non-seulement la quantité
de la variation de l'Aiguille aimantée, mais encore celle de
l'inclinaison de cette Aiguille.

On sçait que l'Aiguille de la Bouffole qui étoit parfaitement
de niveau, & parallèle à la tangente du globe terrestre, avant
que d'être aimantée, cesse de l'être, après avoir été touchée
par la Pierre d'Aimant. Le cours de la matière magnétique
qui commence alors à circuler autour de cette Aiguille, fait
incliner une de ses pointes vers la Terre. Il semble très-
probable que la cause de cette inclinaison étant la même que
celle de la direction magnétique, les changements qui arrivent
à celle-ci doivent aussi influencer sur l'autre; mais ce n'est encore
là qu'une conjecture qui a besoin d'être fondée sur des expé-
riences, & la construction de toutes les Bouffoles ordinaires;
les rend incapables de servir à observer l'inclinaison : car les
Aiguilles de ces Bouffoles posées sur un pivot qui entre dans
une chape, sont chargées inégalement à leurs extrémités;
ce que l'on fait pour les obliger à se tenir de niveau, & par
conséquent pour les empêcher de marquer l'inclinaison.

Le R. P. Feuillée paroît être un de ceux qui s'est appli-
qué plus sérieusement à observer la quantité de l'inclinaison;
& il en a publié plusieurs observations dans ses Relations;
mais comme il employoit un autre instrument que la Bouffole,
& que cet instrument avoit une Aiguille différente, on peut,
malgré son exactitude à observer, avoir quelque doute si son
observation donne le vrai rapport qui est entre la variation &
l'inclinaison de l'Aiguille aimantée. Car outre l'embarras de la
seconde opération, & la difficulté de mettre le second instru-
ment, précisément dans le plan vertical de la ligne de direction
magnétique de la Bouffole; on n'est pas toujours sûr que les
deux Aiguilles ayent exactement la même direction. On sçait
que, soit la différence de la matière des Aiguilles, soit la
différente manière de les appliquer à la Pierre d'Aimant, soit
même la différence des Pierres; il est assés rare de trouver
deux Aiguilles aimantées qui donnent exactement la même

quantité précise de variation. Ainsi j'ai crû qu'il falloit chercher une construction de Bouffole, par laquelle une seule & même Aiguille pût donner en même temps l'inclinaison & la déclinaison. Cette Bouffole est celle qui est représentée dans la première Figure.

Le corps de cet Instrument *A* est de figure quarrée, creusé dans sa partie du milieu en demi-sphere concave. Cette demi-sphere est traversée par un axe *B* (*Fig. 2.*) posé perpendiculairement d'une manière très-fixe. L'extrémité supérieure; ou la pointe de cet axe destiné à porter l'Aiguille *C*, se trouve placée au centre du cercle que forme la coupe horisontale de la demi-sphere. J'ai disposé sur cette coupe horisontale, & concentriquement à la partie concave, un cercle d'yvoire *D, E*, sur lequel j'ai tracé plusieurs cercles aussi concentriques; qui, par le moyen des transversales, peuvent donner la quantité de la variation, non-seulement en degrés, mais même en minutes. La pointe de l'axe destiné à porter l'Aiguille étant placée au centre de cette demi-sphere, si l'Aiguille est suspendue librement, de manière qu'elle puisse se lever & s'abaisser, sans trouver d'obstacle de la part du pivot, la quantité de son inclinaison se trouvera marquée par la grandeur de l'arc compris dans la sphere concave entre la pointe inférieure de l'Aiguille & le cercle horisontal. J'avois pensé d'abord à tracer sur la partie inférieure de la demi-sphere; des cercles concentriques qui eussent montré la quantité de l'arc d'inclinaison de l'Aiguille; mais j'ai préféré un quart-de-cercle mobile, semblable à celui qui est représenté dans la Figure 2. par les lettres *F, G*. Ce quart-de-cercle tournant autour du pivot ou axe de la Bouffole, a deux usages. Le premier, de mesurer l'angle d'inclinaison de l'Aiguille, & le second, de déterminer sur le cercle horisontal de la demi-sphere qu'il embrasse par une de ses extrémités, & qu'il traverse perpendiculairement, la quantité précise de la déclinaison de l'Aiguille, parce que le quart-de-cercle mobile se place facilement & exactement dans le plan vertical magnétique de l'Aiguille.

Fig. 1.

Dans la construction des Boussoles ordinaires de déclinaison (*Fig. 3.*), l'Aiguille est suspendue, de façon qu'elle peut à la vérité, se mouvoir horizontalement en tout sens; mais si l'angle d'inclinaison est un peu grand, la chape de l'Aiguille s'applique à l'axe du pivot sur lequel elle est posée, & l'Aiguille ne peut plus baisser. Au contraire dans l'Instrument employé par le R. P. Feuillée (*Fig. 4.*), l'Aiguille engagée entre deux axes horizontaux & parallèles, peut, à la vérité, se balancer verticalement de bas en haut, & de haut en bas; mais les deux branches de l'axe dans lesquelles sont les tourillons de l'Aiguille s'opposant à son mouvement horizontal, il faut avoir déterminé la direction de l'Aiguille, par une opération précédente, & s'assurer que l'on place l'Aiguille dans le plan de cette direction magnétique, comme il paroît par la disposition de l'anneau d'inclinaison (*Fig. 4.*) placé verticalement dans le plan *H, I, L, M*, de la déclinaison *N, O*, & au dessus du tourbillon de l'Aiguille de la Boussole ordinaire (*Fig. 3.*)

J'ai cherché une construction d'Aiguille qui, réunissant les avantages de ces deux suspensions, évitât cependant les inconvénients de l'une & de l'autre, c'est-à-dire, qui permit également à l'Aiguille de se mouvoir horizontalement & verticalement.

Pour cela, j'ai percé l'Aiguille *C* dans son milieu, de manière qu'elle laissât un libre passage à la chape *P*, comme on le voit aux Figures 5 & 6. J'ai ajouté aux deux côtés de l'Aiguille, deux aissieux *Q, R*, ou tourillons qui, posant sur les deux branches *S, T*, de la chape, entraînent cette chape avec eux, & l'obligent de suivre le mouvement horizontal de l'Aiguille, tandis que tournant verticalement sans aucun obstacle, sur ces mêmes branches, ils permettent à l'Aiguille de suivre l'inclinaison que lui donne le cours de la matière magnétique. L'ouverture qui est au milieu de l'Aiguille, empêche qu'elle ne puisse rencontrer la chape.

La difficulté de s'assurer que le Fer qui se trouve si souvent mêlé avec le Cuivre, n'a aucune part à la déclinaison

ou à l'inclinaison de l'Aiguille, m'a fait choisir le bois, pour en composer le corps de la Bouffole, & l'ivoire pour en former les cercles, aussi-bien que l'axe dont l'extrémité qui porte la chape, est de fer. L'on peut y substituer le cuivre, pour éviter toujours le fer, autant qu'il est possible. A l'égard de cette chape, on pourroit en faire le corps de cristal; mais comme elle se trouve au centre de l'Aiguille, le peu de fer qui peut se trouver dans le cuivre dont elle est composée, ne sçauroit produire d'effet sensible, & si c'est un inconvénient, il est commun à toutes les Bouffoles.

On pourroit aussi substituer le Marbre & l'Argent aux matières que j'ai employées dans le modele que j'ai fait exécuter, & cela afin d'éviter les changements que l'action de l'air peut produire sur le bois & sur l'ivoire. L'inspection du modele, ou de la figure générale, fera comprendre les précautions que j'ai prises dans la construction du pied de cette Bouffole, afin de la pouvoir placer facilement dans le plan du Méridien, & pour mettre le cercle horizontal de niveau.

Je ne m'étendrai pas sur les différents usages dont pourroit être cette Bouffole, & sur la facilité qu'il y auroit de la substituer aux Bouffoles marines ordinaires. La seule inspection de la Figure 7, fait sentir l'idée de ce que je me propose de détailler dans une autre occasion : Et la Figure 8, est une représentation particulière de la chape sur son pivot, pour faire comprendre aisément les moyens dont je me sers, pour éviter que l'Aiguille ne quitte sa chape, comme la chape son pivot. Je me suis proposé seulement d'indiquer cette nouvelle construction, me réservant à vous rendre compte dans un autre temps, des observations que j'ai déjà faites, & de celles que je compte faire encore sur la déclinaison & sur l'inclinaison, tant avec l'Aiguille que je viens de décrire, qu'avec d'autres Aiguilles d'une construction différente, plus propres encore à nous faire connoître les changements qui peuvent arriver à l'inclinaison & à la déclinaison, par rapport aux différentes figures des Aiguilles.

Je me contenterai de remarquer qu'en général, j'ai trouvé

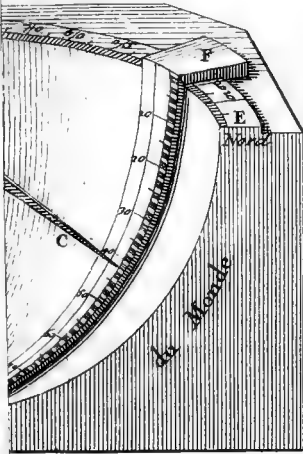
la déclinaison moins grande dans ma nouvelle Bouffole; qu'elle n'est dans les Bouffoles ordinaires; cette différence vient-elle de la suspension plus libre & plus dégagée de mes Aiguilles, & de ce qu'étant d'une égale épaisseur dans toute leur longueur, elles reçoivent une autre impression du torrent de matière magnétique qui les dirige? c'est ce que ne font pas les Aiguilles ordinaires, dont l'épaisseur n'est pas la même dans les deux parties séparées par la chape. Je compte examiner ceci, en repétant les expériences, & en les variant de toutes les façons possibles, pour me bien assurer du fait, avant que d'en rien conclure; car on ne sçauroit trop se tenir en garde contre les systemes précipités.



ANNEAU

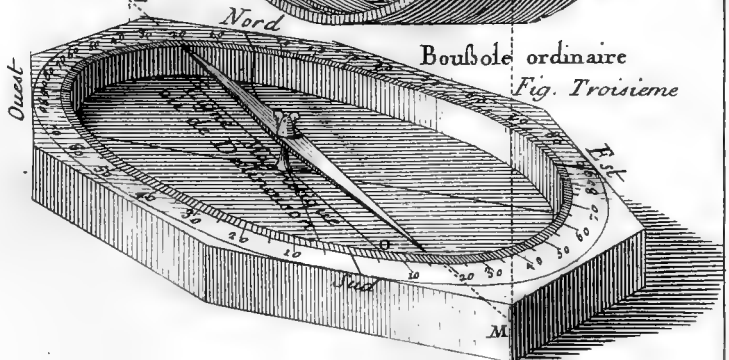
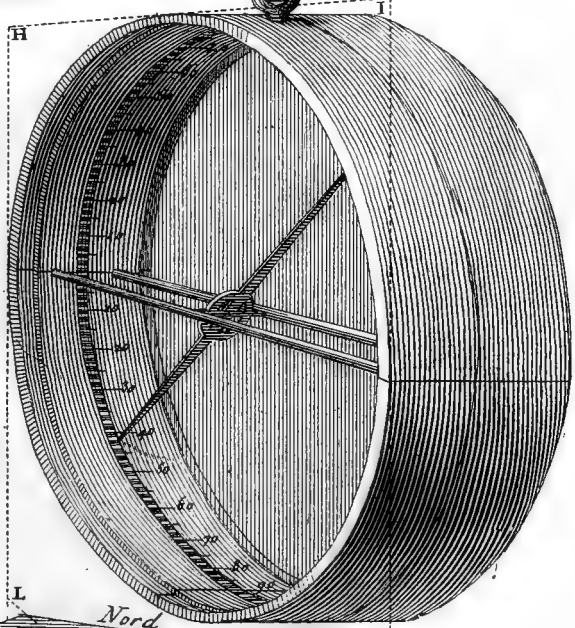
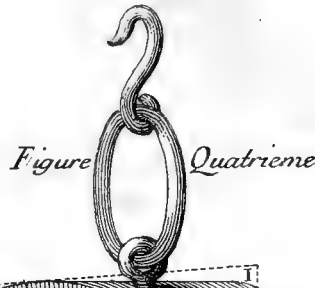
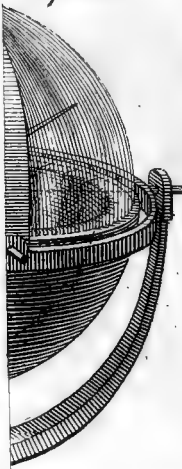
Dont le R. P. Feuillée a fait usage
pour observer l'Inclinaison de l'Aiman;
Et duquel il a donné une description
dans le journal de ses Observations.

Tom. I. de ses Voyages pag. 502.



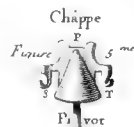
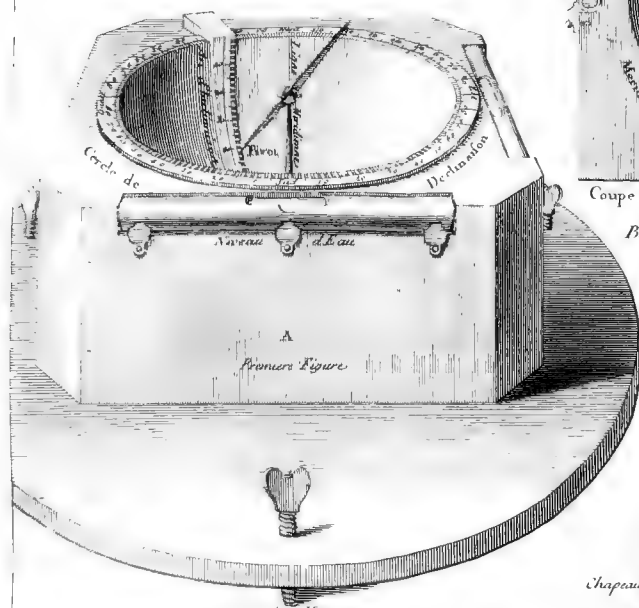
on et de Declinaison

et l'Inclinaison
de l'Aimantée
Septième.



BOUSSOLE

Pour observer par une seule et même opération
l'Inclinaison et la Declinaison
de l'Aiguille Aimantée
Avril 1732



Une des Vis pour
placer la Boussole
horizontalement

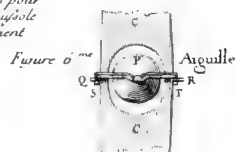
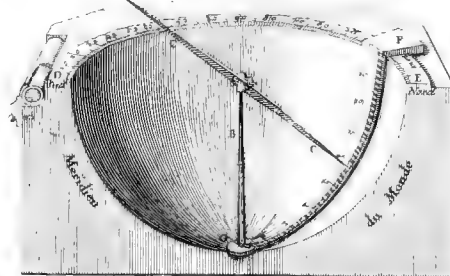


Figure Deuxième



Coupe de la Boussole d'Inclinaison et de Declinaison

Projet d'Une

BOUSSOLE MARINE qui donne l'Inclinaison
et la Declinaison de l'Aiguille Aimantée.
Figure Troisième

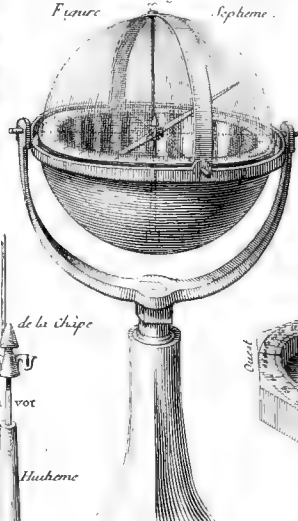
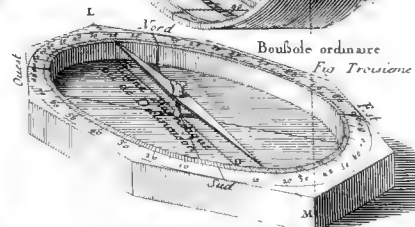
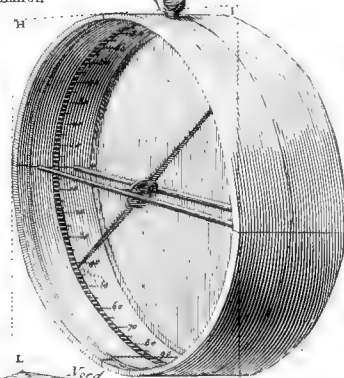


Figure Quatrième



Ammanau. Sculp.

ANNEAU
Dont le R.P. Feuillée a fait usage
pour observer l'Inclinaison de l'Aiman.
Et duquel il a donné une description
dans le journal de ses Observations
Tom. I. de ses Voyages pag. 52.

M A N I E R E

*De trouver des Courbes algébriques & rectifiables
sur la surface d'un Cone.*

Par M. CLAIRAUT.

A L'occasion du Probleme où il s'agit de trouver des courbes algébriques & rectifiables sur une sphere, dont on a plusieurs Solutions dans ce Volume, je me proposai d'en trouver sur quelqu'autre surface courbe, par exemple, sur celle d'un cone ordinaire. Voici quelques méthodes assez faciles pour résoudre ce Probleme.

Je prends l'équation la plus simple d'un cone qui est $xx = nyz$, & je cherche une courbe de projection sur le plan de la base, telle que le quarré de l'élément de sa rectification, plus le quarré de la différence de z fasse le quarré d'une différentielle intégrable, parce qu'alors on a $\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$ qui est l'élément de la rectification des courbes à double courbure, égale à une quantité qui s'intègre.

Par exemple, pour l'équation de la courbe de projection sur le plan de la base, je prends $axx = y^3$, qui donne pour l'élément de sa rectification $dy \sqrt{\frac{2y}{4a} + 1}$, & qui étant substituée dans l'équation $xx = nyz$ donne $\frac{y^3}{a} = nyz$, ou bien $z = \frac{yy}{na}$, & par conséquent $dz = \frac{2ydy}{na}$, & $dz^2 = \frac{4yydy^2}{nnaa}$. D'où l'on a $\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = dy \sqrt{\frac{2y}{4a} + 1 + \frac{4yy}{nnaa}}$. Pour que cette quantité soit intégrable, je donne à n une valeur, telle que la quantité qui est sous le signe radical soit un quarré, c'est-à-dire, que je la fais $= \frac{16}{9}$, car l'élément devient alors $dy \sqrt{\frac{9}{8}y + 1}$, qui est intégrable.

Mém. 1732,

5 Ccc

On n'a par cette méthode qu'un seul cone, même oblique; sur lequel on trouve une courbe algébrique & rectifiable; voici encore une façon de trouver de ces courbes sur une infinité de cones, parmi lesquels il y en a de droits & d'obliques.

Je prends l'équation du cone $xx = nyz + ryy$, & la même courbe de projection $axx = y^3$, d'où l'on a $dx^2 + dy^2 = \frac{\frac{2}{3}y dy^2 + a dy^2}{a}$, $z = \frac{yy}{an} - \frac{ry}{n}$; $dz = \frac{2y dy}{na} - \frac{r dy}{n}$, $dz^2 = \frac{4yy dy^2}{nnaa} - \frac{4ry dy^2}{nna} + \frac{r^2 dy^2}{nn}$, & ainsi $\sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)} = dy \sqrt{(\frac{2}{3}y + 1 + \frac{4yy}{nnaa})}$ qui sera intégrable, $-\frac{4r}{ma} + \frac{rr}{nn}$

en donnant à n une valeur telle, que la quantité qui est sous le signe radical, soit un quarré.

Je n'ai pas essayé de me servir d'autres courbes de projection, ce qui seroit cependant bien facile, à cause de la simplicité des équations des cones, & il y a grande apparence qu'on trouveroit de cette manière beaucoup d'autres courbes algébriques & rectifiables.

On en peut trouver fort aisément, sans aucun calcul, sur la surface d'une infinité de cones droits, pourvû que le rapport du côté du cone au rayon de sa base, soit de nombre à nombre. Pour cela, on déploiera la surface du cone, de façon qu'elle devienne un secteur, & on décrira sur ce secteur, une courbe algébrique & rectifiable, ou même une ligne droite; on reployera ensuite sur la surface du cone, le secteur qui l'avoit déjà enveloppé, & la courbe algébrique & rectifiable qui n'étoit que plane deviendra à double courbure, & sera décrite sur la surface du cone.

*Voyez la Figure
suivante.*

Je vais donner présentement une méthode qui s'étend à tous les cones droits. Que BCA soit un de ces cones, dont BCD soit le cercle de la base, A le sommet, DA l'axe; DCA un triangle quelconque par l'axe, N un des points de la courbe cherchée, & M celui de la courbe de projection

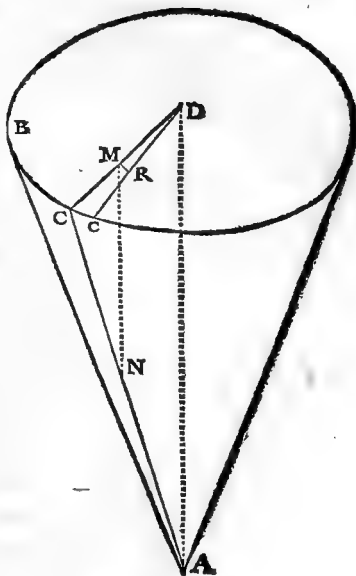
qui y répond : en nommant BC, x ; DM, y ; CD, r ; Cc, dx ; on aura $MR = \frac{ydx}{r}$, & $\sqrt{(\frac{yydx^2}{rr} + dy^2)}$ pour l'élément de la courbe de projection.

Présentement, si on nomme MN, z , & le rapport de CD à DA, m , ce qui donne $\frac{z}{m} + y = r$ pour l'équation de la droite CA , ou même du cone, on aura $dz = -m dy$, d'où l'élément de la rectification de la courbe à double courbure qui est $\sqrt{(\frac{yydx^2}{rr} + dy^2 + dz^2)}$ deviendra $\sqrt{[\frac{yydx^2}{rr} + (mm + 1) dy^2]}$.

Afin que cette expression appartienne à une courbe algébrique & rectifiable, il faut l'égaliser à une quantité ou fonction différentielle qui soit intégrable, & qui donne une valeur de x réductible à un ou plusieurs arcs de cercles, dont les rayons ayent un rapport de nombre à nombre avec r . Pour cela, je fais $\sqrt{[\frac{yydx^2}{rr} + dy^2 (mm + 1)]} = \sqrt{(\frac{By^2 dy^2}{cc - yy})} = \frac{y dy \sqrt{B}}{\sqrt{(cc - yy)}}$, d'où l'on a $\frac{yydx^2}{rr} = \frac{Byydy^2 - (mm + 1)ccdy^2 + (mm + 1)y^2dy^2}{cc - yy}$.

ou $dx = \frac{r dy \sqrt{yy(B + mm + 1) - cc(mm + 1)}}{y \sqrt{(cc - yy)}}$ que l'on peut

rapporter à deux arcs de cercles. M.^{rs} Bernoulli & de Maupertuis ont construit une différentielle toute semblable, dans les Solutions qu'ils ont données du problème des courbes algébriques & rectifiables sur la sphère, que l'on trouvera dans ce volume, ainsi je ne m'y arrêterai pas davantage.



S E C O N D M É M O I R E
S U R L A M A N I È R E
D'ARRESTER LES HÉMORRAGIES,
CONTENANT

*Deux Observations qui prouvent que le Sang s'arrête
par un caillot.*

Par M. P E T I T.

* Elle est décrite
dans le premier
Mémoire que
j'ai donné sur
cette matière.
Année 1731,
p. 85.

L'HÉMORRAGIE qui survint à M. le Marquis de Rotelin vingt-un jours après lui avoir coupé la cuisse, me mit dans la nécessité de faire un bandage ou machine propre à retenir le Sang *, & à procurer la consolidation des vaisseaux qu'on est obligé de couper dans cette opération. Cette machine me réussit, j'ose le dire, avec toute la facilité, la sûreté & la promptitude que l'on pouvoit souhaiter dans un cas aussi urgent que celui dont il s'agissoit.

La cuisse, & par conséquent l'artère crurale étoit coupée à quatre travers de doigt du ventre, la ligature n'avoit point réussi. Les stiptiques, les escharotiques, & la compression ordinaire avoient manqué deux fois ; le malade périssoit, & l'état du moignon ne permettoit pas qu'on fit de nouvelles tentatives de ligature, pour les raisons qui sont rapportées dans mon premier Mémoire.

Toutes ces circonstances rassemblées, représentent une situation bien triste à tous égards.

Mais quoique le bandage ou la machine que la nécessité m'inspira, fût ma seule ressource, je ne m'y serois peut-être pas fié autant que je le fis, si quelques mois auparavant, par une compression presque semblable, je ne m'étois tiré avantageusement d'une situation beaucoup plus effrayante.

Le S.^r Seneuze, Marchand Libraire, sur le quai des

Augustins, après avoir été dix-huit mois sans sortir du lit, à cause d'une fracture compliquée des os de la jambe, consulta plusieurs Chirurgiens, qui conclurent qu'on ne pouvoit lui conserver la vie, qu'en lui coupant cette partie, je lui fis cette opération en présence de mes confreres, qui ne furent pas moins étonnés que moi, de voir que le tourniquet, ni la ligature ne pouvoient arrêter le Sang. Pour en reconnoître la cause, & y remédier, je n'avois qu'un instant.

La cause étoit l'ossification totale de l'artere ; le tourniquet ne pouvoit la comprimer ; la ligature quoique forte ; n'en put plier les parois, & son canal restant le même, la colonne du Sang sortoit avec tout son volume & toute son impétuosité.

Le malade seroit mort entre mes mains, si j'avois été lent à délibérer sur le parti que j'avois à prendre. J'eus recours à la compression, j'appliquai sur la bouche des vaisseaux, plusieurs tampons de charpie, soutenus par des compressees graduées que j'élevai au dessus du niveau de la playe, pour que la forte compression se fit sur les vaisseaux, & que dans les parties d'alentour, modérément comprimées, la circulation pût se faire avec autant de facilité qu'il convient. Mais pour comble de malheurs, dix-huit mois d'inaction avoient occasionné l'enchylose de l'articulation de la jambe avec la cuisse, de manière que ne pouvant plier le genou, autant qu'il le faut pour que le moignon décrive un angle droit avec la cuisse, je n'eus point la facilité de passer les jets de bandes à plomb, & directement du genou au moignon, & du moignon au genou. On sçait que ces jets de bandes répétés assujettissent solidement l'appareil, & que la compression peut même être moins forte, & plus utile, lorsqu'elle est faite suivant les lignes qui passent directement des différents points du moignon aux différents points du genou, sur lesquels ces jets de bandes sont appuyés & assujettis.

Quoique l'impossibilité de plier l'articulation, rendit la compression difficile, j'y suppléai, en appliquant en forme d'étrier, le milieu d'une longue compresse sur celles que j'avois

déjà placées sur les vaisseaux; puis je fis tirer fortement vers la hanche, les deux bouts de cette longue compresse. Par ce moyen, le Sang fut arrêté; & si, pour favoriser l'effet des compresses, je ne pus passer mes jets de bandes précisément par la ligne selon laquelle la compression devoit se faire, j'en approchai cependant assés pour réussir. Lorsque tout l'appareil fut appliqué, je plaçai commodément le malade, je laissai près de lui deux Chirurgiens qui, pendant six heures, tantôt l'un, tantôt l'autre, tinrent les mains sur l'appareil, pour le contenir. Ainsi malgré tant de circonstances contraires à mon dessein, l'hémorragie fut arrêtée sans retour; si bien que le quatrième jour, je levai tout l'appareil avec facilité, & il ne s'échappa aucune goutte de Sang. Si on demande par quelle cause le Sang de cette artere osseuse a pû être arrêté, on ne pourra pas l'attribuer aux stiptiques; ni aux escharotiques dont on ne s'est point servi. On ne dira pas que ce soit par l'approche ou l'approximation des parois de l'artere, puisqu'elles étoient inflexibles; on ne dira pas non plus que les chairs qui se sont formées & accrûes dans les parois des vaisseaux, ou sur leurs bords, en ont bouché la cavité, ni que les chairs des environs, en croissant & s'approchant, en ayent fait la clôture, puisque le Sang a été arrêté d'abord, que depuis il n'a point coulé, & que les chairs ne commencent à se former que quelque temps après que la suppuration est bien établie; donc c'est par le moyen caillot, & non par celui des chairs que le Sang a été arrêté.

Dans l'amputation de la jambe, on coupe quelquefois l'artere qui perce le tibia dans sa partie postérieure supérieure; & qui fait souvent un pouce de chemin dans l'épaisseur, & suivant la longueur de l'os. Cette artere coupée dans son canal osseux, cause quelquefois une hémorragie qui inquiète beaucoup ceux qui ignorent le passage de cette artere. J'en ai toujours arrêté le Sang avec facilité, par le moyen de quelques tampons de charpie appuyés sur l'os, & soutenus par des compresses assés élevées pour avoir part à la compression que fait le bandage.

Dans ces deux occasions *, font-ce les chairs qui ont arrêté le Sang ? Non, c'est le caillot, c'est lui qui dans ces deux cas, a retenu le Sang, non-seulement jusqu'à ce que les chairs se fussent suffisamment accrues pour couvrir le vaisseau, car cela ne suffisoit pas, mais jusqu'à ce que les chairs fussent assés solides pour résister à l'impulsion du Sang.

* De l'Artere ossifiée & de l'Artere cachée dans un canal osseux.

Il est à remarquer que le caillot commence à se former, aussi-tôt que le Sang est retenu dans son vaisseau; si bien que deux ou trois heures après, il est en état de retenir le Sang, comme on l'a vû dans d'autres occasions, & presque toutes les fois qu'on a été obligé de lever le premier appareil, peu de temps après l'avoir appliqué. Il n'en est pas de même de la régénération des chairs, qui ne commence qu'après que la suppuration est établie, & par conséquent long-temps après l'amputation.

Si l'hémorragie s'arrête par un caillot, & s'il faut que les chairs se régénèrent, pour faire la réunion du vaisseau, le Chirurgien ne doit rien appliquer sur le moignon, qui ne favorise ces deux opérations de la Nature; car, si ce qu'il applique, est capable d'empêcher ou de retarder la coagulation du Sang & la suppuration, le caillot ne se formera pas, & la régénération des chairs se fera avec trop de difficulté & de lenteur.

Suivant ces principes, on conçoit bien d'abord que ce qui détruit les chairs, comme font les escarotiques, les détruit sans nécessité, & en pure perte; & que si on réussit quelquefois par l'application de ces médicaments, ce n'est point par ce qu'ils font escare, mais parce qu'ils coagulent le Sang dans le vaisseau. De ce que je dis, on conclura que tout médicament qui ne fera que coaguler, sans brûler, doit être préféré aux escarotiques, & que s'il y en a qui puisse en même temps coaguler le Sang, & rétrécir la bouche du vaisseau, sans brûler, celui-là sera préféré à celui qui ne fera que coaguler le Sang, parce qu'il aura non-seulement l'avantage de former un caillot, mais aussi celui d'empêcher que le caillot ne sorte.

Ainsi les simples coagulans seront préférés aux escarotiques,

& les stiptiques seront préférés aux deux autres. Ce que je dis est dans la supposition que l'on n'ait point d'autres moyens à employer que ces trois médicaments. Car je ne pense pas que les stiptiques, malgré leur double vertu, soient préférables ni à la ligature, ni sur-tout à la compression, telle que je l'ai pratiquée au S.^r Seneuze, & à M. le Marquis de Rotelin; car la disposition dans laquelle se trouvent les chairs, les arteres & le sang immédiatement après l'amputation, est la plus favorable qu'on puisse désirer, soit pour la suppuration qui précède la régénération des chairs, soit pour l'union des bords des vaisseaux l'un à l'autre, de la façon que je l'ai
 * en 1731. expliqué dans mon premier Mémoire*, soit même pour la formation du caillot auquel je me fierai davantage, lorsque le Sang aura été coagulé par lui-même, que lorsque la coagulation aura été procurée par quelque médicament que ce soit. C'est ce que j'ai expérimenté, & ce que je prouverai par les observations suivantes.

Tout le monde convient que toutes les parties du Sang ne sont pas susceptibles de coagulation; il est cependant vrai que quand on tire du Sang dans une palette, il se coagule d'abord tout entier; mais lorsqu'on le laisse reposer, on voit que la sérosité se sépare du caillot, de la même manière que le petit lait se sépare du lait caillé, la sérosité du Sang n'est donc point susceptible de coagulation.

Les deux autres parties qui sont la lymphatique & la globuleuse, pour l'ordinaire, font ensemble un caillot qui nage dans la sérosité; & on pourroit croire que ces parties du Sang sont toutes deux susceptibles de coagulation, si nous n'avions pas observé plusieurs fois au fond des palettes, & sur-tout à l'ouverture des cadavres, que la partie globuleuse & la sérosité conservent quelquefois leur fluidité, pendant que la partie lymphatique est seule coagulée.

Il est ordinaire qu'à l'ouverture des cadavres, on trouve le Sang coagulé dans le cœur & dans tous les vaisseaux, tant veines, qu'arteres; mais cette coagulation n'est pas toujours la même. Quelquefois la partie rouge & la lymphé exactement
 mêlées,

mêlées ; forment un caillot rouge & assés ferme ; d'autres fois ces deux substances, quoique coagulées, sont presque exactement distinctes, & forment un caillot de deux couleurs ; mais attendu que la lymphe est plus légère, la moitié supérieure de ce caillot est blanche, & l'inférieure est d'un rouge-brun, supposant que le cadavre se soit refroidi dans la situation horizontale, comme cela arrive ordinairement.

Si l'on examine le bassin dans lequel on vient de saigner du pied, on trouvera toutes les parties du Sang noyées dans l'eau chaude, & si l'on veut voir à l'instant quelle est la partie du Sang susceptible de coagulation, on n'a qu'à jeter un pot d'eau froide dans le bassin, & sur le champ, on verra la partie blanche se séparer de la partie rouge, & s'élever sur la surface de l'eau où elle forme des caillots très-durs, pendant que la partie rouge demeure universellement & exactement mêlée avec l'eau, & sans former aucuns caillots.

De ces expériences connues de tout le monde, on peut conclure que la partie blanche est non-seulement plus disposée à la coagulation que la partie rouge, mais qu'elle est la seule qui se coagule, & que la partie rouge ne feroit point partie du caillot, sans la partie blanche qui la retient. Les différents degrés de consistance qu'on trouve dans les caillots en sont une seconde preuve. En effet, le caillot de toute la masse exactement mêlée a quelque consistance, mais lorsque la partie rouge & la partie blanche se sont coagulées, pour ainsi dire, séparément ; le caillot blanc est très-dur, parce qu'il ne contient point de partie globuleuse, & le rouge est d'autant plus mol qu'il contient peu de lymphe ; de manière que quand la partie globuleuse & la sérosité restent fluides, & que la lymphe se coagule, le caillot est encore plus dur & plus blanc ; ainsi les différents degrés de blancheur & de solidité des caillots dépendent du plus ou du moins de parties globuleuses que la lymphe retient, en se coagulant. Le caillot de la seule lymphe est donc plus ferme, & par conséquent plus durable que celui de la partie rouge & de la partie blanche mêlées ensemble ; & il est donc plus avantageux que le caillot qui

arrête le Sang, soit fait de la partie blanche seule, que s'il est fait de l'une & de l'autre mêlées ensemble.

La pratique de la Chirurgie est conforme à toutes ces expériences. Il est de certaines maladies dans lesquelles le Sang est plus disposé à former un solide caillot, que dans d'autres, comme sont toutes les maladies où la lymphe est épaissie; par exemple, si l'on fait quelque opération à ceux qui sont atteints d'écrouelles, maladie où la lymphe est épaissie, on arrête le Sang avec facilité, & ce qu'il y a de particulier, mais que je n'entreprends pas d'expliquer aujourd'hui, c'est que lorsqu'on leur coupe quelque membre, ils en guérissent presque tous, & plus promptement que d'autres. J'ai observé la même chose dans les opérations que j'ai faites à certains vérolés, & même à ceux qui étoient atteints du scorbut au premier degré, lorsque le Sang n'est pas encore dissout. Tous ces faits n'étonnent point, quand on sçait que les uns & les autres de ces malades ont la lymphe fort épaissie, & qu'elle se coagule avec facilité.

Il est plus difficile d'arrêter l'hémorragie à ceux à qui on coupe les membres dans le jour même qu'ils ont été blessés, qu'à ceux à qui on ne les coupe que quelques jours après; parce que dans ceux-ci, la lymphe est plus disposée à la coagulation, que dans les autres, dont le Sang n'a point souffert d'altération.

Lorsqu'un membre gangrené est coupé dans la partie morte, il n'y a point d'hémorragie, parce que le Sang est caillé dans une grande étendue du vaisseau, & le caillot y est blanc & dur, par conséquent lymphatique, comme on le prouve par les observations suivantes.

M. Martial Chirurgien-Major de l'Hôpital de Tournai, en 1694, coupa les deux jambes à une pauvre femme (elles étoient gangrenées), & il les lui coupa toutes deux dans la partie morte; il n'y eût point d'hémorragie à l'amputation de la première jambe, & il n'y en auroit point eu à celle de la seconde, si, après avoir coupé, il n'avoit tiré un petit corps rond, dur & blanc, qu'il prenoit pour un bout de nerf

ou de tendon, & qui se trouva être un caillot de 3 pouces de longueur. La colonne du Sang l'avoit poussé, & il sortoit du vaisseau, de la longueur de 7 à 8 lignes. Alors l'artere d'où il fut tiré n'étant plus bouchée, le Sang jaillit, mais fut arrêté par les moyens ordinaires.

Nous avons plusieurs exemples de membres amputés pour cause de gangrène*, à qui il n'y a point eu d'hémorragie, quoiqu'on ait amputé dans le vif, & même assés avant, parce que le caillot ne se borne pas à la partie morte, il s'étend quelquefois fort avant dans la partie vivante, jusqu'où la disposition inflammatoire s'étend. Car on remarquera que dans tous les cas dont on vient de parler, s'il n'y a pas toujours inflammation apparente, le Sang y est au moins très-disposé, & l'expérience nous montre tous les jours que l'hémorragie qui arrive aux opérations qu'on fait dans des cas d'inflammation est plus facile à arrêter, que celle qui arrive aux opérations qu'on fait à des personnes qui d'ailleurs sont en santé.

**Mad.^e Huby.
La Dame Tru-
daine, religieuse
de S.^t Elisabeth.*

De toutes ces observations, il résulte que la lymphe est la seule partie du Sang susceptible de coagulation, & que le caillot est plus solide, & par conséquent plus convenable pour boucher le vaisseau, lorsqu'il est formé de la seule lymphe.

Il s'agit de prouver présentement, que lorsque le Sang se coagule par lui-même, le caillot est plus convenable pour arrêter le Sang, ou, ce qui est la même chose, que le caillot est plus lymphatique, quand le Sang se caillé par lui-même, que lorsqu'on s'est servi de quelque médicament que ce soit.

Pendant que le Sang arrêté dans le vaisseau, conserve sa fluidité, la lymphe & la partie globuleuse du Sang se séparent, comme il a été dit, parce que leurs différents degrés de pesanteur, obligent l'une de descendre, & l'autre de s'élever; & comme ni l'une, ni l'autre, ne circulent plus, elles perdent de leur fluidité peu à peu, & se coagulent chacune de leur côté.

Comme cette séparation ne se fait que pendant que le Sang est encore fluide, il est avantageux que cette fluidité subsiste, au moins jusqu'à ce que la plus grande partie de la lymphe

ait abandonné la partie globuleuse. Car, s'il étoit possible que la fluidité se conservât jusqu'à ce que toute la lymphe fut élevée au-dessus de la partie globuleuse; alors il n'y auroit qu'un caillot blanc, & de pure lymphe. La partie globuleuse & la sérosité resteroient fluides, puisqu'elles ne sont susceptibles de coagulation, qu'autant qu'il reste quelque portion de lymphe mêlée avec elles. Cela étant, il ne faut rien appliquer sur le vaisseau qui soit capable de faire perdre trop tôt au Sang sa fluidité. Les stiptiques, les escarotiques, & autres médicaments coagulans ne conviennent donc point, parce qu'agissant trop brusquement, ils ne donnent point à la lymphe, le temps de se séparer de la partie rouge. Elles se coagulent ensemble, ce qui forme un caillot mol, sans consistance, peu adhérent, & qui souvent ne bouche pas exactement le vaisseau, jusqu'à ce qu'il soit réuni ou bouché par les chairs.

Ainsi pour arrêter les hémorragies, il ne faut autre chose qu'un appareil compressif qui empêche le Sang de sortir du vaisseau; alors le Sang arrêté se coagulera peu à peu, la lymphe se séparera, & le caillot sera tel qu'il doit être, capable d'empêcher que le Sang ne sorte, même dès le premier jour; ce qu'il ne faut pourtant point éprouver. Il est plus prudent d'attendre que l'appareil, humecté par le suintement de la playe, n'ait aucune adhérence avec le moignon. On ne court point risque de détruire, ou les réünions commencées, ou les adhérences du caillot. Quand le premier appareil est levé, il faut appliquer le second très-promptement, afin que le caillot toujours soutenu par la compression, conserve ses adhérences, & résiste à l'impulsion du Sang, jusqu'à ce que les chairs accrues soient suffisamment affermies. Il étoit du moins absolument nécessaire que cela fût ainsi dans les deux cas rapportés au commencement de ce Mémoire, où l'on avoit à retenir le caillot dans deux arteres dont les parois ne pouvoient s'approcher, parce que l'une étoit ossifiée, & l'autre renfermée dans un canal osseux. Dans de pareilles occasions, on doit faire une compression très-forte, puisque le diametre

du vaisseau est resté le même, lorsqu'au contraire, quand le vaisseau est pliant, une médiocre compression suffit.

Mais dans tous les cas, il est d'une nécessité absolue de procurer un très-grand repos au malade & à la partie coupée; & pour cela, il faut placer le moignon si commodément, qu'on ne soit point obligé de le changer de place que le plus tard qu'on peut; parce qu'en le changeant de situation, l'on troubleroit la formation du caillot. Mais en le plaçant, on observera toujours que le bout du vaisseau coupé soit, autant qu'il est possible, tourné vers l'horison, non-seulement parce que le Sang ayant sa pesanteur à vaincre, agira moins contre le caillot, mais encore parce que le caillot en sera plus dur, plus solide & placé plus favorablement. Il en sera plus solide, puisque quand le Sang se caille par lui-même, la partie blanche qui le forme, est pure, & presque entièrement séparée de la partie rouge; & il sera placé favorablement, puisque la partie blanche qui est plus légère que la rouge, s'élèvera près de l'extrémité du vaisseau, qui est le lieu le plus avantageux que puisse occuper le caillot.



NOUVELLES EXPERIENCES SUR LE BORAX,

*Avec un moyen facile de faire le Sel Sédatif, & d'avoir
un Sel de Glauber, par la même opération.*

Par M. GEOFFROY.

19 Mai
1732.

LE Borax est un Sel, dont la composition ou naturelle ou artificielle, est peu connue; l'Histoire naturelle, tant ancienne, que moderne, nous fournit sur ce Sel étranger, peu d'éclaircissements; & de ce qu'elle en rapporte, nous ne pouvons conclure que ce soit la véritable Chrysocolle des anciens, quoique les Espagnols qui travaillent les Mines du Chily, les Vénitiens, & d'autres modernes, lui donnent encore ce nom qu'ils ont pris dans l'ancienne Histoire naturelle.

Pline, en parlant de la Chrysocolle de son temps, la divise en deux especes. La naturelle qui se tiroit des Mines de Cuivre. L'artificielle qu'on faisoit, en agitant & en triturant de l'urine de jeunes enfans, dans des mortiers de bronze.

Paul Herman, dans sa matière médicale (*de l'édition de Strasbourg, de 1726, p. 651.*) dit qu'on fait le Borax aux Indes Orientales, d'une terre nitreuse; qu'après l'avoir calcinée, & mise en poudre, on la fait bouillir, & qu'on en fait une forte lessive; qu'on l'expose ensuite à l'air, pour la faire cristalliser; que ce Sel ne se perfectionne pas davantage dans le Païs, & que c'est dans les lieux où on le transporte, qu'on le purifie.

A ces deux descriptions, & principalement à celle de Pline, on ne reconnoît pas le Borax d'à présent; car, par les essais que j'ai faits sur la solution de ce sel dans l'eau sans addition, je n'y ai pu trouver aucun atôme de Cuivre; quoiqu'il dût y en avoir considérablement, si c'étoit la Chrysocolle de Pline.

Je ne trouve pas non plus qu'il puisse être fait d'une terre nitreuse (prise dans le sens, & selon les propriétés de notre

Nitre d'à présent), parce qu'il cristalliferoit autrement, & fuseroit sur le Charbon; que si M. Herman entend par le Nitre des Indes, le Nitre d'Agra, & de quelques autres endroits des Indes Orientales, qui est un *Natrum*, & par conséquent, un fort alkali, le Borax seroit un Sel alkali beaucoup plus sensible, & auroit un goût beaucoup plus âcre, à moins qu'en fabriquant ce sel, on n'ajoute au *Natrum* quelque matière qui adoucisse cette âcreté, & en fasse un sel salé imparfait où l'alkali domine encore.

Feu mon Frere a dit, dans les leçons qu'il dictoit au College Royal, sur la matière médicale, & d'après des Mémoires qu'il avoit eûs d'un voyageur Allemand, nommé M. *Naeglin*, bon Naturaliste, qui avoit fait beaucoup de recherches sur ce Sel, tant aux Indes, qu'à Venise où on le purifioit autrefois, « que le Borax se tiroit de divers endroits des Indes Orientales, « mais en plus grande quantité des États du Mogol, & de la « Perse; qu'en différentes contrées de ces deux États, il couloit « lentement de plusieurs Mines, & principalement de celles de « Cuivre, une eau saline, trouble & verdâtre qu'on recueilloit « avec soin; qu'après l'avoir évaporée jusqu'à une certaine con- « sistence, on la versoit dans des fosses creusées en terre, & « enduites d'une pâte, composée du limon déposé des mêmes « sources minérales, & de la graisse des Animaux; qu'on re- « couvroit ces fosses d'une épaisseur convenable, de la même « pâte; qu'au bout de quelques mois, on les ouvroit, qu'on « trouvoit l'eau évaporée en partie, & le Sel de Borax cristal- « lisé; qu'on en retiroit ces cristaux encore mêlés ou recouverts « de ce limon gras, & qu'on nous l'apportoit des Indes en « cet état. »

Nos Commerçans tirent aussi du Borax, de la Chine, où il coûte peu; ce qui seroit soupçonner que ce seroit un Sel naturel dans le País, ou du moins d'une fabrique très aisée.

On raffine à présent ces différents Borax en Hollande, mais ce n'est pas un secret propre aux Hollandois, puisqu'il y a un particulier, dans le Fauxbourg S.^t Antoine, qui en a raffiné & qui en a livré aux Marchands, d'aussi beau & d'aussi

pur que celui de Hollande. En cet état de purification parfaite, il est transparent comme le Cristal de Roche.

Brut, tel qu'on l'apporte des Indes, ses cristaux sont ordinairement gros comme des avelines, d'une couleur verdâtre, sale & obscure, comme la pierre de Lâre de la Chine, ou comme le Jade verd-pâle. Ils sont tous chargés d'impuretés, de terrestréités, & enduits d'une matière grasse, qui est peut-être celle de la pâte dont je viens de parler, ou quelque'autre grasse dont on les a recouverts, pour les empêcher de se calciner, & de se réduire en farine, pendant leur transport dans ces Païs chauds. Car on sçait que le Borax se calcine aisément à l'air, aussi-tôt qu'après l'avoir lavé dans l'eau froide, on l'a dégagé de son enveloppe onctueuse, laquelle blanchit l'eau, & s'y dissout comme le Savon.

Les cristaux de ce Sel ont la figure d'un prisme oblique à six faces, dont la base a six côtés, tels que les côtés opposés sont paralleles & égaux. Le grand diametre ou la longueur de cette base est à peu-près double, & quelquefois plus que double de sa largeur. Une singularité de ces cristaux, est que si l'on considère les deux plans opposés qui peuvent réciproquement servir de base, on apperçoit un petit côté de ce plan ou arrête de ce solide, émouffé dans toute sa longueur, & quelquefois aussi l'angle aigu qui l'avoisine, & les deux arrêtes ainsi émouffées, une dans chaque plan, sont tellement situées qu'elles sont diamétralement opposées. Quoique cela ne soit pas exactement vrai dans tous ces cristaux, on voit cependant qu'ils affectent assés généralement cette figure. Le plus grand diametre de la base des plus gros que j'aye pû trouver a environ 10 à 12 lignes, & le petit diametre ou celui qui marque l'épaisseur a 5 ou 6 lignes. La longueur n'est pas toujours proportionnée à la grandeur de la base; car, tel dont le grand diametre de la base n'a que 8 lignes, en a 13 à 14 de hauteur, & tel autre, dont le grand diametre de la base a 12 lignes, n'a que 10 lignes de hauteur*.

* Voyés les figures de ces cristaux dans la Table.

Il y a des cristaux qui ne sont pas, à beaucoup près, si gros, il y en a même d'aussi petits que des grains de millet.

Comme

Comme il y a grande apparence que ce Sel s'est formé dans une liqueur trouble ou bourbeuse, on y trouve, en le dissolvant, beaucoup de terre grossière, ou de sable, & la couleur verdâtre disparoît, si on le cristallise de nouveau.

Voilà à peu-près tout ce que je puis dire de l'extérieur du Borax. Quant à son intérieur, qui a été l'objet des recherches de la plupart des Chymistes de l'Europe, je n'en pourrois rien dire que par conjectures. Becher semble avoir connu la composition de ce Sel, si ce n'est point au hasard qu'il a dit dans sa *Physica subterranea* (édit. de Leips. p. 542.) & dans son *Alphabetum minerale*, p. 115. » Que l'acide universel dissolvant « une pierre ou terre fusible, forme le Borax, comme il forme « l'Alun, lorsqu'il rencontre une terre propre à faire la chaux. »

Sur cette idée, j'ai tenté quelques expériences dont je ferai part si elles réussissent.

Peut-être aussi quelque jour, le Borax se découvrira-t-il à nos yeux, dans des matières où l'on ne soupçonne pas qu'il puisse être; comme on a trouvé le Sel de Glauber, & le Tarte vitriolé dans des Eaux minérales, dans des Plantes, & dans d'autres mixtes naturels.

M. Homberg a crû que le Borax étoit un Sel urineux minéral. M. Lémery le pere, l'a qualifié de Sel moyen, qui ne fermentoit ni avec les acides, ni avec les alkalis; & en dernier lieu, M. Lémery l'a défini un Sel alkali, parce qu'il précipite la terre métallique des Vitriols, & la terre de l'Alun presque aussi-bien que le peut faire le Sel de Tartre. Il a fait voir aussi que le Borax se sublimoit, non-seulement avec l'acide vitriolique, mais avec les autres acides minéraux, & avec le vitriol blanc. Ainsi il ne s'agit ici que de quelques moyens particuliers qui facilitent l'opération du Sel sédatif de M. Homberg, de différentes observations que j'ai faites en sublimant ce Sel, & de quelques phénomènes que j'ai remarqués dans les procédés repetés de cette opération.

Le Borax purifié se calcine à l'air, comme l'Alun; il se dissout moins facilement que lui dans l'eau froide, mais beaucoup plus vite dans l'eau chaude.

Lorsqu'on verse de l'eau bouillante sur des cristaux entiers de Borax, mis dans un vaisseau capable de supporter la chaleur de l'eau, ces cristaux s'écartent en pétillant, selon la longueur de leurs prismes, & les parties qui s'en détachent se précipitant à mesure que les cristaux se divisent, elles se collent au fond du vaisseau assés fortement pour qu'on ait de la peine à les en détacher : d'où l'on peut conjecturer qu'il y a toujours une viscosité naturelle dans le Borax.

La solution de ce Sel n'agit pas sur les métaux parfaits. Tenuë dans la bouche, elle y développe un goût urineux, comme le fait le Sel de la Soude; mais d'une manière moins sensible que ce dernier. Lorsque cette solution est faite à grande eau, il s'en précipite une terre blanche extrêmement fine.

Le Borax poussé au grand feu, se boursouffle, blanchit; se calcine comme l'Alun; puis il prend la forme de verre. En cet état, il perd près de la moitié de son poids, c'est-à-dire, près de huit onces par livre. M. Lémery n'a trouvé cependant que sept onces de diminution; mais cette différence vient, sans doute, du plus ou du moins d'humidité que les différents Borax retiennent dans leurs cristallisations.

Cette espece particulière de verre de Borax est dure, compacte, transparente comme du verre ordinaire. Ce n'est cependant qu'un Sel privé de son flegme, qu'il reprend aisément à l'humidité de l'air, puisqu'il s'y ternit, qu'il y perd sa transparence, & qu'au bout de quelque temps il est à l'extérieur comme un autre Borax qui n'auroit pas été fondu à grand feu.

Les liqueurs acides attaquent ce verre, & agissent sur lui comme sur les verres de mauvaise fabrique dont j'ai parlé dans un de mes Mémoires. Feu M. Lémery ayant remarqué que ce verre de Borax se dissolvoit totalement dans l'eau chaude, & qu'il se recristallisoit ensuite, j'ajoute à cette remarque qu'il ne petille pas dans l'eau bouillante, comme il le fait avant que d'être vitrifié, & qu'il y dépose une terre fine en plus grande quantité que ne le fait le Borax non-vitrifié.

De tous les sels, nous ne connoissons jusqu'à présent que

le Borax qui sans addition prene cette forme de verre au grand feu ; d'où l'on peut conjecturer, d'après Becher, qu'il auroit pour base cette terre fusible dont il parle, mais en même temps que les parties intégrantes de cette terre étant trop tennues, ne présenteroient pas à l'impression de l'air & à l'action des liqueurs acides des surfaces assés solides pour leur résister.

On remarque aussi que le Borax, qui par quelques-uns est employé comme fondant dans la composition des cristaux factices, leur communique à la longue le défaut qu'a son verre de se ternir à l'air, & que c'est à tort qu'on l'y emploie : par la même raison c'est mal-à-propos que quelques Artistes le font entrer dans le verre d'Antimoine : car quoiqu'il le rende plus transparent d'abord, il le ternit ensuite, & se calcine.

Le Borax ne fermentant ni avec les acides, ni avec les alkalis, auroit pû être regardé comme un sel salé ou moyen. Mais ayant été examiné avec plus de soin, on a vû qu'il étoit un alkali, non seulement, comme on l'a déjà dit, parce qu'il précipite la terre métallique des Vitriols, la terre de l'Alun & la terre de l'eau de Chaux, mais aussi parce que sa solution verdit le suc des fleurs de Violette ; qu'il développe, comme le sel de Tartre, l'urineux du sel ammoniac ; qu'il précipite en couleur citronnée la dissolution du Mercure par l'esprit de Nitre, quoique sans fermentation sensible.

Si on étend cette dernière dissolution, ainsi précipitée, dans de l'eau commune, la liqueur s'éclaircit davantage, & le précipité prend une couleur grise ardoisée ; ce qui prouve un alkali dans le Borax, puisque dans cette expérience il agit encore comme le sel de Tartre ; de plus, comme lui, il fait avec la solution du sublimé corrosif un précipité rouge orangé.

Le Borax précipite assés vite le Fer & le Cuivre dissouts ; mais très-lentement l'Or & l'Argent ; il ne régalfie point l'esprit de Nitre, mais il n'empêche point sa régalfication par le Sel ammoniac. L'Or dissout dans une eau Régale où l'on a mis le Borax se soutient assés bien dans son dissolvant. Cependant il y pâlit, apparemment par la même raison que ce sel

fait pâlir l'Or dans la fonte. Le Borax qui se trouve de trop dans cette liqueur se précipite en feuillets : l'Or se précipite aussi, mais ce n'est qu'après plusieurs jours.

A l'égard de l'Argent, il ne met aussi aucun obstacle à sa dissolution dans l'Esprit de Nitre, & je ne me suis point aperçû encore qu'il le précipitât, à moins qu'il ne le fasse à la longue.

Quant aux matières terreuses, il ne les précipite guères plus promptement que les métaux imparfaits qui ont été dissous par les acides. Il faut un poids égal de Borax & d'Alun pour précipiter la terre de ce dernier ; c'est-à-dire, que la solution de quatre onces de l'un, & de quatre onces de l'autre ayant été filtrée, il s'est précipité une terre mucilagineuse, fine, blanche, qui séchée, pesoit 7 gros 50 grains, ce qui ne se seroit pas fait avec un moindre poids de Borax. Après quelque temps d'évaporation à l'air, il s'est encore trouvé un peu de terre plus jaune au fond du vaisseau.

En cherchant la juste proportion de poids du Borax avec celui des Vitriols, pour faire exactement la précipitation de leur terre métallique, j'ai trouvé qu'il a fallu trois parties de Borax sur deux de Vitriol bleu, c'est-à-dire, une once & demie de l'un, & une once de l'autre, pour faire la précipitation de la terre cuivreuse. Ce précipité est devenu de couleur bleuë-verdâtre, & chaque gros de ce Vitriol a fourni 33 grains de sa terre métallique, semblable à la cendre bleuë des Peintres.

La même dose a été nécessaire pour faire la précipitation du Vitriol blanc, lequel m'a donné une terre légère & blancheâtre qui, séchée comme la précédente, s'est trouvée de même poids que celle du Vitriol bleu.

Comme la précipitation complète de la terre ferrugineuse du Vitriol vert est plus difficile à faire, du moins avec précision, j'en ai pris une plus grande dose, & il m'a fallu trois livres de Borax sur une livre de Vitriol, pour précipiter cette terre au point que la solution des deux Sels demeurât limpide. Cette terre précipitée, de couleur jaune-orangée au dessous

de la pellicule, ayant été parfaitement séchée à l'air, s'est trouvée peser six onces un gros & quelques grains.

Par ces doses amenées petit à petit au point de précision que je cherchois, j'ai été sûr d'avoir précipité toutes les parties métalliques ou terreuses de ces sels, en sorte que leur solution n'avoit plus de saveur métallique, & que l'acide vitriolique uni au Borax n'avoit plus qu'un goût salé.

J'ai parlé ci-dessus de la précipitation de la terre de l'eau de chaux par le Borax; j'avois pris deux livres cinq onces six gros de cette eau, & une once de Borax dissoute dans neuf à dix onces d'eau : les deux liqueurs étant confonduës ensemble, il s'en est précipité trente-six grains d'une première terre très-blanche.

La liqueur du mélange étant décantée de dessus cette première terre précipitée, & ayant été mise à évaporer, il s'est précipité encore une seconde terre légère, feuilletée & argentine, quoiqu'un peu jaunâtre, & dans cette terre, le Borax s'est recristallisé en cristaux mieux formés qu'ils n'ont coutume de l'être, lorsqu'il se cristallise sans aucune addition, par des évaporations lentes. Il paroît par cette observation que pour la cristallisation plus parfaite de certains Sels, il est nécessaire qu'il y ait dans leur solution, une terre qui leur soit surabondante.

Tous les mélanges du Borax avec l'acide vitriolique, & avec les acides du Nitre & du Sel marin, nous donnent le Sel sédatif, en suivant le procédé indiqué énigmatiquement par Becher, trouvé par M. Homberg, & étendu à tous les acides minéraux par M. Lémery. Ce Sel fait par la sublimation, selon ces procédés, est un assemblage de fleurs salines que j'aurai lieu dans la suite, de comparer aux fleurs de Benjoin. Elles sont si fines & si légères qu'elles nagent sur l'eau, & qu'elles ne s'y dissolvent que quand l'eau est chaude.

Le Sel sédatif est un Sel salé parfait, qui n'altère point la couleur du suc des Violettes, qui n'agit point sensiblement sur la solution du Sublimé corrosif, ni sur la dissolution du Mercure par l'Esprit de Nitre, & ce n'est qu'au bout d'un

long temps qu'il s'y fait un précipité jaune-citron, semblable à celui que fait le Borax. Il y a pourtant quelque différence entr'eux ; car le précipité que le Sel sédatif a donné, n'a point changé de couleur dans les lotions avec beaucoup d'eau, comme a fait le précipité fourni par le Borax. Ainsi il est parfaitement semblable, quant à cette expérience, à de pareils précipités faits par le Sel de Glauber & le Tartre ~~vitriolé~~ ; car ces deux derniers sels précipitent l'un comme l'autre, le Mercure dissout par l'Esprit de Nitre.

Le Sel sédatif est précédé par différentes liqueurs pendant qu'il est sur le feu pour se sublimer. La première n'est qu'un flegme un peu gras qui a l'odeur du savon, mais qui n'opere rien dans les essais. Celle qui vient ensuite avec les premières fleurs, trouble en blanc, quoiqu'à la longue, la dissolution du Mercure. Il se dépose un précipité très-léger, de peu de volume, d'un blanc un peu jaunâtre, semblable au précipité fait par l'Esprit de Vitriol foible, mais qui jaunit, comme je viens de le dire, au lieu que ce dernier ne jaunit point.

Le Sel sédatif, dissout dans l'eau chaude, se recristallise, lorsqu'elle est froide, en nouveaux flocons de feuilletés brillants qui ne diffèrent des fleurs de la sublimation, qu'en ce qu'ils sont plus épais & plus pesants ; & c'est cette dernière observation qui m'a indiqué le moyen facile d'avoir le Sel sédatif par cristallisation. Mais avant que d'en décrire le procédé plus au long, je continuerai le détail de toutes les autres observations qui ont rapport à la sublimation de ce sel.

Pour faire cette sublimation avec plus d'exactitude, il faut se servir d'une cornue de verre à col large, mettre dedans quatre onces de Borax en poudre fine, verser dessus une demi-once d'eau commune seulement, parce que j'ai observé qu'il est inutile de dissoudre le Borax dans l'eau, comme on fait ordinairement, & qu'il suffit que la masse saline soit humectée comme une pâte mole ; on y ajoute ensuite une once deux gros d'huile de Vitriol concentrée, & l'on place la cornue à un feu de reverbere modéré d'abord, & qu'on augmente ensuite par degrés jusqu'à faire rougir la cornue. De cette manière,

le Borax étant étendu dans beaucoup moins d'eau, & resserré dans un plus petit espace que dans les cucurbites, suivant le procédé ordinaire ; l'acide vitriolique l'attaque plus vite, & le pénètre plus aisément.

Il passe d'abord dans le récipient environ une once d'humidité aqueuse, puis le sel volatil monte avec les dernières humidités qui s'élèvent encore de la masse saline ; ce qui fait qu'une portion de ce sel se résout avec ce second flegme, & passe avec lui dans le récipient ; mais la plupart de ses fleurs salines s'attachent à la première partie du col de la cornuë qui sort de l'échancrure du fourneau : elles s'y accumulent en se poussant insensiblement les unes les autres, en sorte qu'elles bouchent légèrement cette portion du col occupée. Alors celles qui montent, lorsque le col est bouché, n'ayant plus d'air extérieur qui les rafraîchisse en les condensant, & se trouvant placées d'ailleurs dans la partie postérieure du col de la cornuë qui est la plus exposée au feu, elles s'y attachent & s'y vitrifient en quelque manière, de sorte qu'elles y forment un cercle d'un sel fondu & mat : dans cet arrangement les fleurs du Sel sédatif semblent partir de ce cercle, & l'avoir pour base. Elles y sont en lames extrêmement minces, brillantes, très-légères, & s'en détachent aisément avec une plume.

Lorsqu'on les a retirées & mises à part, si l'on veut continuer l'opération avec le même mélange, il n'y a qu'à remettre sur la masse saline restante environ deux onces d'eau, ce qui suffit pour r'humecter ce sel resté dans la cornuë, qu'il faut replacer dans le fourneau pour recommencer la précédente opération. Je n'y emploie que de l'eau commune, parce que je conserve à part la liqueur recueillie dans le récipient, qui contient beaucoup de Sel sédatif passé avec elle, pour l'en retirer ensuite par évaporation & cristallisation.

Mais sans replacer la cornuë au feu, on peut tirer de la masse saline calcinée qui est restée au fond, tout le Sel sédatif qu'elle contient encore, en le faisant dissoudre dans une suffisante quantité d'eau qu'il faut filtrer, pour séparer une terre brune qui se précipite à chaque fois que l'on dissout la masse

lorsqu'elle a été calcinée : on l'évapore ensuite, & on la fait cristalliser, ainsi que je le dirai plus au long ci-après.

J'ai dit que le Vitriol vert abandonnoit sa terre ferrugineuse plus difficilement que les autres Vitriols n'abandonnoient leur terre métallique, & qu'il m'a fallu employer trois livres de Borax sur une livre de couperose verte pour en précipiter totalement sa terre, & pour avoir les solutions limpides ; j'ajoute à cette observation que sans cette précipitation préliminaire, on parvient difficilement à faire la sublimation du Sel sédatif par le mélange de ces deux sels, parce qu'il n'y a que la partie acide du Vitriol qui serve dans l'opération ; & comme j'avois remarqué qu'il falloit un peu plus d'une once d'huile de Vitriol concentrée sur quatre onces de Borax pour la sublimation du Sel sédatif, il me falloit un même rapport d'acide en employant le Vitriol vert lui-même ; or ce rapport d'acide ne se trouve exactement que dans l'opération elle-même : car ayant mis quatre onces de Vitriol vert avec deux onces de Borax, & ayant mêlé les solutions de ces deux sels dans une cucurbite, la première sublimation n'a fourni qu'une petite quantité de sole farine. J'ai refondu la masse, & l'ai mise à sublimer, ce que j'ai répété encore deux fois sans pouvoir faire monter le Sel sédatif, quoiqu'à chaque solution de la masse dans l'eau il se précipitât beaucoup de terre ferrugineuse que j'ai séparée par le filtre ; mais à la quatrième solution & sublimation, cette terre métallique étant suffisamment précipitée, il s'est élevé assez considérablement de Sel sédatif en lames brillantes & bien formées : donc il a fallu que cette terre fût séparée par précipitation de la partie acide du Vitriol pour que cet acide pût agir sur le Borax comme l'huile de Vitriol y agit d'abord.

Je ferai observer aussi que la masse saline dont il est question présentement, fournit moins de Sel sédatif à la sept ou huitième sublimation, mais que l'ayant exposée à l'air humide pendant sept ou huit jours, & remise ensuite au feu, elle m'a donné du Sel sédatif en plus grande quantité que dans les précédentes sublimations.

Cette

Cette terre métallique précipitée est un safran de Mars très-fin qui retient encore du Sel sédatif, & je crois qu'on pourroit le regarder comme le soufre narcotique du Mars, suivant l'idée des Auteurs qui en ont écrit; du moins il s'enflamme aisément, & il donne aussi à la flamme une couleur verte qu'on ne doit attribuer qu'au Borax, comme je le dirai à la fin de ce Mémoire.

De tous les Vitriols il n'y en a point qui fournisse plus de Sel sédatif dans l'opération de la sublimation, que le Vitriol bleu: il est vrai que le Sel sédatif ne monte pas à la première & à la seconde sublimation; mais comme deux solutions sur le feu suffisent pour dégager la terre cuivreuse de l'acide vitriolique, l'union de cet acide avec le Borax se fait plus vite que dans l'opération avec le Vitriol vert.

Après le Vitriol bleu & le Vitriol vert, c'est l'Alun qui fournit le plus de Sel sédatif, mais les fleurs de ce sel sont plus fines, plus ferrées & plus pesantes.

Enfin le Vitriol blanc en fournit moins que tous les précédents.

Je suis assuré de ces rapports, parce que j'ai travaillé tous les mélanges de ces sels vitrioliques avec le Borax dans des cucurbites de même grandeur, & placées toutes à un même feu & dans le même temps. J'observerai en passant que le Vitriol blanc & l'Alun cassent les cucurbites à chaque sublimation: quoique le Vitriol bleu les casse aussi quelquefois, il dédommage par la quantité de Sel sédatif qu'il fournit, beaucoup plus beau que les autres.

Je reviens à la précipitation de la terre martiale du Vitriol vert par le Borax, considérée en elle-même, & sans avoir égard au rapport qu'elle peut avoir avec l'opération du Sel sédatif. Ayant fait ma dissolution, comme je l'ai déjà dit, de trois livres de Borax & d'une livre de Vitriol, pour faire la précipitation aussi complète qu'il étoit possible, de la terre métallique, j'ai filtré la liqueur, & l'ai mise à évaporer. Amenée au point de cristallisation, elle est devenue un peu rousse, mais elle n'a rien précipité. Il s'est cristallisé environ une livre &

demie de Borax surabondant. La liqueur ayant été décantée de dessus ces cristaux, & remise à évaporer dans des cucurbites garnies de leurs chapiteaux, il ne s'est rien sublimé. J'ai redissout la masse saline desséchée, dans de l'eau chaude; & dans la liqueur refroidie il s'est formé des cristaux de sel de Glauber. Cette singularité m'a fait chercher ce qu'étoit devenuë la matière propre à faire le Sel sédatif, qui auroit dû du moins se cristalliser, puisque je n'avois rien perdu de mes mélanges que la terre métallique restée sur les filtres, & c'est effectivement dans cette terre que je l'ai retrouvée.

J'ai pris toute cette terre, je l'ai imbibée d'un peu d'eau; après l'avoir fait entrer dans une cornuë que j'ai posée au feu de réverbère, & j'en ai retiré, en répétant l'opération & en imbibant à chaque fois, une quantité assez considérable de Sel sédatif semblable à celui des précédentes opérations. Ce qui confirme ce que j'ai déjà dit par conjecture, que cette terre ferrugineuse précipitée par le Borax pourroit être le vrai soufre narcotique du Mars.

Après avoir séparé le Sel de Glauber de la liqueur filtrée dont je viens de parler, celle qui reste mise à évaporer devient grasse, & ne se cristallise plus. Si on en continue l'évaporation, elle se dessèche en une matière saline grenuë & sableuse qui ne donne aucune forme de cristaux, à la réserve de quelques-uns, très-petits, qu'on y retrouve encore, & qui sont des cristaux véritables de Borax, enduits d'une eau-mère de Vitriol.

Cette liqueur qui ne cristallise pas, mise à sublimer dans des cucurbites, ne donne pas de Sel sédatif. Mais si on jette dessus de l'huile de Vitriol, il se fait un *coagulum* blanc sans fermentation; ce *coagulum* étendu dans l'eau chaude s'y dissout, & en refroidissant, il s'y forme sur le champ, des lames de Sel sédatif.

Si au lieu de trois livres de Borax sur une livre de Vitriol, on met le même poids de Borax sur deux livres de ce dernier sel, on aura d'abord tout le Sel de Glauber que le mélange peut fournir, sans qu'il s'en sépare aucuns cristaux de Borax;

& à la fin de la cristallisation, on trouvera cette eau-mere dont je viens de parler ; mais il faut, pour bien faire réussir cette cristallisation, mettre le mélange pendant quelque temps sur un feu assés vif, afin de faire précipiter suffisamment la terre du Vitriol.

Ce Sel de Glauber n'est pas différent du Sel de Glauber ordinaire, quant à sa forme extérieure ; mais l'ayant mis fondre dans un creuset, j'y ai trouvé quelque différence. Il ne s'y fond pas si facilement, & il m'a paru qu'il y restoit encore quelque peu de Borax, qui se vitrifiant pendant que l'autre sel est en fonte, se distingue aisément au milieu de la masse blanche fonduë du Sel de Glauber, où il paroît en gouttelettes brillantes.

Quoi qu'il en soit, ce Sel de Glauber est une découverte, & je ne sçais que M. Heinkel qui en ait parlé avant moi ; c'est dans son Livre intitulé *Flora saturnifans*, imprimé à Leipfick en 1722. Il y dit que son ami M. Meuder, Medecin & Chimiste à Dresde, avoit fait par le Borax & l'huile de Vitriol, un Sel de Glauber pareil à celui qu'on fait à l'ordinaire par le Sel commun & l'huile de Vitriol, & semblable au Sel d'Epsom, mais il ne dit point qu'on en ait fait aussi aisément par les solutions du Borax & du Vitriol. M. Grosse, de cette Académie, a trouvé aussi le même sel par le procédé de M. Meuder, dont il n'avoit pas encore eu la communication.

C'est par l'union de la même huile de Vitriol & du Borax (qui m'a donné aussi un Sel de Glauber dont je parlerai ci-après) que j'ai eu le Sel sédatif par cristallisation. En voici le procédé, qui peut être utile au public, & principalement dans les Hôpitaux, où l'on consomme assés considérablement de ce sel, qui est difficile à faire en quantité suffisante par la sublimation.

Je fais dissoudre quatre onces de Borax raffiné dans une suffisante quantité d'eau chaude ; ensuite j'y verse une once deux gros d'huile de Vitriol bien concentrée qui y tombe avec bruit : après avoir laissé évaporer quelque temps ce mélange, le Sel sédatif se fait appercevoir en petites lames fines

& brillantes qui furnagent la liqueur. Alors j'arrête l'évaporation, & petit à petit ces lames augmentent en épaisseur & en largeur : elles se joignent les unes aux autres en petits flocons, ou forment entr'elles d'autres arrangements. Pour peu qu'on remuë le vaisseau, on trouble l'ordre de la cristallisation : ainsi il ne faut pas y toucher qu'elle ne paroisse achevée. Pour lors les flocons cristallins devenant des masses trop pesantes, tombent d'eux-mêmes au fond du vaisseau. En cet état, il faut décanter doucement la liqueur saline qui furnage ces petits cristaux ; & comme ils ne sont pas aisément dissolubles, il faut les laver en versant lentement de l'eau fraîche sur les bords de la terrine à deux ou trois reprises pour emporter le reste de cette liqueur saline, ensuite les égoutter, & les mettre à l'étuve ou au soleil. Ce sel, en forme de neige, folié & léger, est alors doux au toucher, frais à la bouche, légèrement amer, faisant un peu de bruit sous les dents, & laissant une petite impression d'acidité sur la langue. Il se conserve sans s'humecter ni se calciner, s'il est traité avec les précautions que je viens de décrire, c'est-à-dire, si on l'a exactement séparé de la liqueur saline.

Il ne diffère du Sel sédatif sublimé qu'en ce que malgré sa légèreté apparente, il est un peu plus pesant que lui. Je présume que la cause de cette pesanteur vient de ce que dans la cristallisation, plusieurs de ces lames se collant les unes aux autres, elles retiennent entr'elles quelque portion d'humidité ; ou si l'on veut que formant des cristaux moins divisés, ils présentent numériquement moins de surfaces à l'air qui élève les corps légers. Au contraire, l'autre Sel sédatif, poussé par la violence du feu, s'élève au chapiteau des cucurbites, sous une forme plus tenuë, & dont les parties sont beaucoup plus divisées.

Pour rendre mon opinion plus probable, je prends pour exemple les fleurs de Benjoin ; élevées par la sublimation ; elles sont très-légères. Si je les fais dissoudre dans une proportion d'eau convenable, à mesure que la liqueur se refroidira, elles se cristalliseront en petites lames plus épaisses qu'elles

n'étoient auparavant, & sous cette dernière forme, elles seront plus pesantes : cependant ce sont les mêmes fleurs de Benjoin qui n'ont souffert d'autre altération que d'estre fonduës & cristallisées.

Pour n'avoir aucun doute sur l'exacte parité entre mon Sel sédatif cristallisé, & le Sel sédatif sublimé à l'ordinaire, j'ai fait sur lui les épreuves suivantes. Je l'ai exposé aux plus vives ardeurs du Soleil, il ne s'y calcine point. S'il y restoit du Borax, encore sous sa forme essentielle, ou quelque autre sel de la nature du Sel de Glauber, il ne manqueroit pas de se calciner, & c'est-là même un moyen sûr de connoître s'il est suffisamment purifié.

S'il se calcine au Soleil, je le rectifie, en séparant la partie des cristaux non-calcinés, & rejetant l'autre. Je refonds la première dans de nouvelle eau bouillante, dont il faut une pinte pour quatre onces de ce sel. Aussi-tôt que l'eau est refroidie, je vois reparoître les lames légères, brillantes, cristallines & voltigeantes dans la liqueur. Vingt-quatre heures après je décante la liqueur, je lave le sel avec de l'eau fraîche, & je l'ai très-beau & très-pur.

De plus, ce sel cristallisé, de même que celui qui est sublimé, n'altère point la couleur du suc des Violettes, & ils soutiennent tous les deux les mêmes épreuves avec les solutions de Mercure : l'un & l'autre se dissolvent dans l'Esprit de vin, & produisent la flamme verte dont je vais parler bien-tôt.

Ce n'est pas tout : je les ai comparés encore par la sublimation. J'ai pris deux cucurbites basses, dans l'une desquelles j'ai mis un gros de mon Sel sédatif cristallisé, & dans l'autre pareil poids de Sel sédatif sublimé. Après les avoir fait fondre dans une égale quantité d'eau, je les ai posés tous les deux au feu de sable. L'un & l'autre se sont sublimés. J'ai repris les deux masses salines restantes, je les ai fonduës de nouveau dans de l'eau pour les sublimer, & pour examiner avec attention laquelle des deux monteroit le plus vite. Celle du Sel sédatif, fait d'abord par sublimation, s'est élevée avec un peu plus de légèreté que l'autre. Cependant il a fallu en répéter

fix fois la sublimation pour le faire monter autant qu'il étoit possible, car il est encore resté un résidu de six grains qui n'a pu se sublimer. La masse de l'autre Sel sédatif cristallisé a eu besoin de huit sublimations, & elle a laissé un résidu fixe, pareil à l'autre, & qui pesoit douze grains. Il est à remarquer que quoique le sel, fait d'abord par sublimation, dût être plus pur que l'autre, cependant il a toujours déposé à chaque fois qu'on l'a sublimé, & qu'on a redissous la masse, une terre grise qui a fait le résidu des six grains.

Le Sel sédatif, fait par sublimation, & celui qui est simplement cristallisé, étant jettés sur une pelle rouge au feu, se dissipent plus de la moitié en fumée : l'autre partie plus fixe, se vitrifie, sans qu'il m'ait paru aucune différence entre eux dans cette épreuve.

Il résulte de tout ce que je viens de rapporter, que s'il y a quelque différence entre ces deux sels, elle n'est que dans leur poids : mais cette différence est si petite, qu'elle ne doit faire naître aucun scrupule dans l'usage de celui qui est cristallisé, parce que si c'est un léger inconvénient, on peut y remédier, en augmentant d'un grain le poids de chaque dose. Le Sel sédatif cristallisé a toujours cet avantage pour l'Artiste, sur le sublimé, d'être d'une opération plus facile, puisque par une seule cristallisation on peut faire l'ouvrage de quatre vaisseaux à sublimer, c'est-à-dire, qu'on peut travailler tout à la fois deux livres de Borax avec dix onces d'huile de Vitriol concentrée. Ainsi on obtient ce sel avec plus de facilité, & sans risquer de casser des vaisseaux. J'en ai fait faire des épreuves dans les cas où l'on employe le Sel sédatif ordinaire ou sublimé, & l'on ne s'est point apperçu qu'il y eût la moindre différence dans leurs effets.

Afin que ceux qui dans la suite voudront imiter mon procédé, puissent réussir sans me faire de reproches, je dois les avertir qu'il peut y avoir quelque différence dans la cristallisation du Sel sédatif, si leur huile de Vitriol n'est pas suffisamment concentrée, & qu'en ce cas les lames de ce sel approcheront de la figure d'un sel en cristaux grenés. L'huile

de Vitriol que j'ai employée, mise dans une petite phiole qui tient juste une demi-once d'eau de Seine filtrée, comparée dans la même phiole, & à la même hauteur que l'eau, pèse une once dix-huit grains.

Quant au Sel de Glauber qui résulte aussi du mélange du Borax avec l'huile de Vitriol, il se trouve dans la liqueur saline qu'on décante de dessus le Sel sédatif cristallisé. Il n'y a qu'à la faire évaporer lentement ; ce sel qu'elle contient, s'y cristallise en belles colonnes quarrées, dont les extrémités sont à facettes, comme celles qu'on obtient par le procédé ordinaire du Sel de Glauber. Il en a les propriétés, soutient les mêmes épreuves, & produit les mêmes effets.

Ainsi voilà un Sel de Glauber trouvé dans le Borax, où l'on n'avoit pas encore imaginé qu'il pouvoit se former à l'aide de l'acide vitriolique.

On le fait aussi avec le Sel alkali de la Soude bien purifié & bien cristallisé ; il n'y a qu'à y joindre l'huile de Vitriol. Quatre onces de cristaux de Sel de Soude bien purifiés, étant fondus dans l'eau, absorbent une once trois gros & quelques grains de cet acide concentré ; mais il faut le verser à diverses reprises dans la solution, parce que le Sel de Soude étant beaucoup plus alkali que le Borax, il s'y fait une violente fermentation, & le développement de l'odeur saline, ou plutôt de l'esprit de Sel, y est très-sensible.

Dans la liqueur suffisamment évaporée, il se forme des cristaux de Sel de Glauber parfaitement semblables à ceux que j'ai retirés de la solution du Borax uni à l'acide vitriolique ; d'où je pouvois conclure que le Sel de la Soude a beaucoup d'analogie avec le Borax, puisqu'ils ont tous les deux une terre semblable à la terre du Sel marin, sans laquelle on a crû jusqu'à présent que le Sel de Glauber ne pouvoit se former, mais qu'il manque au Sel de la Soude pour être parfaitement semblable au Borax, la terre vitrifiable qui est dans ce dernier. Cependant il y a encore entre eux cette différence : le Sel de Soude par son alkali plus sensible & mieux caractérisé, absorbe l'acide de la crème de Tartre, ce que le

Borax ne fait pas, parce qu'il est plus gras & plus onctueux que lui, & qu'outre cela il contient apparemment un sel salé qui ne nous est pas encore connu, mais avec lequel conservant le caractère d'alkali, il est cependant beaucoup moins soluble que le Sel de Soude, & encore moins que les autres sels alkalis qui n'ont pas ce sel salé dans leur composition.

Du Sel de Soude saoulé de l'acide de la crème de Tartre; il résulte un Tartre soluble, ou Sel moyen, que j'ai nommé *Sel Polychreste soluble*, qui est connu par le dernier Mémoire de M. Boulduc, & précédemment sous le nom de *Sel de Seignette*. Ce sel se cristallise assez aisément, lorsqu'on est venu au point d'une juste évaporation. Car si on l'évapore au de-là de ce point, la liqueur devient gommeuse, elle se fige, en refroidissant, comme une colle-forte : la masse qui reste, devient très-dure. En cet état, cette masse peut être comparée au Borax uni aux acides minéraux, lorsqu'on le dessèche lentement, ou au Borax uni avec la crème de Tartre suivant le procédé de M. le Fèvre. Cependant cette masse gommeuse de Sel de Soude étant refonduë, peut être cristallisée en la faisant évaporer avec circonspection.

De toutes mes expériences faites sur le Borax, on doit conclure qu'on en peut séparer par les acides minéraux deux fortes de Sels; l'un qui se sublime, l'autre qui est fixe : que le fixe étant une espece de Sel de Glauber, le Borax contient par conséquent une terre semblable à la terre du Sel marin, & que dans le Sel volatil est la terre vitrifiable du Borax, puisque le Sel sédatif, même le sublimé, peut encore se vitrifier en partie.

C'est cette dernière partie du Borax qu'il faut connoître parfaitement, avant qu'on puisse trouver le moyen d'imiter ce sel par l'art. Nous avons dans le Sel de Soude la terre ou la matière du sel fixe, il faudroit tenter d'y trouver ou d'y ajoûter la terre vitrifiable, ou la matière du sel volatil du Borax. C'est aujourd'hui l'objet des recherches de plusieurs Chimistes. J'ai fait sur cela bien des tentatives qui ne m'ont pas encore réussi; mais peut-être qu'en multipliant les épreuves, je serai plus heureux.

J'ai

J'ai dit ci-devant que le Sel sédatif, soit cristallisé, soit qu'il soit sublimé, se dissolvait dans l'Esprit de vin, & que le feu étant mis à cet esprit, il s'en élevoit une flamme verte. Comme c'est un phénomène nouveau & assez curieux, j'en vais détailler toutes les expériences.

Le Sel sédatif se dissout dans l'Esprit de vin, mais il faut pour cela le chauffer un peu : lorsqu'il est refroidi, le sel qui y est de trop se précipite, cependant l'Esprit de vin en retient assez pour donner en brûlant une flamme d'un beau verd, dans quelque vaisseau qu'on le brûle, de métal ou non.

Ce n'est pas l'Esprit de vin qui donne cette couleur, puisqu'il brûlé seul, sa flamme est plus blanche que violette, quand il est bien rectifié, & plus violette que blanche quand il l'est mal.

Ce n'est pas l'addition du Borax seul qui produit cet effet, puisqu'ayant répété l'expérience avec l'Esprit de vin chargé de Borax pulvérisé & digéré avec lui, je n'ai vu qu'une flamme ordinaire.

Ce ne sont pas non plus les acides minéraux, par eux-mêmes, qui mêlés & unis à l'Esprit de vin, donnent cette couleur à la flamme.

J'en ai brûlé qui avoit été long-temps en digestion tant avec l'huile de Vitriol qu'avec l'esprit de Nitre & l'esprit de Sel, & je n'ai rien apperçu de remarquable dans la flamme.

Mais c'est le Borax uni avec un acide quelconque qui donne cette couleur verte. Les précipités provenant du mélange du Borax avec l'Alun & avec les Vitriols vert, bleu & blanc, les papiers sur lesquels leurs solutions ont été filtrées, tous donnent une flamme verte.

En un mot toutes les fois que j'ai ajouté le Borax à un acide tel que l'acide du Vitriol, celui du Nitre, celui du Sel marin, l'esprit de Tartre, l'esprit de Pain, de Vinaigre, de Gayac, le Verjus, le jus de Citron, &c. j'ai eu une flamme toujours plus ou moins verte.

Que je mette digérer du Verdet dans l'Esprit de vin, je n'aurai rien de singulier dans la flamme ; pour peu que j'y

ajoute de Sel sédatif ou du Borax, cette flamme sera verte.

Il arrive précisément la même chose avec la teinture de Mars : brûlée seule avec l'Esprit de vin, sa flamme est violette & blanche ; si j'y joins le Borax, elle est blanche & verdâtre.

Ainsi de ces expériences, & de plusieurs autres inutiles à rapporter, je conclus, comme j'ai déjà fait, que c'est au Borax uni avec un acide, de quelque nature qu'il puisse être, qu'on doit attribuer ce phénomène singulier de la flamme verte.

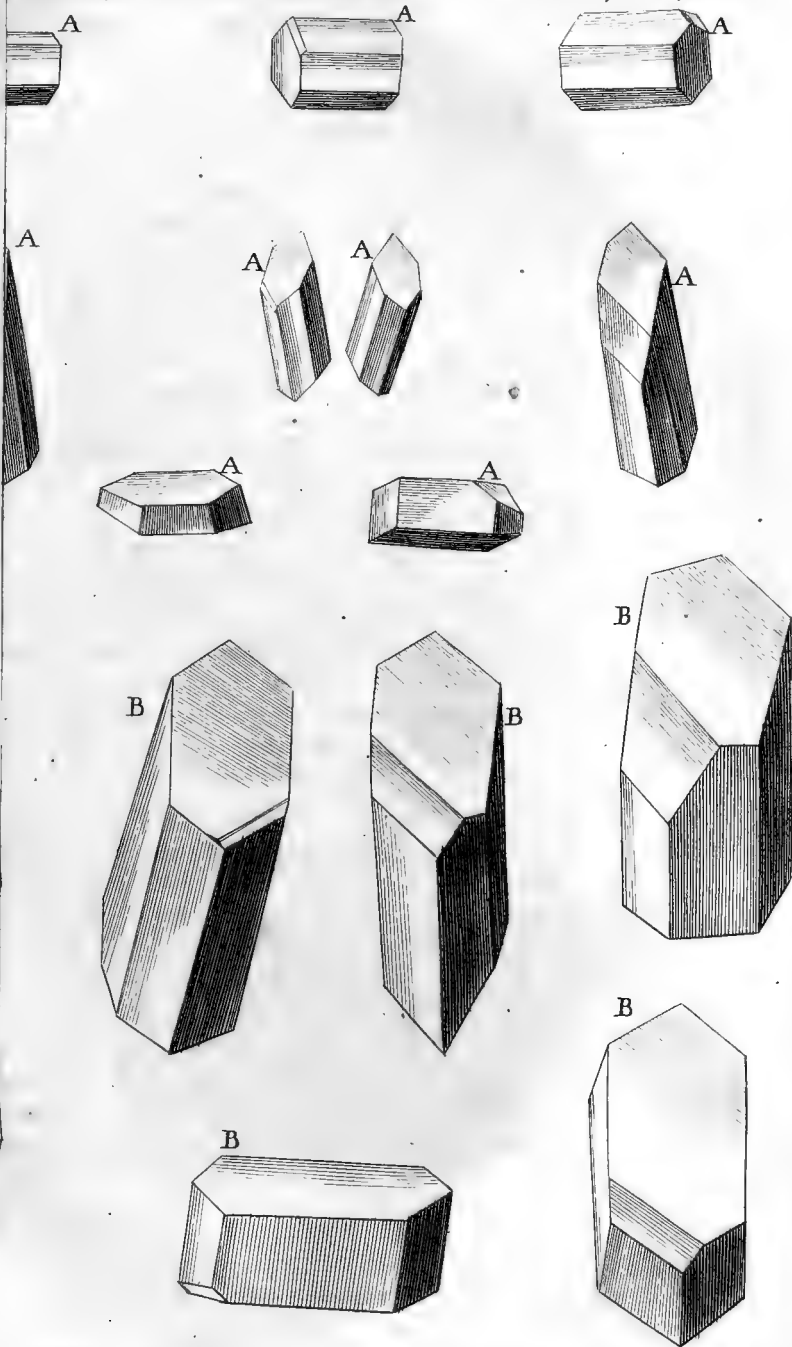
Mais qu'y a-t-il dans ce sel qui puisse produire cette couleur ? qu'est-ce que l'acide y développe ? Ce doit être un soufre métallique subtil, mais extrêmement concentré. Cependant quoique cette conjecture soit assés bien fondée, je ne puis l'appuyer d'aucune démonstration suffisamment sensible.

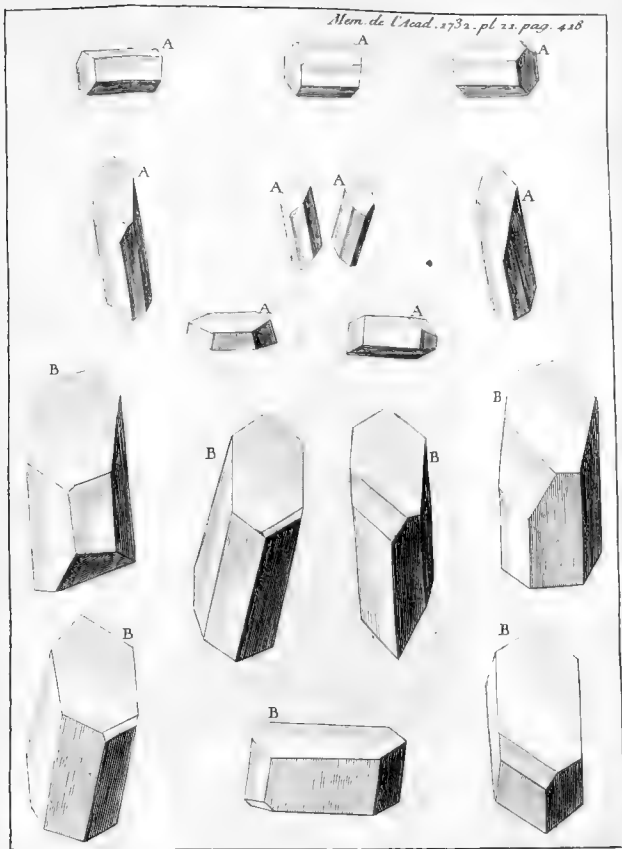
Explication des Figures des Cristaux de Borax.

Les figures marquées *A*, représentent les cristaux de Borax brut, tel qu'il nous vient des Indes, & de leur grandeur naturelle. Ils sont vûs de différents côtés, ou en différentes positions, tant sur leurs bases, que sur les côtés de leurs prismes, afin qu'on apperçoive mieux l'obliquité de leurs prismes, & la variété des échancrures qui se trouvent à l'extrémité des prismes. Variétés dont il est parlé à la page 400 du Mémoire.

Les figures marquées *B*, sont les mêmes cristaux, dessinés plus grands qu'ils ne sont naturellement, afin de faire mieux appercevoir les différences & les variétés de leur cristallisation déjà représentées dans les figures *A*.







SUR LA SECONDE INÉGALITÉ DES SATELLITES DE JUPITER.

Par M. GRANDJEAN.

Les avantages que la Géographie a tirés de l'observation des Satellites de Jupiter, ont assés justifié les Astronomes des soins & du temps qu'ils ont employé à la correction de leurs Tables. 17 Decemb. 1732.

Les phases de ces Satellites que l'on observe le plus fréquemment, sont leurs éclipses dans l'ombre de Jupiter, & l'exactitude du calcul de ces éclipses dépend principalement de trois éléments.

Le premier est le mouvement des Satellites autour de Jupiter.

Le second, le mouvement de Jupiter autour du Soleil.

Le troisième enfin, & le plus considérable de tous, est composé de toutes les inégalités optiques ou apparentes que la situation de la Terre à l'égard de Jupiter & les différentes propriétés de la lumière peuvent produire, sans parler de plusieurs autres causes qui peut-être existent, & ne nous sont encore inconnues que par la grande distance de ces Astres à nous.

L'ombre de Jupiter décrit dans les orbes de ses Satellites des arcs égaux à ceux que Jupiter lui-même décrit autour du Soleil. Ainsi le temps entre deux immersions est égal à une révolution périodique du Satellite plus au temps qu'il lui a fallu pour rejoindre l'ombre de Jupiter, qui pendant sa révolution s'en étoit écartée d'une certaine quantité; si Jupiter & par conséquent son ombre alloient toujours d'un pas égal, en ne considérant que cette cause, l'intervalle entre deux éclipses seroit toujours égal à l'intervalle entre deux autres éclipses; mais comme Jupiter va inégalement sur son orbe, son ombre

G g g ij

va aussi inégalement dans les orbes des Satellites, & les équations qui sont nécessaires pour avoir son vrai mouvement, étant ajoutées ou soustraites de son mouvement moyen, donneront le chemin de l'ombre dans les orbes de ses Satellites, & si les Satellites n'avoient ni excentricité ni autre inégalité réelle, & que d'ailleurs leurs éclipses ne fussent sujettes à aucunes inégalités optiques, les équations de Jupiter suffiroient pour avoir le temps de leurs éclipses avec exactitude, & cette inégalité produite par celle de Jupiter même, est ce que les Astronomes appellent *première inégalité des Satellites*.

Peu de temps après la première édition des Tables des Satellites de feu M. Cassini, on s'aperçut d'une inégalité dans les éclipses des Satellites qui les faisoit retarder de 14 minutes d'heures dans la conjonction, & paroissoit dépendre des retours de la Terre à Jupiter; il n'y avoit pas lieu d'attribuer cette inégalité aux Satellites mêmes, c'est pourquoi M. Cassini & M. Romer l'expliquerent par le mouvement successif de la lumière; ainsi Jupiter étant plus éloigné de la Terre dans la conjonction que dans l'opposition, d'environ 66,000,000, de lieues, diamètre de l'orbe annuel, si la lumière a un mouvement successif, il n'est pas étonnant qu'elle mette un temps sensible à parcourir cet espace, & par ce moyen on est parvenu à représenter assez juste les observations du premier Satellite, sur lequel ces deux Astronomes avoient fondé leur hypothèse.

A l'égard des autres Satellites, il s'en faut bien qu'elle réponde aux apparences observées, & c'est ce qui avoit engagé M. Cassini à l'abandonner entièrement, comme il paroît par ce qu'il en dit à la fin des hypothèses de ces Satellites, imprimées d'abord en 1693, & depuis dans le Recueil des anciens Mémoires de l'Académie.

Malgré une autorité d'un si grand poids, cette supposition paroît si naturelle, que plusieurs Physiciens l'ont adoptée, & l'ont soutenue avec chaleur; mais pour ne pas m'écarter de mon sujet, je ne rapporterai ici que les preuves astronomiques qui ont été données pour ou contre sur cette matière.

M. Halley donna en 1694, dans les Transactions philosophiques *, un Ecrit dans lequel il prétend prouver, par quelques observations qu'il rapporte, que c'est à tort que l'on a voulu rejeter l'hypothèse de M. Romer, & que l'on peut très-bien représenter par son moyen la plus grande partie des observations des Satellites, à quoi il ajoute que si l'on refuse de l'adopter, il faut de nécessité supposer aux Satellites mêmes une inégalité qui dépende du retour de la Terre à Jupiter, ce qui (ce sont ses propres mots) lui sembleroit bien hardi.

* N.º 2141

Feu M. Maraldi donna en 1707 à l'Académie un Mémoire sur ce même sujet, dans lequel il examine cette hypothèse par plusieurs observations, dont voici le résultat.

Mem. Acad.
1707. p. 254

Les secondes inégalités des quatre Satellites ne sont point les mêmes, mais celles des Satellites les plus élevées sont ordinairement les plus grandes, quoique cependant elles ne paroissent garder aucune règle constante, & que même il s'en rencontre avec des signes différents : ce qui est absolument contraire au système de M. Romer.

On n'observe point que le premier Satellite subisse une inégalité qui ait pour terme les retours de Jupiter à son aphélie, ce qui cependant devoit arriver, Jupiter étant plus près de nous dans le périhélie que dans l'aphélie d'environ $\frac{1}{4}$ du diamètre de l'orbe annuel.

Depuis ce Mémoire on ne trouve sur cette matière que deux Ecrits imprimés parmi les Mémoires de l'Académie, tous deux du même M. Maraldi ; l'un en 1712, dans lequel il rapporte une observation particulière du 4^{me} Satellite qui parut en partie éclipsé, d'où il tire la même inclinaison de son orbe qu'avoit déterminée M. Cassini dans ses Tables. L'autre en 1729, tend à déterminer les Latitudes des Satellites, & dans ce Mémoire M. Maraldi fait remarquer une variation dans les demi-demeures dans l'ombre, prouvée par quantité d'observations qu'il explique par une variation dans l'inclinaison du Satellite.

Mem. Acad.
1729. p. 393

M. Maraldi, son neveu, donna au commencement de cette année à l'Académie un Mémoire dans lequel il fait observer,

1.^o Une inégalité dans le 4^{me} Satellite, qu'il suppose venir de l'excentricité de cet astre à Jupiter. 2.^o La cause de l'augmentation de $\frac{1}{30}$ que M. Cassini avoit été obligé de faire à la première équation pour avoir le temps de ses éclipses avec exactitude, & qui, selon lui, n'est que l'excentricité de ce même Satellite. 3.^o Une variation dans la demi-demeure dans l'ombre, qu'il explique, comme M. son oncle, par une variation dans l'inclinaison de l'orbite.

Il paroît donc, par tout ce que nous venons de rapporter,

1.^o Que le 1^{er} Satellite subit dans ses éclipses une inégalité proportionnelle au changement de distance de la Terre à Jupiter : ce qui est conforme à l'hypothèse.

2.^o Que ce même Satellite ne paroît subir aucune inégalité proportionnelle au changement de distance de Jupiter au Soleil, ce qui cependant devoit arriver suivant l'hypothèse, Jupiter étant (toutes choses d'ailleurs égales) plus près de la Terre dans son périhélie que dans son aphélie de $\frac{1}{4}$ du diamètre de l'orbe annuel, ou de $\frac{1}{30}$ de l'orbe de Jupiter.

3.^o Que la 2^{de} inégalité des Satellites n'est point la même dans les quatre Satellites, mais constamment plus grande dans ceux qui sont plus élevés, & cela sans garder aucune règle : ce qui est contraire à l'hypothèse.

4.^o Qu'une partie de ces inégalités se peut attribuer à une inégalité réelle causée par l'excentricité de ces astres.

5.^o Qu'enfin les demeures dans l'ombre sont sujettes à des variations irrégulières.

Ces raisons semblent faire voir que l'hypothèse du mouvement successif de la lumière ne convient qu'au 1^{er} Satellite : comme on ne peut cependant l'admettre à son égard sans l'admettre aussi pour les autres, les réflexions que j'ai faites sur cette matière m'ont toujours fait soupçonner qu'il y avoit outre le mouvement successif de la lumière, quelque autre cause qui affectoit ces phénomènes, & cette cause ne peut être qu'optique, car quelque inégalité réelle qu'on veuille supposer aux Satellites, on ne pourra jamais expliquer tous les phénomènes observés.

Je vis d'abord qu'il falloit que cette inégalité agît avec des signes contraires sur les immersions & les émerfions, puisqu'elle fait varier la demeure du Satellite dans l'ombre; qu'elle devoit en fecond lieu agir différemment sur les Satellites en raifon du temps de leurs révolutions, puisque les plus élevés font fujets aux plus grandes inégalités; qu'enfin elle devoit détruire dans le premier l'effet de la feconde inégalité dépendant du changement de diftance de Jupiter au Soleil. Voici, fi je ne me trompe, d'où l'on peut déduire ces irrégularités apparentes.

Lorsque l'on obferve l'immersion d'un Satellite, on le perd de vûe quelque temps avant qu'il foit entièrement plongé dans l'ombre, & dès que fa partie qui reffe éclairée, n'envoye plus affés de rayons pour faire fur nos yeux une impreffion fenfible.

Au contraire, lorsqu'on obferve une émerfion, on ne commence à appercevoir le Satellite qu'au moment que fa partie éclairée envoye affés de rayons pour être fenfible à nos yeux, & non pas au moment qu'il fort de l'ombre, lequel précède l'autre confidérablement.

Si cette partie qu'on peut nommer *la moindre partie vifible*, étoit toujours de même grandeur, elle ne troubleroit en rien le calcul, puisque ce ne feroit qu'une quantité conftante à ajoûter au temps de l'émerfion, & à fouftraire du temps de l'immersion.

Mais cette moindre partie vifible doit varier fuivant la plus grande ou la moindre intensité de la lumière des Satellites, puisqu'une partie de moitié moins grande, mais de moitié plus éclairée, feroit fur nos yeux la même impreffion.

Il eft encore évident que fi l'on fuppofe cette moindre partie éclairée variable, par exemple, de $\frac{1}{6}$ du diametre du Satellite, plus le Satellite fera éloigné, plus la variation dans les éclipses fera fenfible, puisque, par exemple, le 4^{me} Satellite qui met 16 jours 18^h à tourner autour de Jupiter, employera sûrement beaucoup plus de temps à parcourir $\frac{1}{6}$ de fon diametre, que le premier qui n'emploie à faire fon tour qu'un jour 18^h & demie.

Enfin cette variation doit s'appliquer aux immersions & aux émersions avec des signes contraires, puisque plus la moindre partie visible sera grande, moins il faudra qu'il soit plongé dans l'ombre pour disparaître, & plus il faudra qu'il en soit sorti pour reparoître.

Il suit aussi que l'équation de cette inégalité s'appliquera toujours aux immersions avec des signes contraires de l'équation de M. Romer, car à mesure que la Terre s'éloignera de Jupiter, la lumière du Satellite paroîtra s'affoiblir, & la moindre partie visible augmentant, les immersions avanceront & anticiperont le calcul, pendant que le mouvement successif de la lumière les feroit retarder. D'où il suit que pour les immersions l'équation absolue sera la différence entre celle de M. Romer & la nôtre. Au contraire dans les émersions notre équation s'appliquant avec des signes contraires à ceux des immersions, elle se trouvera affectée des mêmes signes que l'équation de M. Romer, & dans ce cas l'équation absolue sera la somme de celle de M. Romer & de la nôtre. Voyons maintenant quelles doivent être les regles de variation de l'intensité de la lumière des Satellites à notre égard.

Cette intensité doit varier en deux manières.

1.^o En raison renversée des quarrés de la distance de Jupiter au Soleil.

2.^o En raison renversée des quarrés de la distance de Jupiter à la Terre.

Dès que Jupiter s'éloigne de son aphélie, il s'approche continuellement du Soleil, & par conséquent la moindre partie visible des Satellites diminuant, les immersions doivent tarder, puisqu'il faut que le Satellite soit moins plongé dans l'ombre pour disparaître; par une raison contraire les émersions doivent avancer, & par conséquent de l'aphélie au périhélie les demi-demeures dans l'ombre doivent diminuer. Le contraire arrivera du périhélie à l'aphélie, mais à mesure que Jupiter s'approche du Soleil, il s'approche aussi de l'orbe de la Terre, & la lumière du Satellite augmente aussi en raison inverse des quarrés de cette distance.

Mais

Mais comme les Satellites ont des vitesses différentes, si l'on suppose que leurs moindres parties visibles varient également, par exemple, de $\frac{1}{6}$ de chacun, les Satellites mettront à parcourir ces différences égales des temps différents, & qui seront entr'eux comme les temps des révolutions périodiques des Satellites.

Il est donc évident qu'à proportion que Jupiter s'éloigne de son aphélie, les immersions doivent tarder, les émerfions avancer, & les demi-demeures dans l'ombre diminuer en raison composée des quarrés de la distance de Jupiter au Soleil, des quarrés de la distance de Jupiter à la Terre, & du temps de la révolution périodique des Satellites.

Mais comme la vitesse du 1^{er} Satellite est très-grande, le temps qu'il met à parcourir la différence entre sa plus grande & sa plus petite partie visible est très-petite, on trouvera par le calcul que par rapport à l'excentricité de Jupiter, elle ne varie que d'environ $2' \frac{1}{2}$, quantité presque égale, mais avec des signes contraires à la variation du mouvement successif de la lumière par rapport à cette même excentricité.

D'un autre côté, depuis l'opposition jusqu'à la conjonction la Terre s'éloigne de Jupiter, donc l'intensité de la lumière des Satellites diminuë à nos yeux, & par conséquent la moindre partie visible augmente; donc les immersions doivent avancer, les émerfions tarder, & la demeure dans l'ombre augmenter en raison des quarrés de la distance de la Terre à Jupiter, ou, si l'on veut, parce que l'équation de M. Romer lui est proportionnelle, en raison des quarrés de cette équation.

Mais par la même raison que nous avons alléguée ci-dessus, les Satellites les plus élevés souffriront une altération plus grande, & qui sera proportionnelle au temps de leur révolution périodique.

Donc l'équation qui résulte du mouvement annuel de la Terre sera toujours en raison composée des quarrés de la distance de Jupiter à la Terre, & du temps périodique des Satellites.

Le rapport de ces inégalités connu, on s'attendroit peut-être à en déterminer aisément la valeur. Mais comme on n'a

pas fait attention à cette cause d'inégalité, les observations dont on s'est servi dans la construction des tables, en sont affectées, & par conséquent avant que de pouvoir rien déterminer par observation, il faudroit corriger sur ce principe, les tables déjà faites, tant des époques, que de la 1.^{re} & 2.^{de} équation, ce qui exige que l'on connoisse parfaitement les observations sur lesquelles elles sont fondées, & qui n'ont pas été données au public. D'ailleurs cette recherche est extrêmement délicate, & exige des suites très-longues d'observations très-exactes. Ainsi je me contenterai de faire quelques réflexions sur les observations des Satellites qui peuvent, ou ont pû servir à la construction de leurs tables.

Les phases écliptiques que l'on a, sans doute, choisies par préférence, pour déterminer les mouvements des Satellites y doivent être les moins propres de toutes, puisque, comme nous avons vû dans le cours de ce Mémoire, elles sont sujettes à un grand nombre d'inégalités optiques, desquelles il n'est pas facile de les dégager; & celles qui y seroient les plus propres, sont les conjonctions inférieures dans lesquelles l'ombre des Satellites passe sur le disque de la Planete, puisque cette ombre a un mouvement aussi rapide que le Satellite, & n'est sujette à aucune des inégalités optiques dont nous avons parlé.

Cette observation même peut servir également à déterminer le mouvement moyen des Satellites; & si on la dégage de la première inégalité, à donner la valeur de l'équation qui provient de l'excentricité du Satellite, ce qui détermineroit leur point apojoye.

Sans doute on a fait dans la table, la seconde inégalité trop grande, lui ayant attribué l'effet produit par la variation de la lumière.

Il se peut faire même que dans la première équation, on ait introduit quelque partie de cette inégalité.

Au reste, je ne prétends pas que cette illusion d'optique soit la seule qui ait lieu dans cette matière, peut-être en découvrira-t-on d'autres par la suite. Mais au moins connoissant celle-ci, nous en connoîtrons une des plus certaines, &

même une des plus considérables, si l'on peut s'en rapporter au petit nombre d'observations propres à la déterminer, qui ont été publiées, mais avant que de prétendre porter les Tables des Satellites à leur perfection, il faudroit pouvoir s'assurer de la situation & du retour de leurs taches ; car le moment de leurs éclipses dépend, comme nous avons vû, de la force & de la vivacité de leur lumière, & les taches peuvent quelquefois la diminuer jusqu'au point de faire presque disparaître le Satellite, indépendamment de l'ombre de Jupiter ; l'observation de M. Bianchini, rapportée en 1712, en est une preuve. Enfin il est de fait, que la différente opacité de notre air peut accélérer ou retarder le moment de l'Immersion & de l'Émerfion, & tous ceux qui ont observé les Satellites ont pû remarquer cette apparence.

On m'objectera peut-être que la variation des Éclipses dépendant selon moi, de l'éloignement des Satellites, on y pourroit remédier, en se servant de plus longues Lunettes, & parce que la proportion suivant laquelle les Lunettes font varier les Éclipses, est connue, ou supposée telle, on en tireroit la valeur de l'équation que je propose, beaucoup plus petite que je ne la dois supposer, pour m'accorder aux observations.

Mais une légère attention aux principes les plus connus de la dioptrique, & à ceux que j'ai établis dans ce Mémoire, suffira pour applanir entièrement cette difficulté.

Car ce n'est pas seulement la diminution de l'angle sous lequel on voit le diametre des Satellites, qui fait avancer ou retarder leurs éclipses, mais encore la diminution de leur lumière : or les Lunettes augmentent bien le diametre apparent du Satellite plus les unes que les autres. Mais elles augmentent toutes la lumière également. Donc quelle que soit la grandeur des Lunettes dont on se sert, on ne compenfera jamais l'inégalité produite par la variation de l'intensité de la lumière, mais seulement celle qui vient de la diminution du diametre du Satellite en raison de sa distance, qui est beaucoup plus petite.



SUR QUELQUES ACCIDENTS
REMARQUABLES
DANS LES ORGANES
DE LA CIRCULATION DU SANG.

Par M. MORAND.

LES Vaisseaux sanguins peuvent se dilater peu à peu, ou se rompre tout à coup. La dilatation des gros Vaisseaux doit nécessairement produire un dérangement dans la circulation du sang ; leur rupture doit l'interrompre, & causer la mort subite. Il n'est pas difficile de concevoir comment des tuyaux, dont plusieurs sont assés minces dans l'état naturel, devenus plus minces par quelque vice particulier, cedent en quelque endroit à l'impulsion du sang, si sa vitesse est augmentée par quelque cause que ce soit, & l'on pourroit être étonné de ce que cela n'arrive pas plus souvent ; en effet, si on suppose le diametre naturel d'une artère diminué en un endroit quelconque, soit par la compression de quelque corps qui rapproche les parois du vaisseau de son axe, soit par obstruction dans la cavité du vaisseau, il suit que l'artere est disposée à s'élargir dans quelque point entre le cœur & l'endroit du rétrécissement, & c'est une chose que Lancisi explique clairement dans son *Traité De motu cordis & anevrismatibus*, en prouvant que dans le cas supposé, le sang fait deux sortes d'efforts contre les parois du vaisseau, parce qu'au mouvement direct du sang selon l'axe du vaisseau, il faut ajouter le mouvement réfléchi des parties du sang qui rencontre l'obstacle par lequel le diametre de l'artere est diminué.

Ce qui arrive aux arteres peut arriver au cœur, les anevrismes du cœur sont l'objet de la seconde partie de ce même *Traité* de Lancisi, & on en conclut aisément que dans beaucoup de maladies, le cœur se dilate au de-là de sa diastole régulière,

& que ses anevrismes doivent être plus communs qu'on ne pense. Lancisi en produit plusieurs exemples qui paroissent singuliers, cependant il ne manque aux observations de ceux qui avant lui avoient remarqué des dilatations extraordinaires du cœur, que d'avoir été rapportées au cas de l'anévrisme plus commun dans les artères.

Du Laurent parle dans ses Questions d'Anatomie, d'un Ambassadeur de Toscane en France, qui mourut subitement, *& dont on trouva, dit-il, le cœur accru à une telle grandeur qu'il remplissoit quasi toute la poitrine.*

Thomas Bartholin, faisant le détail de l'ouverture d'un Phtisique, rapporte que le cœur étoit si grand, *ut sæpè in bobus non majus sit aut ponderosius.*

On trouve deux exemples de pareille chose dans les œuvres postumes de Malpighi : *cordis ventriculos ita ampliatis confixi, ut alterum cor continere potuissent*, & trois autres dans le *Sepulcretum Boneti*. Cette maladie ne peut donc être regardée comme nouvellement connuë; cela n'ôte rien au mérite de la Théorie générale, qui fait un des principaux objets du Traité de Lancisi; & on doit convenir que ses Recherches sur les anevrismes, qui sont une suite de celles qu'il avoit faites sur les causes de la mort subite, ne sont pas vaines, puisqu'il en déduit des signes par lesquels on peut les prévoir, & presque les prédire.

A l'égard de la rupture du cœur, Lancisi paroît n'en avoir point vu, il est probable qu'il en auroit fait mention, ainsi les exemples que j'en produirai ici, en sont d'autant plus remarquables. Quand on connoît la structure du cœur, l'entrelacement de ses fibres, la force de ses colonnes charnuës, l'usage des valvules, & des cordes tendineuses attachées aux colonnes charnuës, on ne peut s'empêcher d'être étonné de voir qu'il arrive rupture à cet organe.

L'année 1730 en a fourni deux exemples, l'un en la personne de Madame la Duchesse de Brunswick, l'autre en celle d'un Homme de condition, dont j'ai fait l'ouverture. Le premier fait fut répandu d'abord dans les Nouvelles publiques,

il avoit été observé par M. Lemery qui étoit Médecin de la Princesse, & qui a bien voulu me permettre d'en faire usage. M. Grandmont, Chirurgien, qui a fait l'ouverture, m'a rapporté que dans Madame de Brunswick, le ventricule droit du cœur étoit percé d'un trou ou déchirure qui le traversoit dans toute son épaisseur, les deux ouvertures & tout le trajet de l'une à l'autre contenoient des filets de sang coagulé, qui étoient les vestiges de celui qui avoit passé du ventricule dans le péricarde; il n'y avoit point de sang dans le ventricule droit, & le gauche en étoit plein, celui qui du ventricule percé étoit tombé dans le péricarde, étoit coagulé, & on en tira plus de six onces, non comprise la sérosité du sang qui étoit séparée du caillot.

Mais quoique ce fait soit singulier, ce n'est encore que le ventricule droit, c'est le moins épais, & ses fibres sont moins serrées, le gauche est beaucoup plus épais, & beaucoup plus fort.

C'est le ventricule gauche qui étoit ouvert dans l'Homme de condition, dont je fis l'ouverture. Je ne trouvai rien de singulier, ni à la tête, ni au ventre, & l'état sain des poudrons paroissoit ne rien laisser à reconnoître sur la cause de sa mort; lorsque n'ayant plus que le cœur à examiner, j'ouvris le péricarde; il se présenta d'abord une masse rouge, faite d'un caillot de sang très-ferme, moulé par sa surface interne à la convexité du cœur, & par l'externe à la cavité du péricarde, je le divisai en deux pour l'ôter, il ne fut point pesé, mais sa masse pouvoit répondre à la quantité de deux palettes de sang. Ayant bien détaché tout ce qui environnoit le cœur, je le considérai quelque temps sans le remuer, & je ne vis rien à toute la surface du ventricule antérieur, qu'on nomme communément le droit, je pris le cœur par sa pointe, & l'ayant, pour ainsi dire, retourné, je vis à la surface & au milieu du ventricule gauche, ou postérieur, une tache noirâtre, étroite, longue d'environ huit lignes, j'y portai une sonde qui entra sans peine dans le ventricule gauche, & qui parcouroit aussi sans violence toute l'étendue de la déchirure, j'ouvris alors

le ventricule, & je n'y trouvai de sang que le filet coagulé qui servoit à remplir la déchirure, & dont un petit bout flotoit dans la cavité du ventricule, je le retirai par dedans, & la tache noire que j'avois vûë en dehors disparut, ce qui démontroit sans équivoque, la trace de la rupture; les autres parties étant parfaitement saines, la cause de la mort subite restoit bien prouvée.

Pour expliquer comment, dans les deux cas que j'ai rapportés, les ventricules du cœur ont pû s'ouvrir sans cause extérieure, il faut remarquer que dans le premier, il y avoit une érosion aux fibres charnuës du ventricule droit, qui sembloient avoir été ulcérées & creusées peu à peu jusqu'au trou qui ouvroit le ventricule; & que dans le second, la chair du cœur étoit devenue molle au point qu'en quelqu'endroit qu'on présentât le bout d'une sonde, sans l'appuyer, elle entroit & traversoit le cœur par le simple poids de l'instrument qui n'est pas considérable.

Donc la rupture de cet organe sera raisonnablement attribuée à l'amolissement de ses fibres, ou à un ulcère qui en aura usé l'épaisseur; on trouve plusieurs exemples de l'ulcère, dans le Recueil de Bonetus, mais un seul de la molesse.

Les exemples de la rupture du cœur qui en résulte quelquefois, sont rares. M. Morgagni en cite un dans ses *adversaria*, & trouve le fait singulier. On observera cependant que c'étoit à la pointe que le cœur étoit percé, & c'est l'endroit le plus mince. Bohnius en cite un autre du ventricule gauche près de l'embouchure de l'aorte, & Bonetus, de la cloison ou *Septum medium*.

Ces sortes de ruptures sont moins rares dans les gros vaisseaux, sur-tout dans les veines, qui outre cela peuvent encore se désunir à l'endroit de leur jonction avec le cœur.

Quoique la jonction des vaisseaux sanguins avec le cœur paroisse assés ferme, on voit cependant dans un cœur cuit, avec quelle facilité ils se détachent du cœur à sa base. Bellini a vû dans des gens morts subitement, la veine pulmonaire détachée de l'oreillette gauche; ce qui s'explique, en disant

que cette oreillette étant engorgée par un polype, ou comprimée par dehors, le sang qui revient du poumon, trouve de la résistance, ce qui occasionne un amas de sang dans le sac pulmonaire, & en conséquence, une dilatation extraordinaire de la veine, qui augmente à tel point qu'elle se décolle d'avec l'oreillette. La même chose, dit Bellini, peut arriver à la veine-cave, dans sa jonction avec l'oreillette droite, mais il ne dit point l'avoir vu.

Indépendamment de l'anévrisme & de la rupture du cœur, il y a une quantité prodigieuse d'observations écrites sur d'autres causes, capables d'altérer ou d'interrompre son mouvement. Mais en voici une qui est moins connue, & qui est relative à la palpitation.

C'est un battement continu des veines jugulaires, pareil au battement des artères, que j'ai observé en 1731, dans une femme d'environ 50 ans. Cette femme étoit sujette à des défaillances, qui d'abord l'incommodoient peu, mais qui par les suites, devinrent si fréquentes qu'elle appella du secours, je m'informai des circonstances de son mal, je lui trouvai de la palpitation, & je lui remarquai deux vaisseaux gros comme le pouce, un de chaque côté du col, qui battoient comme des artères, & qui avoient quelquefois des mouvements redoublés les uns sur les autres; la situation superficielle de ces vaisseaux, & leur peu d'épaisseur, annonçoient assés les veines jugulaires externes, mais il n'y avoit plus à en douter, quand on mettoit le pouce dessus, car la partie du vaisseau au dessus du pouce restoit très-gonflée & sans mouvement, celle qui étoit au dessous, perdoit la moitié du volume qu'elle avoit avant que d'être comprimée, & son mouvement étoit bien moins vif. Ces battements n'étoient pas plus réguliers que ceux de l'artere du pouls qui étoit presque toujours en palpitation.

En 1704, M. Homberg fit part à l'Académie, d'une observation presque pareille. Une Dame étoit sujette à des palpitations de cœur qui accompagnoient son asthme; dans les accès, on sentoit aux veines du col, & de plus à celles du bras, un battement très-sensible, dont la fréquence étoit
peu

peu différente de celle des artères, & quand l'accès étoit fini, le battement des veines disparoissoit. Lancisi donne deux exemples, dans son Traité *De motu cordis*, de ce battement des veines, qu'il appelle dans un endroit, *undulatio*, dans un autre, *fluctuatio jugularium*. Nos trois observations rapprochées, ont une particularité qui ne doit pas être omise ici. C'est qu'elles sont expliquées différemment, & qu'elles établissent chacune une cause différente du même effet.

Dans la femme qui fait le sujet de mon observation, je jugeai qu'il y avoit un polype dans l'oreillette droite du cœur; dans cette supposition, j'expliquois aisément ce battement des jugulaires qui étoit peut-être aussi dans les souclavières; en effet, le sang apporté par les jugulaires & les souclavières dans l'oreillette droite du cœur, la trouvant presque pleine d'une concrétion polypeuse, devoit rester en partie dans ces veines, & le polype jettant des branches dans les mêmes veines, devoit diriger le refoulement du sang qui se faisoit de l'oreillette dans ces veines, dans le temps de la sistole de l'oreillette; car les battements de ces veines, & la sistole de cette oreillette devoient être isochrones. Cette femme étant morte, le jugement que j'en avois porté se trouva vrai de tout point, par l'ouverture que je fis du cadavre.

Dans l'observation de M. Homberg, les polypes étoient dans les troncs des deux grosses artères, il n'y en avoit point dans les veines; le sang entroit donc aisément dans les ventricules, mais il trouvoit de la peine à en sortir: celui qui entroit dans le ventricule droit y restoit en partie, & le dilatoit, ce qui caufoit ensuite des contractions convulsives & des palpitations; ces palpitations violentes & redoublées pouissoient le sang contre les valvules, il les forçoit & communiquoit ses secousses à la colonne du sang apporté par la veine-cave.

Lancisi explique son observation par la dilatation de l'oreillette droite du cœur, & de la racine de la veine-cave, de façon que les valvules ne peuvent plus se joindre exactement pour en fermer l'entrée: alors dans la sistole du ventricule droit, le sang est refoulé du ventricule dans la veine-cave &

434 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

dans les jugulaires ensuite, & le conflict du sang qui arrive
 aux jugulaires, dans le temps que celui-ci en est rechauffé,
 fait dans cet endroit une espece de flux & de reflux singulier.
 Cette ondulation des jugulaires est, selon Lancisi, un simp-
 tome nécessaire de la dilatation de la racine de la veine-cave,
 de l'oreillette & du ventricule droit.

Les exemples que je viens de rapporter, font voir que le
 battement de quelques veines s'explique naturellement de
 plusieurs indispositions du cœur, & je croirois presque, que
 c'est faute d'observer, si on ne l'a pas remarqué plus souvent,
 aussi-bien que les anevrismes du cœur.



SOLUTION D'UN PROBLEME DE GEOMETRIE.

Par M. CLAIRAUT.

PROBLEME.

Trouver la Courbe *AFM* qui ait cette propriété, qu'en la faisant tourner autour du point *A*, & en marquant dans chacune de ses positions les points *M* & *m* qui soient les plus éloignés de la droite *AC*, on forme une courbe *AmM* dont les segmens *AOMm* soient en raison donnée avec les segmens *AFMO* de la courbe *AFM*. Fig. 1.

M. Cramer, Professeur de Mathématiques à Geneve, est l'Auteur de ce Probleme, dont il m'avoit mandé avoir la Solution. Voici celle que j'en ai trouvée.

Plusieurs personnes de l'Académie en ont donné de différentes, on les trouvera ci-après.

SOLUTION. Au lieu de faire tourner la courbe *AFM*, je la suppose fixe, & à chaque point *M* je mené une tangente *PM*, sur laquelle j'abaisse la perpendiculaire *AP*, & je dis que la courbe *AmM* est celle dont les coordonnées sont *AP* & *PM*; alors nommant *AM*, *y*, *rm*, *dy*, *Mr*, *dx*, *AP*, *u*, *PM*, *t*, on aura $yy = uu + tt$, $tdx = udy$, & il ne faudra plus que trouver la valeur du segment d'une courbe dont l'abscisse est *AP*, *u*, & l'ordonnée *PM*, *t*. Pour cela, soit *AGM* cette courbe, la valeur de l'espace *AGMP* sera $\int tdu$, en faisant sur l'axe *AQ*, perpendiculaire à *AP*, la courbe *AHM* égale à la courbe *AGM*, l'espace *APMH* sera égal à $\int udt$, & par conséquent *AGMH*, double du segment *AGOM* de la courbe *AGM*, sera $\int tdu - \int udt$. Fig. 2.

On aura donc, par les conditions du Probleme, $tdu - udt = mydx$. En prenant dans $udy = tdx$, la valeur de *dx*, & la substituant dans $tdu - udt = mydx$, on aura $ttdu$

— $utdt=myudy$, d'où on chassera tt & $t dt$ par le moyen de l'équation $tt+uu=yy$, & l'on aura $ydu=(m+1)udy$, qui donne $\frac{du}{u}=(m+1)\frac{dy}{y}$, ou en intégrant $lu+(m+1)ly=Au=y^{m+1}$.

Par le moyen de cette équation, on aura facilement celle de la courbe AFM , & celle de la courbe AmM ; car mettant pour u sa valeur $\frac{y dx}{ds}$ que donnent les triangles semblables APM , Mmr , on aura $\frac{A y dx}{ds} = y^{m+1}$, ou $dx = \frac{y^m dy}{\sqrt{(AA-y^{2m})}}$ qui exprime une courbe géométrique, lorsque m est un nombre rationnel.

Pour avoir la courbe AmM , il faut mettre dans $Au=y^{m+1}$ à la place de y sa valeur $\sqrt{(uu+tt)}$, & l'on aura $Au=(uu+tt)^{\frac{m+1}{2}}$.



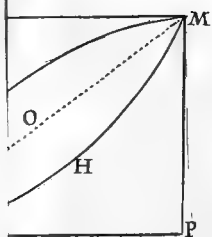
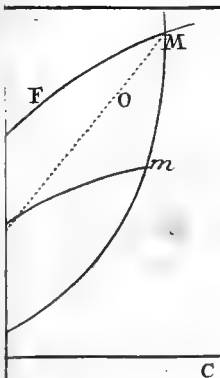


Fig. 3.

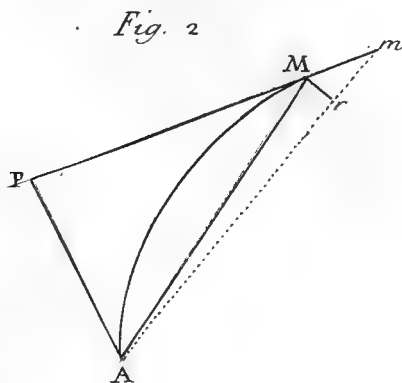


Fig. 2

Fig 1

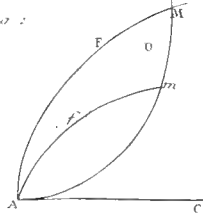


Fig 2

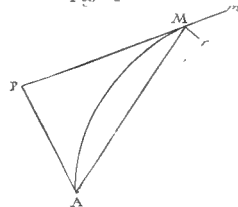
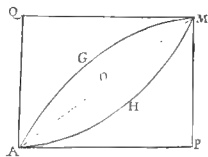


Fig 3



SOLUTION

DU MEME PROBLEME.

Par M. NICOLE.

PROBLEME.

SOIT une Courbe $ADMhl$, dont le petit côté Mh 6 Decemb.
est parallèle à la droite AB donnée de position. 1732.

Si l'on fait tourner cette courbe circulairement sur le point A , de manière que le point h décrive le petit arc de cercle hm , & le point M , le petit arc de cercle MS , de telle grandeur que le petit côté hl de la courbe qui suivoit immédiatement Mh dans la première situation, soit en mL de la seconde, & se trouve à son tour parallèle à la même droite AB , & ainsi de suite à l'infini. Fig. 1.

Cela posé, si l'on fait passer par l'infinité de points M & m , déterminés de cette façon, la courbe $AEMm$, & que l'on mène la droite AM , on demande la nature de la courbe $ADMh$, dont l'espace $ADMA$, dans toutes les situations où elle se trouve, soit à l'espace $AEMA$ de la seconde courbe dans la raison donnée de p à q .

SOLUTION I.

Soit nommé les ordonnées AM, Ah, Al, y , le petit arc $MG = hT = dx$, les côtés Mh, hl , de la courbe $= ds$, Gh , ou Tl , sera dy .

Pour satisfaire à la première condition, je remarque que le petit côté hl peut devenir parallèle à AB de deux manières; l'une, en transportant le petit côté hl en hi , de manière que l'angle lhi soit l'angle de contingence, & l'autre, en transportant la courbe AMh en ASm . Il faut donc que l'angle lhi de contingence soit égal à l'angle $hAm = GAO$, ainsi on aura cette proportion $lh . li :: AG . CO$, mais li est

l'arc qui mesure l'angle de contingence, & est exprimé par

$\frac{ds^2 dx - y dx ddy}{y ds}$, lorsque dx est constant.

On aura donc $ds \cdot \frac{ds^2 dx - y dx ddy}{y ds} :: y \cdot \frac{ds^2 dx - y dx ddy}{ds^2}$
 $= GO$. Donc $MO = GO - GM = \frac{ds^2 dx - y dx ddy}{ds^2} - dx$
 $= \frac{-y dx ddy}{ds^2}$. Par la seconde condition il faut que le triangle AMG , élément de l'espace ADM , soit au triangle AMO , élément de l'espace AEM , comme p à q . On aura donc $dx \cdot \frac{y dx ddy}{ds^2} :: p \cdot q$, qui donne $q dx = \frac{-y p dx ddy}{ds^2}$
ou $q ds^2 + p y ddy = 0$; mais $ds^2 = dx^2 + dy^2$, donc
 $ddy = \frac{ds dds}{dy}$, en mettant pour ddy cette valeur, il vient
 $q dy ds^2 + p y ds dds = 0$, ou $\frac{p}{q} y ds dds + dy ds^2 = 0$.
Pour intégrer cette quantité, il faut la multiplier par $ds^{\frac{p}{q}-2}$,
& elle deviendra $\frac{p}{q} ds^{\frac{p}{q}-1} dds \times y + ds^{\frac{p}{q}} \times dy = 0$;
dont l'intégrale est $y ds^{\frac{p}{q}}$, qui doit être égale à une quantité
constante. Soit cette quantité $a dx^{\frac{p}{q}}$, on aura donc $y ds^{\frac{p}{q}}$
 $= a dx^{\frac{p}{q}}$, ou $ds y^{\frac{q}{p}} = dx \times a^{\frac{q}{p}}$, ou $y^{\frac{2q}{p}} \times dx^2 + dy^2$
 $= a^{\frac{2q}{p}} \times dx^2$, qui donne $\frac{y^{\frac{q}{p}} dy}{\sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - y^{\frac{2q}{p}}}} = dx$ pour
l'équation de la courbe cherchée ADM .

Si l'on nomme le petit arc Mo , dz , on aura dz
 $= \frac{q y^{\frac{q}{p}} dy}{p \sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - y^{\frac{2q}{p}}}}$, pour l'équation de la courbe AEM .

Si l'on suppose $p = q$, la première équation deviendra
 $\frac{y dy}{\sqrt{aa - yy}} = dx$, dont l'intégrale est $-\sqrt{aa - yy} = x$,
qui donne $y = \sqrt{aa - xx}$, qui est à un cercle, dont le

diametre est a ; la seconde équation donne aussi $y = \sqrt{aa - zz}$, qui est au même cercle. Donc dans ce cas, ces deux courbes sont le même cercle.

SOLUTION II.

Si l'on tire toutes les lignes, telles qu'on les voit dans la Figure. AQ & QM sont les coordonnées perpendiculaires de la courbe $AEMm$, MNF est la tangente en mM , & AF est perpendiculaire sur cette tangente. AP & PM sont les coordonnées perpendiculaires de la courbe AMh . Cela posé, il est clair que le triangle $AMhA$ est l'élément de l'espace $ADMA$, & que le triangle $AMmM$ est l'élément de l'espace $AEMA$. Mais comme Mh , en quelque endroit que se trouve le point M , est toujours parallèle à AB , le triangle AMh sera $\frac{1}{2} MQ \times Mh$, & le triangle AMm sera $\frac{1}{2} AF \times Mm$. Il faut donc que $MQ \times Mh \cdot AF \times Mm :: p \cdot q$.

Fig. 2.

Et si l'on suppose les lignes $AQ = z$, $QM = u$, $AP = x$, $PM = y$, $Qq = Mt$ sera $= dz$, $mt = du$, $Pp = MK = dx$, $hK = dy$, & $Mh = ds$, on aura ces analogies $du : dz :: u \cdot \frac{udz}{du} = QN$; donc $AN = \frac{zdu - udz}{du}$. & $\sqrt{du^2 + dz^2} \cdot du :: \frac{zdu - ndz}{du} \cdot \frac{zdu - udz}{\sqrt{dz^2 + du^2}} = AF$. Les triangles semblables Aqm , $mt h$ donneront aussi $z \cdot u :: du$, $\frac{u du}{z} = th$. Donc $Mh = dz + \frac{u du}{z} = \frac{z dz + u du}{z}$.

Si donc on substitue pour $MQ \times Mh \cdot AF \times Mm :: p \cdot q$ leurs valeurs analytiques, on aura $\frac{uzdz + qudu}{z} \cdot zdu - udz :: p \cdot q$. D'où l'on tire $quzdz + quudu = pzdu - puzdz$, ou $p + q \times uzdz = pzdu - quudu$, ou $p + q \times zdz \times u - pzdz \times du = - quudu$.

Pour intégrer cette quantité, il faut la multiplier

par $\frac{z^{r+q-2}}{u^{r+1}}$, & l'on aura $p+q \times z^{p+q-1} dz \times u^{-p} - p u^{-p-1} du$
 $\times z^{p+q} = -q u^{-p+1} du \times z^{p+q-2}$, l'intégrale du premier
 membre est $\frac{z^{r+q}}{u^p}$, l'intégrale du second membre se peut trou-
 ver dans la supposition de $p+q=2$, car alors il devient
 $-q u^{-p+1} du$, dont l'intégrale est $\frac{-q}{2-p} \times u^{2-p} + a^{2-p}$.

On aura donc dans cette supposition $\frac{z^{r+q}}{u^p} = a^{2-p} - \frac{q}{2-p}$
 $\times u^{2-p}$, ou $z z = a^q \times u^p - u u$, pour l'équation de la courbe
AEMm qui sera toujours géométrique, & qui satisfera à
 tous les cas possibles.

Car quoique $p+q$ soit $=2$, le rapport de $p . q$ peut
 être tel qu'on voudra.

Si $p=1$, q sera $=1$, & l'équation deviendra $z z = a u - u u$
 qui est au cercle.

Si $p = \frac{4}{3}$, $q = \frac{2}{3}$, on aura $z z = a^{\frac{2}{3}} \times u^{\frac{4}{3}} - u u$;
 ou $z z + u u = a a u^{\frac{4}{3}}$.

Si $p = \frac{3}{2}$, & $q = \frac{1}{2}$, on aura $z z = a^{\frac{1}{2}} \times u^{\frac{3}{2}} - u u$;
 ou $z z + u u = a u^{\frac{3}{2}}$.

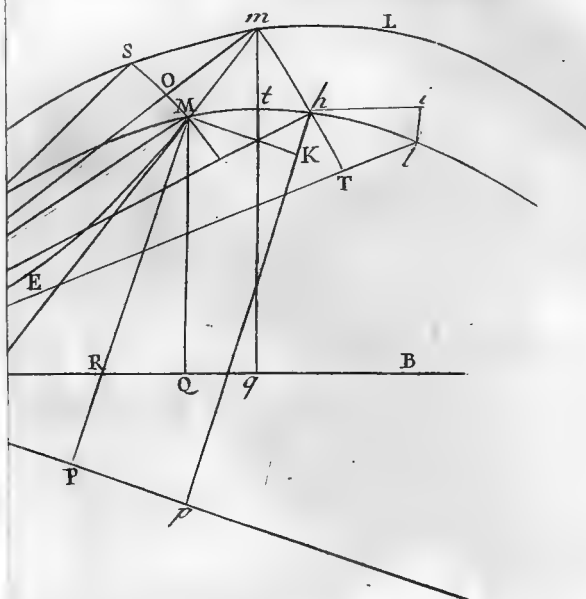
Si $p . q :: 3 . 2$, on aura $p = \frac{3}{2} q$, & $\frac{5}{2} q = 2$, ou $q = \frac{4}{5}$;
 $p = \frac{6}{5}$, & $z z = a^{\frac{4}{5}} \times u^{\frac{6}{5}} - u u$, ou $z z + u u = a^{\frac{4}{5}} u^{\frac{6}{5}}$.

Si $p . q :: \sqrt{7} . \sqrt{3}$. Donc $p = \frac{q \sqrt{7}}{\sqrt{3}}$, & $q + \frac{q \sqrt{7}}{\sqrt{3}} = 2$.

Donc $q = \frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$, & $p = \frac{2 \sqrt{7}}{\sqrt{21} + 3}$. Donc $z z = a^{\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}}$
 $\times u^{\frac{2 \sqrt{7}}{3 + \sqrt{21}}} - u u$, qui donne $z z = a^{\frac{2 \sqrt{3}}{3 + \sqrt{21}}} \times u^{\frac{2 \sqrt{7}}{3 + \sqrt{21}}} - u u$;
 ou $z z + u u = a a^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \times u u^{\frac{1}{\sqrt{7}}}$.

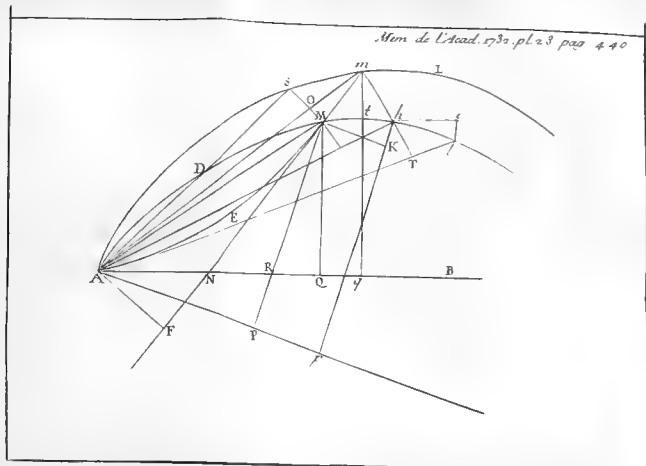
Pour trouver maintenant l'équation de la courbe *AMhi*;
 on fera toutes ces analogies

MK



Simonneau Sculp.

Mem de l'acad. 1732. pl. 23 pag 440



Common Sculp

$$MK(dx) \cdot Mh(ds) :: AP(x) \cdot \frac{xdx}{dx} = AR.$$

$$MK(dx) \cdot Kh(dy) :: AP(x) \cdot \frac{xdy}{dx} = PR; \text{ donc } MR = \frac{ydx - xdy}{dx}.$$

$$Mh(ds) \cdot MK(dx) :: MR\left(\frac{ydx - xdy}{dx}\right) \cdot \frac{ydx - xdy}{ds} = MQ = u.$$

$$AP(x) \cdot PR\left(\frac{xdy}{dx}\right) :: MQ\left(\frac{ydx - xdy}{ds}\right) \cdot \frac{ydx dy - xdy^2}{ds dx} = QR.$$

$$\text{Donc } AR + RQ = z = \frac{xdx}{dx} + \frac{ydx dy - xdy^2}{ds dx} = \frac{xdx + ydy}{ds} = z.$$

Si donc on substitue dans l'équation $zz = a^q u^p - uu$, ou $zz + uu = a^q u^p$, pour z & u , les valeurs que l'on vient de trouver, on aura

$$\frac{xx dx^2 + 2xy dx dy + yy dy^2 + yy dx^2 - 2xy dx dy + xx dy^2}{dx^2 + dy^2} = a^q \times \frac{ydx - xdy}{ds^p}$$

$$= xx + yy.$$

Si pour simplifier cette équation, on fait $\sqrt{xx + yy} = r$
 $= AM$, & que le petit arc MG soit $dt = \sqrt{Mh^2 - Gh^2}$,
 on aura $dt = \sqrt{dx^2 + dy^2 - \frac{xx dx^2 - 2xy dx dy - yy dy^2}{xx + yy}}$
 $= \frac{ydx - xdy}{\sqrt{xx + yy}}$, & $ds = \sqrt{dr^2 + dt^2}$.

Ainsi en substituant dans l'équation $xx + yy = a^q$
 $\times \frac{ydx - xdy}{ds^p}$, les valeurs que l'on vient de trouver, on aura
 $rr = \frac{a^q \times dt^p \times r^p}{ds^p}$, ou $rr = \frac{a^q \times dt^p \times r^p}{\sqrt{dr^2 + dt^2}^p}$, ou $\frac{rr \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p}{r^p}$

$= a^q \times dt^p$, ou $r^{2-p} \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p = a^q \times dt^p$, mais
 $2 - p = q$. Donc $r^q \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p = a^q \times dt^p$, ou $r^{\frac{q}{p}} \times \sqrt{dr^2 + dt^2} = a^{\frac{q}{p}} \times dt$, qui donne $dt = \frac{r^{\frac{q}{p}} dr}{\sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - r^{\frac{2q}{p}}}}$;

comme on avoit trouvé par une autre voye.



S O L U T I O N
DE DEUX PROBLEMES
DE GEOMETRIE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

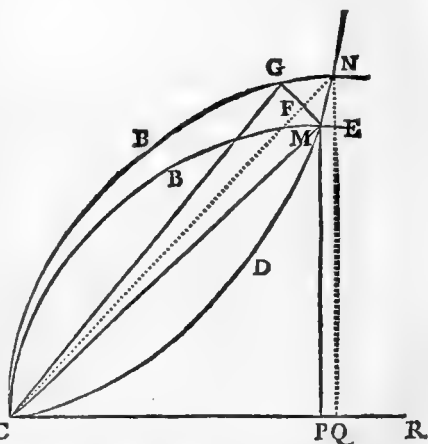
PROBLEME I.

6 Decemb.
1732.

TROUVER la Courbe qui tournant autour d'un point fixe C , ait ses segments $CBGNC$ en raison constante aux segments correspondants $CDMNC$ de la courbe CMN qui passe par tous les points où elle est la plus éloignée de l'axe donné CR ? Ou réciproquement, les mêmes choses étant supposées, trouver la courbe $CDMN$?

Solution. Je commence par chercher la courbe coupante $CDMN$.

Supposant que la courbe tournante $CBGN$ soit tombée dans la situation prochaine CBM , décrivant du centre C & du rayon CM le petit arc MG , & tirant la droite CN , il est clair que le petit triangle $CGNC$



est la différentielle du segment $CBGNC$ de la courbe tournante, & le triangle CMN est la différentielle du segment $CDMNC$ de la courbe coupante $CDMN$.

Soit maintenant $CM = t$ le sinus de l'angle $MCP = h$ pour le rayon $= 1$, l'on aura $MP = ht$, $NE = hdt + t dh$,

$$CP = t\sqrt{(1-hh)} \text{ \& } PQ = dt\sqrt{(1-hh)} - \frac{t dh}{\sqrt{(1-hh)}} \\ = ME. \text{ Donc } MN = \sqrt{ME^2 + NE^2} = \\ \sqrt{dt^2 + \frac{t^2 dh^2}{1-hh}}, \text{ \& } MF = \sqrt{MN^2 - NF^2} = \frac{t dh}{\sqrt{(1-hh)}}.$$

Maintenant pour trouver GF , on a (à cause du parallélisme entre GN & CR) $CP : PM :: NF : FG$, ou $\sqrt{(1-hh)} \cdot h :: dt \cdot FG = \frac{h dt}{\sqrt{(1-hh)}}.$

Mais par l'autre condition du Probleme $MF : FG :: n : 1$, c'est-à-dire, $\frac{t dh}{\sqrt{(1-hh)}} : \frac{h dt}{\sqrt{(1-hh)}} :: n : 1$, ou $t dh = n h dt$, ou $\frac{dh}{h} = n \frac{dt}{t}$, ou $h = a^{-n} t^n$; c'est l'équation de la courbe coupante $CDMN$.

Pour trouver maintenant la courbe tournante $CBGN$, l'on a $MF = \frac{t dh}{\sqrt{(1-hh)}} = (\text{à cause de } h = a^{-n} t^n)$
 $\frac{n a^{-n} t^n dt}{\sqrt{(1-a^{-2n} t^{2n})}} = \frac{n t^n dt}{\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})}}.$ Et puisque $MF : FG :: n : 1$, l'on a $FG = \frac{t^n dt}{\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})}}.$

Pour rapporter cette courbe à un cercle dont le rayon $= r$, & l'arc $= z$; on a $r \cdot dz :: t \cdot FG$; donc $FG = t dz = \frac{r^n dt}{\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})}}$, ou $n dz = \frac{n t^{n-1} dt}{\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})}}$; C'est l'équation de la courbe tournante.

D'où l'on voit que ces courbes dépendant de la comparaison de deux angles, elles sont toujours algébriques, lorsque n est un nombre rationnel.

Construct. Pour les construire; on décrira un cercle du rayon a^n , & prenant dans ce cercle un angle égal à l'angle nz , on aura le sinus de cet angle $= t^n$. $C. Q. F. T.$

Schol. Si le rapport des deux segments est le rapport d'égalité; l'on a $n = 1$, & pour l'équation de la courbe coupante $h = a^{-1} t$, qui est l'équation radiale du cercle, qui est alors la courbe coupante & la courbe tournante.

En général, en chassant h & t par les deux équations $h = \frac{y}{\sqrt{(xx+yy)}}$ & $t = \sqrt{(xx+yy)}$, on remonte à l'équation

K k k ij

$$a^n y = (xx - yy)^{\frac{n+1}{2}}.$$

Si l'on veut trouver les cas où les segments dans l'une & l'autre courbe sont quarrables, on a $MF \times CM = \frac{a^{n+1} dt}{\sqrt{a^{2n} - t^{2n}}}$.

Je fais $\sqrt[n]{(a^{2n} - t^{2n})} = v, t = (a^{2n} - v^n)^{\frac{1}{2n}}, dt = -\frac{1}{n}$

$$\times - v dv \times (a^{2n} - vv)^{\frac{1-2n}{2n}}, \text{ \& j'ai } MF \times CM$$

$$= n (a^{2n} - v^2)^{\frac{n-1}{2n}} \times \frac{1}{n} \times -v dv \times (a^{2n} - v^2)^{\frac{1-2n}{2n}}$$

$$= -v dv (a^{2n} - v^2)^{\frac{2-n}{2n}}. \text{ D'où l'on voit que lorsque } \frac{2-n}{2n}$$

est un nombre entier positif, nos courbes sont quarrables, c'est-à-dire, lorsque n est quelque nombre de la suite $\frac{2}{1}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \&c.$ On peut proposer cet autre Probleme.

P R O B L E M E I I.

Trouver la courbe qui tournant autour d'un point fixe C, ait ses arcs en raison constante aux arcs correspondants de la courbe qui passe par tous les points où elle est la plus éloignée d'un axe donné? Ou réciproquement, les mêmes choses étant supposées, trouver la courbe coupante?

Solut. Ayant trouvé la valeur de $MN = \sqrt{dt^2 + \frac{tt dh^2}{1-hh}}$, l'on a (à cause des $\Delta FNG, PCM$) $dt \cdot NG :: t \sqrt{(1-hh)} \cdot t$; d'où $NG = \frac{dt}{\sqrt{(1-hh)}}$. Faisant donc $MN \cdot NG :: n \cdot 1$, on a $nndt^2 = dt^2 - hh dt^2 + tt dh^2$, ou $\frac{dt}{t} = \frac{dh}{\sqrt{(nn-1+hh)}}$, ou $1t = 1(bh + b\sqrt{(nn-1+hh)}$, ou $t = bh + b\sqrt{(nn-1+hh)}$, ou $tt - 2bht = (nn-1)bb$. C'est l'équation de la courbe coupante, qui est, comme on voit, toujours algébrique.

Cherchons maintenant la courbe tournante. On a $MN = \sqrt{dt^2 + \frac{tt dh^2}{1-hh}}$; & par la condition du Probleme $MN [\sqrt{dt^2 + \frac{tt dh^2}{1-hh}}] \cdot NG :: n \cdot 1$. Donc $NG = \frac{1}{n} \sqrt{dt^2 + \frac{tt dh^2}{1-hh}}$. Donc $NG^2 = \frac{1}{nn} (dt^2 + \frac{tt dh^2}{1-hh})$; & prenant la valeur de h & dh dans l'équation de la courbe coupante $h = \frac{tt - (nn-1)bb}{2bt}$, & la substituant dans cette valeur de FG (écrivant m pour $nn-1$), on trouve $FG = \frac{dt(tt - mbb)}{\sqrt{(2mbb + 4bb)tt - t^4 - mmb^2}}$.

Pour rapporter cette courbe à un cercle dont le rayon $= 1$ & l'arc $= z$, on a $FG = t dz$, d'où l'on tire $dz = \frac{(t - \frac{mbb}{t}) dt}{\sqrt{(2mbb + 4bb)tt - t^4 - mmb^2}}$.

Scholie. Mais si l'on reprend la courbe coupante, & qu'on examine son équation $tt - 2bht = (nn-1)bb$, ou $xx + yy - 2by = (nn-1)bb$, on trouvera une chose singulière; c'est que quelle que soit la courbe tournante, la coupante est toujours un cercle. Ce qui est tout ce que je trouve de remarquable dans ces courbes.



proche du point M , soient tirées les droites $\mu\pi$, MP perpendiculairement à cette courbe, & soit tirée AQ perpendiculairement sur $\mu\pi$, cette droite sera parallèle à μM , & l'on aura $\mu\pi = MQ$.

Le point μ en décrivant à son tour, arrivera en R , après avoir décrit μR perpendiculaire sur AM , & pour lors $\mu\pi$ sera sur RV , & $A\pi$ sur AV , d'où il suit que l'angle $\mu AR =$ l'angle QAP .

Soit maintenant $AP = x$; $VP = dx$. MP , ou $VR = y$.

Et la différence de MP à $VR = dy$.

Comme $MQ = \mu\pi = RV$; on aura $PQ = dy$.

Mais l'angle μAR , & l'angle PAQ étant égaux, on aura

$$AP : PQ :: AM : \mu R$$

$$x : dy :: \sqrt{xx + yy} : \mu R = \frac{dy\sqrt{xx + yy}}{x}.$$

$AM = \sqrt{xx + yy}$ devenant AR ou AS , il suit que la différence $SM = \frac{xdx + ydy}{\sqrt{xx + yy}}.$

Et à cause des triangles semblables $MS\mu$, APM , on a $AP : PM :: SM : S\mu$,

C'est-à-dire, $x : y :: \frac{xdx + ydy}{\sqrt{xx + yy}} : \frac{xydx + yydy}{x\sqrt{xx + yy}} = S\mu$.

Mais le folium $ARM\mu A$, & le segment $ASM\mu A$ étant dans le rapport de p à 1, le quadrilatere $M\mu ARM$, & le triangle $M\mu A$, qui sont leurs différences, sont aussi dans le rapport de p à 1; & ces différences ayant AM pour longueur commune, sont entr'elles comme μR à $S\mu$.

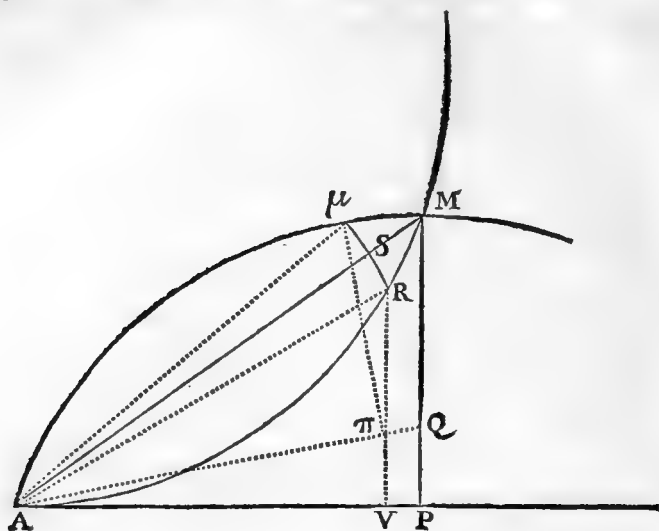
On aura donc $\mu R : S\mu :: p : 1$,

C'est-à-dire $\frac{dy\sqrt{xx + yy}}{x} : \frac{xydx + yydy}{x\sqrt{xx + yy}} :: p : 1$.

D'où l'on tire $\frac{pxydx + pyydy}{\sqrt{xx + yy}} = dy\sqrt{xx + yy};$

ou $pxydx + pyydy = xx dy + yy dy,$

ou $pxydx - xx dy + p - 1. yy dy = 0.$



Multipliant par $y^{\frac{-p-2}{p}}$, on aura

$$pxy^{\frac{-2}{p}} dx - xxy^{\frac{-p-2}{p}} dy + p-1 \cdot y^{\frac{p-2}{p}} \cdot dy = 0.$$

Et en intégrant, on aura

$$\frac{1}{2} p x x y^{\frac{-2}{p}} + \frac{1}{2} p y^{\frac{2p-2}{p}} = a \frac{2p-2}{p}.$$

Multipliant par $y^{\frac{2}{p}}$, on aura

$$\frac{1}{2} p x x + \frac{1}{2} p y^2 = a \frac{2p-2}{p} y^{\frac{2}{p}};$$

ou $xx = \frac{2}{p} a \frac{2p-2}{p} y^{\frac{2}{p}} - y^2.$

C'est l'équation de la courbe ARM. C. Q. F. 1.° trouver.

Pour trouver l'équation de la courbe tournante $A\mu M$.
Soit $AM = z$, $\mu S = du$.

Puisque par les conditions du Probleme, le folium $M\mu AR$ est au segment μAM comme p est à 1.

L'angle μAR , ou son égal QAP sera aussi à l'angle μAS comme

comme p est à 1. On aura donc

$$\frac{dy}{x} : \frac{du}{z} :: p : 1, \text{ ou } \frac{du}{z} = \frac{dy}{px},$$

il faut maintenant avoir en z & dz les valeurs de dy & de x .

L'équation de la courbe sécante est $x^2 = \frac{2}{p} a^{\frac{2p-2}{p}} y^{\frac{2}{p}} - yy$

Mais \overline{AM}^2 , ou $zz = xx + yy$.

$$\text{Donc } z = \left(\frac{2}{p}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{p-1}{p}} \cdot y^{\frac{1}{p}}.$$

$$\text{Ainsi } z^p = \left(\frac{2}{p}\right)^{\frac{p}{2}} \cdot a^{p-1} \cdot y.$$

$$\text{Donc } y = \frac{z^p}{\left(\frac{2}{p}\right)^{\frac{p}{2}} a^{p-1}}.$$

$$\text{D'où l'on tire } 1.^{\circ} dy = \frac{pz^{p-1} \cdot dz}{\left(\frac{2}{p}\right)^{\frac{p}{2}} \cdot a^{p-1}}.$$

$$2.^{\circ} y^2 = \frac{z^{2p}}{\left(\frac{2}{p}\right)^p \cdot a^{2p-2}}.$$

$$3.^{\circ} y^{\frac{2}{p}} = \frac{z^2}{\frac{2}{p} \cdot a^{\frac{2p-2}{p}}}.$$

Mettant ces valeurs de y^2 & $y^{\frac{2}{p}}$ dans l'équation de la courbe sécante ARM , on aura

$$xx = zz - \frac{z^{2p}}{\left(\frac{2}{p}\right)^p \cdot a^{2p-2}}.$$

$$\& \quad x = zz - \frac{z^{2p}}{\left(\frac{2}{p}\right)^p \cdot a^{2p-2}}.$$

Enfin substituant les valeurs de dy & de x dans l'équation $\frac{du}{z} = \frac{dy}{px}$, on aura

$$\frac{du}{z} = \frac{z^{p-1} \cdot dz}{\left(\frac{2}{p}\right)^{\frac{p}{2}} \cdot a^{p-1} \times \left(zz - \frac{z^{2p}}{\left(\frac{2}{p}\right)^p \cdot a^{2p-2}}\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Intégrant & faisant passer $(\frac{z}{p})^{\frac{p}{2}} a^{p-1}$ sous le signe radical $\sqrt{\quad}$; & divisant le numerateur & le dénominateur par z , on aura $\int(\frac{du}{z}) = S \frac{z^{p-2} dz}{\sqrt{(\frac{z}{p})^p \cdot a^{2p-2} - z^{2p-2}}}$.

Cette équation n'est point intégrable, mais il est évident que $\int(\frac{du}{z})$ est l'angle dont μAS est la différentielle, & que la valeur de cet angle dépend de la quadrature d'une courbe dont z est la coupée, & dont $\frac{z^{p-2}}{\sqrt{(\frac{z}{p})^p \cdot a^{2p-2} - z^{2p-2}}}$ est l'ordonnée. *C. Q. F. 2.º trouver.*

C O R O L L A I R E.

Si $p=2$, les deux courbes seront deux cercles égaux.
1.º Car l'équation de la courbe sécante ARM deviendra

$$xx = ay - yy,$$

qui est une équation au cercle dont a est le diametre.

2.º L'équation de la courbe tournante sera $\frac{du}{z} = \frac{dz}{\sqrt{aa-zz}}$

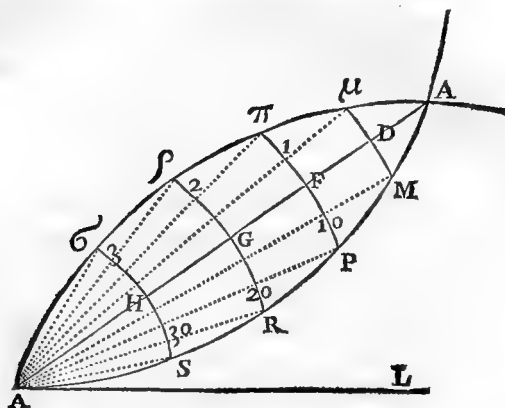
ou $du = \frac{zdz}{\sqrt{aa-zz}}$, on aura donc

$$\begin{aligned} \mu M &= (\sqrt{du^2 + dz^2}) = \sqrt{\frac{z^2 dz^2 - aa dz^2 - z^2 dz^2}{aa-zz}} \\ &= \frac{adz}{\sqrt{aa-zz}}, \text{ qui est une équation au cercle dont } a \text{ est} \\ &\text{diametre, \& } z \text{ la corde.} \end{aligned}$$

Donc les deux courbes sont deux cercles égaux.

R E M A R Q U E.

On remarque aisément, par les conditions du Probleme, que la courbe sécante $ASRPMB$ étant tracée suivant son équation $xx = \frac{2}{p} a^{\frac{2p-2}{p}} y^{\frac{2}{p}} - yy$, devient très-commode pour tracer la courbe tournante $A\sigma\pi\mu B$.



Car si du point de rotation A , comme centre, on décrit des arcs σS , ρR , πP , μM , comme les points μ , π , ρ , σ , se trouveront successivement en M , P , R , S , & que les droites $A\mu$, $A\pi$, $A\rho$, $A\sigma$, se confondront successivement avec les droites AM , AP , AR , AS , que par les conditions $\frac{1}{p-1}$ donnera toujours le rapport des petits arcs μD , $\pi 1$, $\rho 2$, &c. aux petits arcs MD , $P 10$, $R 20$, &c. les arcs finis πF , ρG , σH , & PF , RG , SH , feront aussi dans le même rapport $\frac{1}{p-1}$; d'où il suit que la courbe sécante ARB étant tracée, on pourra trouver tous les points de la tour-nante sans avoir besoin de son équation; car on n'aura qu'à faire les arcs MD , PF , RG , & aux arcs μD , πF , ρG , dans le rapport de $\frac{p-1}{1}$.

On voit encore qu'on n'aura pas besoin de la multifsection de l'angle, lorsque p sera un nombre entier.

Je remarque encore que l'arc $A\sigma$ s'évanouissant, l'arc AS s'évanouira aussi, ainsi la droite donnée AL doit toucher la courbe sécante au point A de rotation.



*DE LA MERIDIENNE
DE L'OBSERVATOIRE.*

Par M. CASSINI.

APRÈS avoir prolongé de part & d'autre jusqu'aux extrémités du Royaume, tant vers le Midi que vers le Septentrion, la ligne Méridienne qui passe par le milieu de l'Observatoire Royal de Paris, il paroissoit nécessaire pour l'entière perfection de cet ouvrage, que l'on traçât dans l'Observatoire même, une ligne méridienne qui fût partie de celle qui traverse le Royaume, & servît en même temps aux observations astronomiques que l'on y fait assiduëment depuis sa fondation.

On sçait assez l'utilité que l'on peut retirer de la description d'une Méridienne; c'est une ligne fixe & invariable que le Soleil rencontre tous les jours à son passage par le Méridien, & qui est par conséquent la plus exacte mesure du temps. Cette ligne étant divisée suivant les regles prescrites, a, outre la mesure du temps, ses différents usages dans l'Astronomie pour regler l'obliquité de l'Ecliptique, les temps des Equinoxes & des Solstices, & le cours du Soleil qui est la base & le fondement de toute l'Astronomie; car quand même on ne regarderoit pas cet Astre comme le principe des mouvements de toutes les Planetes, du moins est-il certain que l'on ne peut, sans son secours, déterminer avec quelque exactitude, leur mouvement, & ceux des Étoiles fixes.

Ce fut dans ce dessein que mon Pere entreprit la célèbre Méridienne dans l'Eglise de S.^t Pétrone, qui lui servit à réformer la théorie du Soleil, & à connoître la mesure des refractions qui élèvent, en apparence, les Astres au-dessus de leur situation véritable, & qui forment un des plus grands obstacles à la perfection de l'Astronomie.

Ce fut aussi dans le dessein de régler les mouvements du Soleil, qui sont le fondement du Calendrier Ecclésiastique, que M.^{rs} Bianchini & Maraldi, tous deux de cette Académie, construisirent à Rome, en 1702, dans l'Eglise des Chartreux, autrefois les bains de Dioclétien, une ligne Méridienne, par ordre du Pape Clément XI. qui avoit alors établi une Congrégation pour l'examen de ce Calendrier.

Depuis ce temps-là, on a construit un grand nombre d'autres Méridiennes. M. de Malzieux en a fait une à Chantenay. J'en ai tracé une, en 1712, dans la Salle de l'Observatoire qui est au rés-de-chaussée de la terrasse, dont la hauteur est de 12 pieds, & la longueur au Solstice d'hiver, de 40.

Il y en a dans toutes les Maisons Royales où le Roi fait sa demeure, qui y ont été dressées par son ordre & sous ses yeux, & M. le Curé de S.^t Sulpice en a fait tracer depuis quelques années, une fort grande, dans la nouvelle & magnifique Eglise qu'il fait édifier. Mais toutes ces Méridiennes, à la réserve des trois premières, n'ont été dressées que pour marquer exactement l'heure du midi, & régler les horloges.

Pour construire la nouvelle Méridienne de l'Observatoire, nous avons choisi la grande Salle qui est dans l'appartement supérieur, & qui y avoit été destinée dès l'établissement de cet Edifice. Cette Salle a 97 pieds 5 pouces de longueur du Midi vers le Nord, depuis le mur intérieur de la face méridionale jusqu'au mur intérieur qui est au fond de l'embrasure de la fenêtre qui est vers le Nord. Sa figure est irrégulière, elle forme d'abord un rectangle fort approchant du carré qui a 46 pieds de longueur dans la face méridionale sur 45 pieds de largeur. Elle se rétrécit ensuite, & forme un second carré de 21 pieds de diamètre; enfin elle est terminée par une Tour carrée, dont la largeur intérieure est de 24 pieds. Cette Tour étoit déjà carrelée de pierre de liais, d'un pied de diamètre, avec une bande de pierre de la même largeur du Midi vers le Nord, qui étoit assés exactement sur la Méridienne.

On avoit pratiqué au haut & dans la face méridionale du bâtiment, vers le milieu, une ouverture qui avoit communication dans la grande Salle, pour y laisser entrer les rayons du Soleil.

La hauteur de la partie inférieure de cette ouverture au dessus du niveau de la Salle, fut mesurée exactement de 30 pieds 6 pouces 8 lignes, & comme la hauteur apparente du bord inférieur du Soleil doit être à Paris, dans le Solstice d'hyver où elle est la plus basse, de $17^{\text{d}} 27' 45''$, je trouvai que l'extrémité de l'image du Soleil que l'on feroit passer par le trou d'une plaque placée horisontalement dans cette ouverture, à la hauteur de 30 pieds 6 pouc. 8 lignes, devoit se peindre au Solstice d'hyver, à la distance de 96 pieds 10 pouces, c'est-à-dire, quelques pouces en-deçà de l'extrémité septentrionale de cette Salle, dans laquelle on devoit par conséquent voir l'image du Soleil, pendant toute l'année, à son passage par le Méridien, depuis le Solstice d'été jusqu'au Solstice d'hyver.

Ayant dressé le projet de la construction de cette Méridienne, qui fut approuvé par l'Académie, je fis placer dans l'ouverture dont je viens de parler, à la hauteur de 30 pieds 6 pouc. 8 lign. ou de 4400 lign. du pied de Paris, une Plaque de cuivre *AEFB* (*Fig. 1.*) de 2 pieds de longueur, de 18 pouces de largeur sur une ligne & demie d'épaisseur, que l'on plia par la moitié en équerre, afin qu'une partie *ACDB* de cette plaque étant placée horisontalement, l'autre partie *CEFD* fût perpendiculaire, ce qui doit former une ombre beaucoup plus grande que si on l'avoit laissée horizontale.

L'on fit sur la partie *ACDB* horizontale de cette plaque, près de l'endroit où elle est repliée, un trou *GH* exactement rond dans la partie supérieure de la plaque, taillé en biseau vers sa partie inférieure, pour laisser passer librement les rayons du Soleil dans le temps où ils sont les plus obliques.

Le centre *I* de ce trou est au milieu de la face méridionale de la grande Salle, & en même temps sur le plan de la surface intérieure du mur.

Son diamètre GH a 4 lignes & $\frac{4}{10}$ d'ouverture, c'est-à-dire, la milliême partie de sa hauteur sur le niveau de la Salle.

Comme la hauteur du centre de ce trou sur le niveau de la Salle, est la mesure du rayon du cercle dont la tangente doit marquer les distances du Soleil au Zénith à son passage par le Méridien ; j'ai fait construire, pour prendre cette hauteur avec toute l'exactitude possible, plusieurs Regles de fer IL , LM , &c. de 3 pieds de longueur sur 8 lignes de largeur & 2 d'épaisseur, que l'on a jointes ensemble par des tourillons de fer L , M , de manière qu'elles peuvent se plier & s'ouvrir facilement. On avoit pratiqué à une des Regles qui étoit à l'extrémité, un trou quarré dans lequel on avoit ajusté une petite barre de fer OP quarrée qui remplissoit exactement ce trou.

Ayant déployé ces lames, on fit passer la dernière NL par le trou horizontal GH de la plaque de cuivre, & on les tint suspenduës en cet état par le moyen de la barre OP qui traversoit la dernière de ces Regles, & étoit soutenuë sur la plaque.

On dressa toutes ces Regles de manière qu'elles fissent une ligne droite continuë ; & comme elles excédoient un peu la hauteur du trou horizontal GH sur le niveau de la Salle, on diminua la regle qui étoit à l'extrémité inférieure, de manière qu'elles mesurassent exactement la hauteur de ce trou.

Cette mesure ayant été prise, on suspendit à ces Regles divers poids en différens jours, après les avoir pliées & déployées un grand nombre de fois pour voir si cette mesure étoit constante, & l'on n'y a jamais remarqué la moindre différence.

M'étant ainsi assuré de la hauteur exacte de ce trou, j'ai fait construire par le S.^r Langlois 32 Regles de leton, chacune de 3 pieds 0 pouce 8 lignes de longueur, qui est la dixième partie de toute la hauteur, sur 20 lignes de largeur & 3 lignes d'épaisseur.

On avoit dressé exactement ces Regles d'un côté sur le champ, & on les avoit faites toutes égales précisément l'une

à l'autre, en les tenant d'abord un peu plus longues qu'il n'étoit nécessaire, afin d'en pouvoir diminuer.

On prit dix de ces Regles de cuivre que l'on mit bout à bout sur une ligne droite tracée sur le plancher, on appliqua ensuite dessus, les regles de fer *IL*, *LM*, &c. dont la longueur étoit précisément égale à la hauteur du trou *GH* sur le niveau de la Salle; & ayant trouvé que les dix regles de cuivre excédoient un peu cette longueur, on les diminua chacune séparément d'une égale quantité en les posant les unes sur les autres. On les plaça ensuite bout à bout sur les regles de fer, & on répéta ces opérations un grand nombre de fois jusqu'à ce que l'on fut assuré que ces regles, qui étoient égales entre elles, comprissent exactement la hauteur de ce trou.

On employa la même méthode pour les autres regles que l'on prit dix à dix, afin d'être assuré qu'elles fussent toutes égales entre elles, & de la longueur requise.

Ces regles étant ainsi disposées, on a tracé sur leur longueur & par le milieu de leur épaisseur une ligne assez profonde pour qu'elle ne s'effaçât pas facilement, qu'on a divisée d'un côté en 100 parties égales, qui sont chacune égales au demi-diamètre du trou horizontal de la plaque de cuivre & à la millième partie de sa hauteur sur le pavé. L'autre partie de chaque regle a été divisée en parties inégales qui répondent aux minutes de la hauteur du Soleil sur l'horizon.

Cette division a été faite d'abord de 10 en 10 minutes depuis 0 jusqu'à la distance de 24 degrés du Zénith, & ensuite de minutes en minutes jusqu'à l'extrémité de la Méridienne. On s'est contenté de diviser les premières regles de 10 en 10 minutes jusqu'à 24 degrés, parce qu'elles ne peuvent point servir pour les observations du Soleil, qui dans le Solstice d'été où il est le plus proche du Zénith, en est éloigné d'environ 25 degrés & 20 minutes. Ces minutes ainsi divisées, comprennent vers le Solstice d'été 1 ligne $\frac{1}{2}$, & au Solstice d'hiver 14 lignes.

Pour placer ces regles de cuivre sur la Méridienne, de manière qu'elles ne puissent point changer de situation; j'ai
fait

fait construire des bandes de marbre blanc de 6 pouces de largeur sur 2 d'épaisseur. La longueur de chaque bande de marbre que l'on devoit poser d'un côté de la ligne, a été faite précisément égale à la longueur de chaque regle de cuivre. Les autres bandes de marbre ont été taillées de différentes longueurs, de manière qu'elles mesurasent un ou plusieurs degrés, ou un certain nombre de minutes. On a fait ces bandes de marbre blanc, parce que l'image du Soleil s'y distingue plus nettement que sur toute autre couleur, & on leur a donné 6 pouces de largeur, afin que les deux ensemble posées de part & d'autre de la regle de cuivre, comprissent l'espace d'un pied, & qu'on y pût appercevoir en tous les temps l'image du Soleil, dont le petit diametre au Solstice d'hyver est à peu-près de cette largeur.

Ayant ainsi disposé un rang de bandes de marbre, chacun de la longueur de 3 pieds 0 pouc. 8 lignes, on les a dressées le plus exactement qu'il a été possible, sur deux de leurs côtés; dont l'un est perpendiculaire à l'autre, & on a appliqué à chaque bande de marbre sur son épaisseur, une regle de cuivre d'égale longueur, de manière que la partie supérieure de la regle où sont les divisions, fût exactement de niveau avec le plan supérieur du marbre, & on les a scellées en cet état avec du plomb, par le moyen de quelques écroux de cuivre qui entroient de part & d'autre dans la regle & dans la bande de marbre.

Comme l'extrémité de cette Méridienne, du côté du Midi devoit répondre au point situé perpendiculairement au dessous du centre du trou horizontal de la plaque de cuivre par où passent les rayons du Soleil, & qu'il est important de connoître ce terme avec précision, parce que c'est de là que doivent commencer les divisions; nous avons fait construire un petit cylindre *AB* (*Fig. 2.*) de la largeur précise de l'ouverture *GH* de la plaque, & de son épaisseur. Ce cylindre avoit dans sa partie supérieure, un rebord qui s'appliquoit sur la plaque, & il étoit percé au centre, par un petit trou *D* qui étoit par conséquent au centre de l'ouverture de la plaque.

Ayant fait passer un fil par le centre de ce cylindre, on y suspendit un poids *PQ* fait exprès, avec beaucoup de précision, à l'extrémité duquel il y a une pointe pour marquer la perpendiculaire. Mais comme nous remarquâmes que la moindre agitation de l'air l'empêchoit de rester dans une situation fixe, nous prîmes un cube de cuivre *EFGHIK* de 3 pouc. de diametre, creux en dedans, & dont les côtés ont été dressés avec tout le soin possible. On a placé aux angles de ce cube, deux fils *FH*, *GL*, dont l'intersection *O* marquoit par conséquent le centre du cube.

L'ayant rempli d'eau, on y a fait entrer un poids cylindrique suspendu au fil qui passoit par le centre du trou. Par ce moyen, l'agitation de l'air n'a causé aucun mouvement sensible sur ce poids plongé dans l'eau; & on a avancé ou reculé le cube, de manière que le fil perpendiculaire étant libre, touchât exactement l'intersection de ces fils, ce que l'on a repeté plusieurs fois; on a ensuite fait des traits sur le carreau à la base du cube, & l'ayant retiré, on a tiré par les quatre angles des diagonales dont l'intersection *C* a marqué le point situé perpendiculairement au-dessous du trou de la plaque.

Enfin, on a attendu les temps où l'air étoit parfaitement tranquille, & y ayant suspendu un plomb dans l'air libre, on a trouvé qu'il répondoit précisément au même point.

Pour déterminer la direction de la Méridienne, nous avons dès le Solstice d'hyver de l'année 1729, déterminé avec M. Maraldi, par des hauteurs correspondantes, prises avec un quart-de-cercle avant & après midi, le temps que le Soleil devoit passer par le Méridien, & nous avons marqué en divers jours, sur la bande de pierre qui est dans la Tour carrée vers le Nord, dont nous avons déjà parlé, le point exact où se trouvoit le centre du Soleil, au temps de son passage par le Méridien.

Nous fîmes de pareilles observations vers le Solstice d'été; & plusieurs jours après, & nous trouvâmes toujours que la ligne qui passoit par le point qui étoit perpendiculairement

au dessous du trou, & par celui où le centre du Soleil s'étoit trouvé à son passage par le Méridien vers le Solstice d'hiver, passoit en même temps par les points où le centre du Soleil s'étoit trouvé à son passage par le Méridien vers le Solstice d'été; ce qui nous assûra de l'exactitude de la direction de la Méridienne.

Comme il est nécessaire que cette ligne, qui est la tangente d'un cercle dont le rayon est la perpendiculaire tirée du centre du trou sur le niveau de la Salle, soit placée dans une situation horisontale, j'ai fait construire (*Fig. 3.*) deux Tuyaux quarrés de fer blanc *LM*, *NO*, de la longueur chacun de 36 pieds, de 4 pouces de largeur, & d'autant de profondeur, parallèles l'un à l'autre, & qui se communiquent ensemble par une traverse *MN* de même figure, & de 2 pieds de longueur, afin que ces tuyaux puissent embrasser la Méridienne. On plaça ces tuyaux au long de la Méridienne *CP*, de côté & d'autre, en commençant par le point *C*, qui étoit perpendiculairement au dessous du trou par où passent les rayons du Soleil, & on les remplit d'eau, qui se trouva précisément de la même hauteur dans toute leur étendue, à cause de la communication qu'ils avoient entre eux. Je fis ensuite construire deux cylindres de fer blanc *RS*, *TV*, de 8 pouces de longueur & de 3 pouces de diametre, creux en dedans, & qui nageoient librement sur l'eau.

J'appliquai sur ces cylindres, une regle de fer *QX* dont la longueur étoit égale à l'intervalle entre les tuyaux de fer blanc, & qui étoit percée à son milieu par une vis *ZC* qui se terminoit en pointe, & pouvoit s'élever & s'abaisser facilement.

Ayant ainsi disposé tout ce qui étoit nécessaire pour poser la Méridienne, on plaça la première regle de cuivre *CY* avec sa bande de marbre sur la direction de la Méridienne, de manière que le terme de la division qui devoit répondre au Zénith fût précisément sur le point *C* dans la perpendiculaire qui répondoit au centre du trou, & qu'il se trouvât en même temps à la hauteur requise, ce que l'on verifia par le

460 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
moyen des regles de fer avec lesquelles on en avoit pris la mesure.

On plaça ensuite vis-à-vis de cet endroit les deux cylindres RS , VT , avec la barre de fer QX qui est entre les deux dans les tuyaux de fer blanc LM , NO , qu'on avoit remplis d'eau, de manière qu'ils y nageassent librement, & je haussai ou abbaissai la vis ZC , qui étoit au milieu de cette barre, jusqu'à ce que la pointe qui étoit à son extrémité inférieure rasât exactement la regle de cuivre CY à son extrémité C méridionale. Je portai ensuite les cylindres avec leur regle vers l'autre extrémité Y , & j'abbaissai ou élevai la regle de cuivre CY avec la bande de marbre, de manière qu'elle rasât exactement dans toute son étendue la pointe de la vis. On eut soin en même temps de conserver la regle de cuivre, de manière que la ligne qui la partageoit en deux fût exactement dans la direction d'un fil tendu dressé sur la Méridienne; & lorsqu'on fut assuré de la position exacte en tous les sens, de la bande de marbre & de la regle de cuivre qui y étoit attachée, on la scella avec du plâtre sur la voûte de la Salle.

On fit la même opération pour les dix premières bandes de marbre avec les regles de cuivre, & après les avoir scellées, on appliqua dessus les regles de fer qui avoient servi à mesurer la hauteur, qui se trouverent précisément de la même longueur.

On posa ensuite contre les regles de cuivre, de l'autre côté, c'est-à-dire, vers l'Occident, les bandes de marbre que l'on avoit taillées, de manière qu'elles comprissent chacune un certain nombre de degrés, & on les mit de niveau le plus exactement qu'il fut possible. La dernière de ces bandes se terminoit exactement à l'extrémité de la dixième regle, & marquoit le 45^{me} degré, dont la tangente est égale au rayon. On posa de la même manière les regles de cuivre sur lesquelles étoit tracée la Méridienne avec les bandes de marbre de côté & d'autre jusqu'à son extrémité vers le Nord, dont la dernière, du côté de l'Occident, répond à 319000 parties, dont le rayon est de 100000.

L'autre bande qui est vis-à-vis, du côté de l'Orient, se trouve à la distance de $72^{\text{d}} 36'$ du Zenith, dont le complément marque $17^{\text{d}} 24'$ de hauteur sur l'horison.

Comme l'on s'apperçut que lorsqu'on posoit les cylindres dans l'eau, & qu'on les changeoit de place pour prendre le niveau, ce mouvement causoit quelque agitation dans l'eau, ce qui obligeoit d'attendre quelque temps jusqu'à ce qu'elle fût tranquille, & retardoit l'opération; j'imaginai une autre Machine pour prendre le niveau.

Elle consiste en une barre de fer ABD en forme de T , dont le pied KD a environ 4 pouces de longueur sur 2 de largeur, & 3 lignes d'épaisseur. On a percé aux extrémités A & B de cette barre, à égale distance du pied KD , des écrous pour y placer des vis de cuivre AE , BF , de 6 pouces de longueur, terminées par une pointe. La distance AB entre ces vis est égale à celle qui est entre le point milieu des tuyaux LM , NO , de fer blanc, paralleles remplis d'eau. On a outre cela pratiqué sur un des côtés de la barre AB une autre vis GH terminée par un plan dont la longueur est au moins égale à celle du pied KD . Pour faire usage de cet instrument, on place le pied KD sur la regle de cuivre qui marque la Méridienne, de manière que la largeur DI de la barre, qui est, comme on l'a dit, de 2 pouces, soit suivant la direction CP de la Méridienne, & ayant mis la barre AB à peu-près de niveau, on l'arrête en cet état par le moyen de la vis GH que l'on fait poser sur le marbre. On élève ensuite ou on abaisse les vis AE , BF , jusqu'à ce que leurs pointes E & F touchent exactement la surface de l'eau, ce que l'on apperçoit avec assés d'évidence par le moyen du reflet qui se fait dans l'eau qui fait paroître les deux pointes de la vis se toucher en sens opposé. On pose ensuite cette machine sur une autre regle que l'on veut mettre de niveau avec la précédente, en élevant ou abaissant cette regle, de manière que l'eau touche exactement les deux pointes, & l'on est sûr alors qu'elle est précisément de niveau.

On s'est servi de cette manière pour poser de niveau une

partie des bandes, en les vérifiant cependant par le premier instrument qui s'est accordé à donner précisément le même niveau.

Toutes les regles de la Méridienne étant ainsi disposées, nous avons vérifié si elle étoit précisément dans la direction de la ligne méridienne prolongée jusqu'aux extrémités du Royaume, ce que l'on a fait en cette manière.

On a placé un Quart de Cercle à son extrémité méridionale, & on a dirigé le fil vertical de sa Lunette à un poteau placé à Montmartre avec beaucoup de soin sur la Méridienne par M. Picard, & qui a servi pour la mesure de la Terre, & pour la prolongation de la ligne Méridienne. On a suspendu à l'autre extrémité, du côté du Nord, un fil avec un plomb que l'on a placé de manière qu'il parût dans la Lunette précisément dans la direction de ce poteau. On a mesuré ensuite la distance de ce fil à la Méridienne du côté du Nord, que l'on a trouvée précisément égale à la distance entre un fil à plomb qui passoit par le centre du Quart de Cercle, & la Méridienne vers son extrémité méridionale, ce qui est une preuve qu'elle étoit dans la direction requise.

On a marqué vers l'Orient, sur les bandes de marbre de la Méridienne, qui répondent aux divisions égales des regles de cuivre, des chiffres de dix en dix, mettant 0 au point qui répond au Zénith, 10, à l'extrémité de la 10.^{me} division, 100, en plus gros caractères à l'extrémité de la 1.^{re} regle, & continuant ainsi jusqu'à l'extrémité septentrionale, qui, comme on l'a dit, est à 3 19 100.

Dans les bandes de l'autre côté qui répondent aux divisions inégales, on a marqué les degrés & les minutes de dix en dix de la hauteur, mettant 90^d au point qui répond au Zénith, 89 au degré suivant qui répond à 17 & $\frac{45}{100}$ des divisions égales, & ainsi de suite jusqu'à 17^d 24', complément de 72^d 36', dont la tangente est de 3 19 100.

On peut par ce moyen, observer en même temps la hauteur méridienne, en deux manières qui servent à se vérifier l'une l'autre. La première est fort simple, & est à la portée de tout le monde. La seconde demande le calcul des tangentes,

mais elle doit être en même temps plus exacte, parce qu'il est plus aisé de faire avec exactitude, des divisions qui sont toujours égales entr'elles, que celles qui sont inégales, & vont toujours en augmentant, telles que les degrés & minutes qui sont marquées sur les tangentes.

Pour observer par la première méthode, on marque sur le marbre avec un crayon, dans le temps du passage du Soleil par le Méridien, les deux termes de son image, l'un du côté du Nord, & l'autre du côté du Midi, & on écrit les degrés & minutes qui y sont marqués. Prenant le milieu, on aura la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, dont on retranchera la refraction pour avoir sa hauteur véritable. Lorsque le terme de l'ombre ne tombe pas précisément sur une minute, on prendra la partie proportionnelle avec un compas, à raison de 60 secondes par minutes, ou à l'œil, ce qui se fait aisément lorsqu'on y est un peu accoutumé.

Dans la seconde méthode, on se servira des mêmes termes de l'image du Soleil, & on écrira le nombre de parties égales qui y sont marquées. On retranchera la moitié d'une de ces parties, c'est-à-dire $\frac{50}{100}$, du plus grand nombre, & on les ajoutera au plus petit, parce que l'image du Soleil qui passe par le trou de la plaque supérieure, est augmentée de part & d'autre, d'une quantité égale au demi-diamètre de ce trou. On fera ensuite, comme 100000 est au plus petit nombre que l'on vient de trouver, ainsi le sinus total est à la tangente du bord supérieur du Soleil au Zénith, dont le complément donne la hauteur apparente du Soleil sur l'horison, dont on retranchera la refraction pour avoir sa hauteur véritable.

On déterminera de même la hauteur de son bord inférieur, & prenant le milieu, on aura la hauteur méridienne de son centre exacte. *Ce qu'il falloit trouver.*

On aura aussi soin, lorsque le bord du Soleil ne tombe pas sur une division exacte, de prendre la partie proportionnelle avec un compas, ou à l'œil, à raison de 100 pour chaque division.

Ayant déterminé par ces deux méthodes différentes, la

hauteur méridienne du Soleil, dans un grand nombre d'observations qui y ont été faites, on l'a trouvée souvent la même, ou à quelques secondes près, ce qui marque la parfaite correspondance des divisions inégales à celles qui sont égales, que le S.^r Langlois a executées avec beaucoup de soin.

Après que la ligne Méridienne a été entièrement achevée, on a fait poser à l'endroit des Solstices, & vis-à-vis l'entrée du Soleil dans chaque Signe du Zodiaque, des marbres d'un pied 6 pouces 4 lignes de longueur, & d'un pied 0 pouces 4 lignes de largeur, pour y graver la figure de ces Signes, & les rendre plus remarquables.

On a aussi joint à la Méridienne, de côté & d'autre, des bandes de pierre de liais, dont la longueur est égale à celle de chaque regle de cuivre, c'est-à-dire, à 3 pieds 0 pouces 8 lignes. La première de ces bandes a 12 pouces 4 lignes de largeur qui, joint à la bande de marbre qui forme la Méridienne, fait 18 pouces 4 lignes, c'est-à-dire, la 20.^{me} partie de la hauteur. La seconde bande a 18 pouces 4 lignes de largeur, de sorte que la bande de marbre, & les deux bandes de liais jointes ensemble, ont 3 pieds 0 pouc. 8 lign. qui est la longueur de chaque regle de cuivre. On a continué ensuite de carreler le reste de la Salle avec des pierres de liais de 18 pouces 4 lignes de longueur, & d'autant de largeur, ou du double, afin qu'elle se trouvât mesurée en parties, dont la longueur est connue par rapport à sa hauteur, ce qui aura ses usages, dont nous parlerons dans la suite.

Comme cette ligne, dont la direction est toujours la même; sert à regler les Pendules au temps du passage du Soleil par le Méridien, & qu'il y a des jours où le Soleil est couvert à midi, & est découvert avant ou après, on a tracé des lignes de côté & d'autre, qui marquent de 5 en 5 minutes, avant & après le passage du Soleil par le Méridien, l'heure véritable dans le temps que le centre du Soleil se rencontre sur ces lignes; & on a continué de les décrire dans tous les endroits de la Salle où l'on peut appercevoir l'image du Soleil avant & après midi, ce qui n'est pas d'une égale durée dans tous

les temps, à cause de la figure de la Salle qui est irrégulière. Car depuis le mois de Mars jusqu'au mois d'Octobre, on y apperçoit le Soleil depuis $10^h \frac{1}{2}$ du matin jusqu'à $1^h \frac{1}{2}$ après midi, mais vers le Solstice d'hyver, on ne l'apperçoit que pendant une demi-heure.

On pourra observer par le moyen de la division des carreaux, la hauteur du Soleil sur l'horison en cette maniere. Soit CM la Méridienne, dont le point qui répond au Zénith vers le Midi, est en C . SO l'image du Soleil dont le point S marque le bord supérieur dans le temps de l'observation, & le point O son bord inférieur. Si le point S ne se trouve pas précisément sur une division exacte, on prendra sa distance SP à la plus prochaine division que l'on prendra vers le Midi; ou vers le Nord, de B en M sur la Méridienne, pour avoir la distance CM du point qui répond au Zénith à la tangente qui passe par le bord supérieur du Soleil; on prendra de même la distance SD , du point S au point D de la plus prochaine division, vers l'Orient ou l'Occident, qui étant ajoutée à DM , donne la distance SM du bord supérieur du Soleil à la Méridienne, & dans le triangle rectangle CMS , rectangle en M , dont les côtés MC & CS sont connus. On aura la distance SC du bord supérieur du Soleil au point C qui répond au Zénith. C'est pourquoi l'on fera, comme la hauteur du trou par où passent les rayons du Soleil qui est 100000, est à la distance SC que l'on vient de trouver; ainsi le sinus total est à la tangente de la distance du bord supérieur du Soleil au Zénith, dont le complement est sa hauteur sur l'horison. On trouvera de même la hauteur du point O qui marque le bord inférieur du Soleil, & par conséquent on aura la hauteur apparente de son centre. *Ce qu'il falloit trouver.*

Après avoir construit la Méridienne, nous y avons fait plusieurs observations au passage du Soleil par le Méridien; pour vérifier la position de deux grands Quarts-de-cercle, de 6 pieds de rayon, placés fixement contre les murs, l'un dans la Tour occidentale supérieure, & l'autre dans l'appartement qui est vis-à-vis.

Ces instrumens ont été principalement destinés pour observer le passage du Soleil & des Etoiles par le Méridien; régler les Pendules, & connoître l'heure véritable des observations. Ils avoient été placés d'abord à peu-près sur le Méridien, mais ils en avoient décliné dans la suite, de quelques secondes, comme on l'avoit remarqué par le moyen des hauteurs correspondantes du Soleil, de sorte qu'il étoit nécessaire de connoître leur déclinaison du Méridien à toutes les hauteurs sur l'horison, ce que l'on a fait, en observant à une même Pendule, le temps du passage du Soleil par la Méridienne, & par le fil vertical de ces instrumens.

Nous y avons observé en même temps la hauteur méridienne du Soleil, principalement vers le Solstice d'hyver des années 1730 & 1731 pour déterminer le temps vrai que le Soleil a passé par ce Solstice, & l'obliquité de l'Ecliptique qui est un des élémens des plus nécessaires dans l'Astronomie, en cette manière.

Pour déterminer le temps que le Soleil est arrivé au Solstice d'hyver de 1730, & est entré dans le Signe du Capricorne, nous avons choisi les observations correspondantes faites avant & après, dans lesquelles les termes de l'image du Soleil se sont trouvés répondre à peu-près au même point de la Méridienne.

Entre ces observations il s'en est trouvé deux, l'une du 17 & l'autre du 26 Décembre, faites à peu-près à la même distance du point du Solstice. Dans la première du 17 la tangente de la distance du Zénith au bord supérieur du Soleil fut trouvée de $3060 \frac{70}{100}$, & dans la seconde de $3060 \frac{65}{100}$, moins avancée de $\frac{5}{100}$, ou la 20.^{me} partie d'une des divisions égales, c'est-à-dire, d'environ un quart de ligne.

Cette différence est trop petite pour que l'on puisse s'assurer de déterminer l'image du Soleil avec une plus grande précision. Cependant si on veut en tenir compte, on trouve qu'il y répond une seconde en déclinaison que le Soleil parcourt en ce temps-là en 10 minutes de temps qu'il faut retrancher du 26 Décembre à midi, à cause que le Soleil étoit alors plus élevé d'une seconde que le 17 Décembre, & on

trouvera que le Soleil étoit le 26 Décembre à $11^h 50'$ à la même distance de l'Equateur où il s'étoit trouvé le 17 Décembre à midi. Partageant l'intervalle entre ces observations, qui est de 8 jours $23^h 50'$ par la moitié, & l'ajoutant au 17 Décembre, on aura le passage du Soleil par le Solstice le 21 Décembre à $11^h 55'$.

Pour une plus grande exactitude, il faut réduire le temps vrai de chaque observation au temps moyen, qui dans la première se rapporte au 17 Décembre 1730 à $11^h 56' 42''$, & dans la seconde à $11^h 51' 15''$ du matin, & on aura le temps moyen du Solstice le 21 Décembre 1730 à $11^h 54'$.

On pourroit aussi tenir compte de la différence entre le Solstice apparent & le Solstice vrai, qui est causée par la différence entre les équations du Soleil avant & après le Solstice, qui peut monter dans les observations du 17 & du 26 Décembre à une seconde & demie de degré que le Soleil parcourt en une minute, & qui étant ajoutée au temps du Solstice apparent, donne le temps moyen du Solstice vrai le 21 Décembre à $11^h 55'$, & le temps vrai à $11^h 56'$, peu différent de celui que l'on vient de déterminer.

Comme les observations que nous venons de comparer ensemble ont été faites près des Solstices où le mouvement du Soleil en déclinaison d'un jour à l'autre est peu sensible, nous avons examiné deux autres observations correspondantes qui ont été faites le 8 Décembre 1730 & le 4 Janvier 1731.

La tangente de la distance du Zénith au bord supérieur du Soleil fut trouvée le 8 Décembre 1730 de 295075 , & le 4 Janvier de 295065 avec une différence seulement de 10 de ces parties, à laquelle il répond 2 secondes en déclinaison que le Soleil parcourt alors en 12 minutes.

L'ajoutant au midi du 4 Janvier, à cause que le Soleil étoit alors moins élevé que le 8 Décembre, on trouvera que le Soleil étoit le 4 Janvier à 12 minutes après midi à la même hauteur où il étoit le 8 Décembre précédent. Réduisant le temps vrai de ces observations au temps moyen, on aura la première le 8 Décembre à $11^h 52' 30''$, & la seconde

le 4 Janvier à $0^h 17' 30''$. Prenant un milieu, on aura le temps moyen du Solstice apparent le 21 Décembre 1730 à $0^h 5'$.

Pour trouver le temps moyen du Solstice vrai, on prendra l'équation du Soleil qui convient au 8 Décembre, qu'on trouvera de $42' 35''$, dont l'on retranchera celle qui répond au 4 Janvier, laquelle est de $11' 37''$ additive, & l'on aura $30' 58''$, dont la moitié $15' 29''$ étant retranchée de l'équation du Soleil dans le Solstice, qui est de $15' 55''$, reste $26''$ que le Soleil parcourt en 10 minutes, & qu'il faut ajouter au Solstice apparent pour avoir le temps moyen du Solstice vrai le 21 Décembre 1730 à $0^h 15'$ après midi, & le temps vrai à $0^h 16'$, plus avancé de $20'$ que par la comparaison précédente.

Pour déterminer présentement l'obliquité de l'Ecliptique, nous employerons l'observation de la hauteur méridienne du Soleil qui a été faite par un temps fort serein le 22 Décembre de l'année 1731, jour du Solstice, qui suivant nos observations est arrivé à 6^h du matin. Je marquai au temps du passage du Soleil par la Méridienne, les termes de son image vers le Midi & vers le Nord, & je trouvai la tangente de la distance du Zénith au bord supérieur du Soleil de 307500 parties, dont le rayon est 100000, & a son bord inférieur de 317830.

Ajoûtant suivant la regle prescrite ci-dessus, la moitié d'une de ces parties, ou $\frac{500}{1000}$, à la tangente de la distance du Zénith au bord supérieur du Soleil, & la retranchant de la distance du Zénith à son bord inférieur, on aura la tangente de la distance corrigée du Zénith au bord supérieur du Soleil de 307550, & à son bord inférieur de 317780, & l'on fera comme 100000 est à 307550; ainsi le sinus total est à la tangente de $71^d 59' 17''$, dont le complément $18^d 0' 43''$, mesure la hauteur apparente du bord supérieur du Soleil sur l'horison. On fera aussi, comme 100000 est à 317780, ainsi le sinus total est à la tangente de $72^d 31' 55''$, dont le complément $17^d 28' 5''$ est la hauteur apparente du bord inférieur du Soleil sur l'horison. Prenant le milieu entre ces hauteurs, on aura la hauteur apparente du centre du Soleil

au dessus de l'horison de $17^{\text{d}} 44' 24''$. Retranchant de cette hauteur $3' 3''$ pour la refraction, & y ajoutant 10 secondes pour la parallaxe, on aura la hauteur méridienne du centre du Soleil le 22 Décembre 1731 de $17^{\text{d}} 41' 31''$ qui mesurerait la hauteur véritable du centre du Soleil au dessus de l'horison, au temps du Solstice d'hyver, s'il étoit arrivé à midi; mais comme on l'a déterminé à 6^{h} du matin, & que pendant cet intervalle, le mouvement du Soleil en déclinaison est d'une seconde dont il s'est éloigné de l'Équateur, on la retranchera de $17^{\text{d}} 41' 31''$, & l'on aura la hauteur du centre du Soleil sur l'horison, telle qu'elle auroit été observée dans le moment du Solstice, de $17^{\text{d}} 41' 30''$, qui étant retranchée de la hauteur de l'Équateur qui est à l'Observatoire de $41^{\text{d}} 9' 50''$, donne l'obliquité de l'Ecliptique de $23^{\text{d}} 28' 20''$, plus petite de 40 secondes que celle que l'on suppose ordinairement de $23^{\text{d}} 29' 0''$.

Si au lieu de la refraction & de la parallaxe que nous avons tirées de la Connoissance des Temps, on avoit employé celles qui sont marquées dans les Tables de M. de la Hire, on auroit trouvé l'obliquité de l'Ecliptique de $23^{\text{d}} 28' 36''$, plus grande de 16 secondes que celle que nous venons de déterminer, & plus petite de 24 secondes que celle qui a été établie jusqu'à présent.

Ainsi il résulte de cette observation, que les refractions en hyver, qui conviennent à la hauteur de $18^{\text{d}} 0'$ ou environ, sont plus grandes que celles qui ont été marquées dans ces Tables, ou que l'obliquité de l'Ecliptique est plus petite qu'on ne la suppose.

On remarquera ici qu'avant que de faire cette observation, l'on a rectifié de nouveau & vérifié avec un grand soin, la Méridienne, tant par rapport au niveau, qu'à l'égard de l'élevation du trou par où passent les rayons du Soleil au-dessus de cette ligne.

Comme cette observation donne l'obliquité de l'Ecliptique plus petite que celle que l'on suppose ordinairement, plus ou moins, suivant les différentes refractions & parallaxes

470 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

que l'on y employe, je l'ai comparée aux plus anciennes qui ont été faites à l'Observatoire, & j'ai trouvé dans les Mémoires de l'Académie de 1693, que la hauteur apparente du bord supérieur du Soleil fut observée par mon Pere, au Solstice d'hyver de l'année 1671, de $18^{\text{d}} 0' 14''$. Retranchant de cette hauteur, la refraction moins la parallaxe qui, suivant la Connoissance des Temps, est de $2' 50''$, on aura la hauteur véritable du bord supérieur du Soleil, de $17^{\text{d}} 57' 24''$, dont il faut ôter le demi-diametre du Soleil, qui étoit alors de $16' 21''$, & l'on aura la hauteur méridienne du centre du Soleil, au Solstice d'hyver de l'année 1671, de $17^{\text{d}} 41' 3''$, plus petite de 27 secondes que celle que l'on a trouvée; en 1731, de $17^{\text{d}} 41' 30''$. Retranchant $17^{\text{d}} 41' 3''$ de la hauteur de l'Equateur, on trouvera qu'en 1670, l'obliquité de l'Ecliptique étoit de $23^{\text{d}} 28' 47''$, plus grande de $27''$ qu'on ne l'a trouvée 60 ans après.

Nous nous réservons de donner dans la suite, le résultat des observations que l'on a continué de faire à la Méridienne,



Fig. 1.

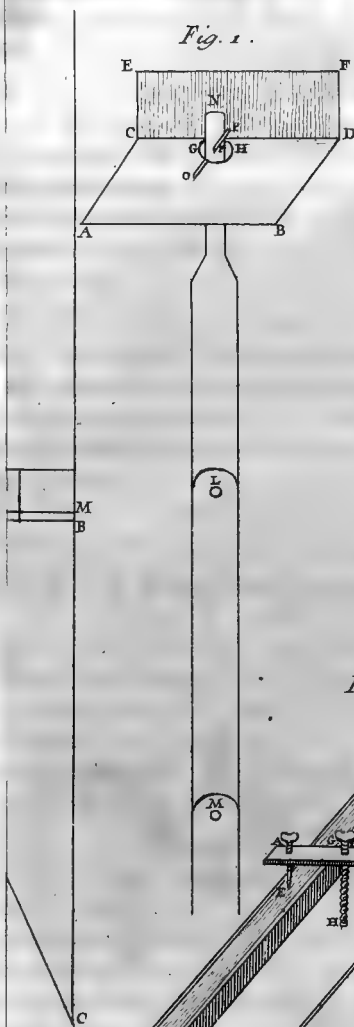
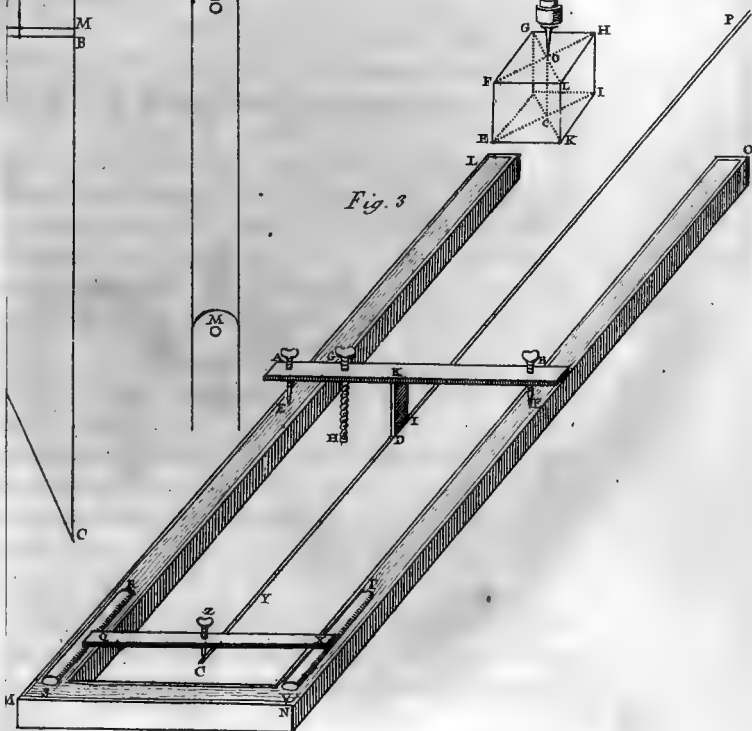
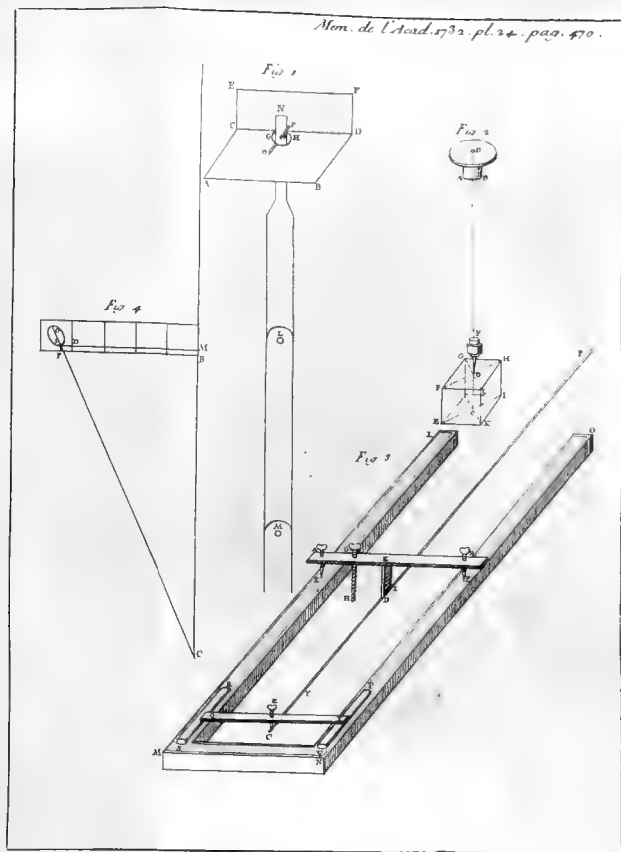


Fig. 2.



Fig. 3.





*DES NŒUDS ET DE L'INCLINAISON
de l'Orbe du troisiéme Satellite à l'égard de l'Orbe
de Jupiter.*

Par M. MARALDI.

IL est si difficile de déterminer avec quelque précision, les ^{23 Decemb.} ^{1732.} nœuds des Planetes, ou, ce qui revient au même, les points de l'interfection de leurs orbites avec l'Ecliptique, que la plupart des Astronomes ne s'accordent pas ensemble dans cette détermination. Kepler & Lansberge sont en différend avec Bouillaud & le P. Riccioli, dans le lieu des nœuds de Jupiter, de plus de 3 degrés, & sont éloignés de Copernic de 22 degrés. M. de la Hire l'est de Kepler, de $1^{\circ} 40'$; de sorte que l'hypothese du mouvement de ces points, souffre encore des difficultés parmi les Astronomes. Les uns prétendent, qu'ils sont immobiles à l'égard des Etoiles fixes, les autres leur attribuent un mouvement fort lent, par lequel ils s'éloignent des mêmes Etoiles, les uns vers l'Orient, les autres vers l'Occident.

Mais si la détermination du lieu des nœuds des Planetes principales est si difficile, & si le mouvement de ces nœuds est si douteux; celui des nœuds des Satellites de Jupiter l'est encore davantage. On n'y a reconnu jusqu'à présent aucun mouvement sensible; en cela le systeme de ces Satellites devient plutôt conforme à celui des Planetes principales, qu'à celui de la Lune, Satellite de la Terre, dont les nœuds ont un mouvement sensible, mais il est contraire & à l'un & à l'autre, par rapport à l'inclinaison des orbes de ces Satellites à l'égard de l'orbe de Jupiter. On ne s'est aperçu jusqu'à présent d'aucun changement sensible dans l'inclinaison des Planetes principales, & on suppose l'inclinaison de la Lune sur l'Ecliptique constante dans ses conjonctions & oppositions; au lieu que l'inclinaison des Satellites

de Jupiter est variable dans les mêmes phases. Je l'ai fait voir pour le 4.^{me} Satellite; mon oncle l'a démontré pour le 1.^{er} & le 2.^d; je me propose ici d'examiner l'inclinaison du 3.^{me}, mais il faut connoître auparavant la situation des nœuds de ce Satellite, qui est un élément nécessaire pour la détermination de l'inclinaison.

Il est certain que si les nœuds des Satellites de Jupiter sont fixes, comme on les a supposé jusqu'à présent, & si l'inclinaison de leurs orbes, & leur distance à l'égard du centre de Jupiter étoit constante, la durée des éclipses de ces Satellites seroit la même, à égale distance de ces points; il seroit aisé par conséquent, de les trouver par la comparaison de deux observations exactes des éclipses d'égale durée, dont l'une ait été faite avant le passage de Jupiter par les nœuds ou les limites des Satellites, & l'autre après ce passage. Car la moitié de la différence de la longitude de Jupiter entre ces deux observations, étant ajoutée à la longitude de cette Planete au temps de la première observation, ou étant ôtée de la longitude au temps de la seconde observation, donnera le lieu du nœud, ou du limite le plus proche.

C'est par ce moyen, & suivant ces suppositions, que nous avons cherché les nœuds du 3.^{me} Satellite, & nous avons employé dans cette recherche, une observation d'une éclipse de ce Satellite, faite à Greenwich, par M. Flamsted, en 1687, le 12 de Mars, dont la durée a été de $2^h\ 33'\ 0''$; car il observa l'entrée du Satellite dans l'ombre de Jupiter; à $3^h\ 9'\ 10''$ du matin, & sa sortie à $5^h\ 42'\ 10''$, la longitude de Jupiter vû du Soleil, étoit de $8^f\ 11^{\circ}\ 58'$; nous avons comparé cette observation avec une autre faite à Paris l'année 1702, le 6 de Décembre, dont la durée a été de la même quantité de $2^h\ 33'\ 0''$, car on observa l'immersion de ce Satellite dans l'ombre de Jupiter, à $4^h\ 53'\ 52''$, & l'émerison à $7^h\ 26'\ 52''$, la longitude de Jupiter étant de $0^f\ 15^{\circ}\ 21'$, qui diffère de la longitude que Jupiter avoit au temps de la première observation, de $4^f\ 3^{\circ}\ 23'$, dont la moitié étant ajoutée à $8^f\ 11^{\circ}\ 58'$ donne le lieu du nœud
ascendant

ascendant à $13^{\circ} 29'$ du Verseau, à $51'$ près du lieu qui a été déterminé par feu M. Cassini. Mais par deux observations plus nouvelles, nous avons trouvé les nœuds de ce Satellite à $16^{\circ} 0'$ du Verseau & du Lion, ce qui pourroit faire douter que les nœuds ont eu un mouvement de $2^{\circ} 20'$ en 30 ans, ou environ, ce qui seroit à raison de plus de $4'$ par année. Voici ces observations.

L'année 1726, le 26 Décembre, on observa à Paris une éclipse du 3.^{me} Satellite, dont la durée a été de $2^h 7' 38''$, car le Satellite entra dans l'ombre de Jupiter à $5^h 11' 30''$, & il en sortit à $7^h 19' 8''$, la longitude de Jupiter étoit de $0^{\circ} 26' 46''$. La seconde observation, que j'ai comparée à celle-ci, a été faite à Montpellier l'année 1728, le 29 de Février, & la durée de l'éclipse a été de $2^h 8' 2''$, car l'immersion du Satellite dans l'ombre fut observée à $6^h 15' 32''$, & l'émergence à $8^h 23' 34''$, la longitude de Jupiter étoit de $2^{\circ} 5' 29'$ qu'il faut diminuer de $15'$, parce que la durée de cette éclipse a été de $24''$ plus grande que dans la première, & on aura $2^{\circ} 5' 14'$, qui étant comparée à la longitude de Jupiter au temps de la première observation, donne la différence de $1^{\circ} 8' 28'$, dont la moitié étant ajoutée à $0^{\circ} 26' 46''$, donne le lieu des limites à $16^{\circ} 0'$ du Taureau & du Scorpion, & les nœuds à $16^{\circ} 0'$ du Verseau & du Lion.

Mais de quelle précision seront ces déterminations, si l'inclinaison de l'orbe du 3.^{me} Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter est variable? C'est ce que nous allons examiner. Cependant on voit qu'en prenant le lieu des nœuds du 3.^{me} Satellite moyen entre ces deux déterminations, il ne s'éloignera pas beaucoup du lieu déterminé par M. Cassini, ainsi nous pourrions supposer sans crainte d'erreur sensible, dans la recherche de l'inclinaison du 3.^{me} Satellite, le lieu de ses nœuds à $14^{\circ} 30'$ du Verseau & du Lion; d'ailleurs il ne faut pas attendre dans la détermination de l'inclinaison une précision plus grande que celle des observations mêmes, & par conséquent supposé que nous ne fussions certains du lieu des nœuds du 3.^{me} Satellite qu'à 3 degrés près, l'erreur qui en

474 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
résulteroit ne seroit que de 10 secondes de temps dans les observations des éclipses de ce Satellite faites proche des limites, dont nous nous servirons dans la recherche de l'inclinaison, & ses variations. Je ne crois pas qu'on puisse répondre de 10 secondes dans ces observations, car on voit tous les jours que deux observateurs qui observent dans le même lieu ne s'accordent pas à 10 & à 15 secondes près, particulièrement dans les observations du 3.^{me} & 4.^{me} Satellite.

On sçait, & nous le répéterons ici, que la durée des éclipses des Satellites observées au même degré du Zodiaque en différentes périodes, doit être la même si les nœuds sont fixes, si l'inclinaison & leur distance du centre de Jupiter est constante, ou elle doit varier proportionnellement au mouvement des nœuds, s'ils sont mobiles, & que l'inclinaison & la distance du centre de Jupiter soit constante.

Nous avons découvert dans la durée des éclipses du 3.^{me} Satellite, des variations qui ne peuvent pas être représentées par le mouvement des nœuds, ou par quelque excentricité, c'est pourquoi nous n'avons pas hésité de les attribuer au changement de l'inclinaison. Il est certain cependant que la variation des diamètres, l'augmentation & diminution de lumière qui doit arriver aux Satellites par le différent éloignement de Jupiter au Soleil & à la Terre, peuvent varier la durée des éclipses, & dans l'hypothèse que les Satellites de Jupiter aient des taches ou des parties moins propres pour réfléchir vivement la lumière du Soleil, comme il est particulièrement remarqué du 3.^{me} Satellite dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1707, & dans l'Histoire de M. du Hamel de l'année 1694, nous ne doutons point qu'elles ne puissent aussi causer à la durée des éclipses des inégalités auxquelles il faudroit avoir égard dans l'examen des variations qu'on remarque à la durée des éclipses du 3.^{me} Satellite, mais j'ai été dispensé d'entrer dans ce grand détail par plusieurs raisons. La première est que les variations de la durée des éclipses du 3.^{me} Satellite ont suivi un certain ordre qui ne s'accorde ni à une hypothèse ni à l'autre. La durée des éclipses de ce

Satellite a toujours diminué depuis l'année 1691 jusqu'à présent, au lieu que par la première hypothèse elle auroit dû avoir deux périodes, une sinodique ou annuelle, & l'autre périodique, ou de douze années; les taches au contraire l'auroient dû augmenter. On pourroit m'objecter qu'en 1691 il s'est peut-être trouvé sur le disque du 3.^{me} Satellite une tache assez grande qui a beaucoup augmenté la durée de cette éclipse, & qu'ensuite il y en a succédé de plus petites qui ont pu faire le même effet, que nous attribuons à la variation de l'inclinaison. Mais il auroit fallu que cette tache eût occupé les deux tiers au moins du disque du Satellite, & pendant la durée de l'éclipse elle eût fait une demi-révolution exacte, afin que la partie éclairée se trouvât à la sortie du Satellite de l'ombre à l'endroit opposé où elle étoit à son entrée, ce qui est difficile à supposer.

Je m'attacherai donc uniquement à l'examen des autres hypothèses. Or à cet effet je vais rapporter les observations nécessaires, au sujet desquelles il est bon de remarquer qu'elles ont été faites avec des Lunettes de 15 à 16 pieds de longueur.

L'année 1691, le 17 Décembre, on observa l'immersion du 3.^{me} Satellite dans l'ombre de Jupiter à 6^h 5' 1", & l'émergence de l'ombre à 8^h 11' 41", d'où on conclut la durée de l'éclipse de 2^h 6' 40", Jupiter étant à 14° 57' du Taureau, éloigné de 27 minutes seulement des limites. La durée de l'éclipse suivante, c'est-à-dire, du 24 Décembre de la même année, a été de 2^h 7' 43", car on observa l'entrée du Satellite dans l'ombre à 10^h 1' 1", & sa sortie à 12^h 8' 44", Jupiter étoit à 15° 36' du Taureau, éloigné des limites d'un degré 6 minutes.

Il semble que la durée des éclipses de l'année 1703 (observée proche des limites) a été peu différente de celle de l'année 1691, si on s'en rapporte à l'observation du 10 Octobre, où on a observé la plus courte durée des éclipses de cette année de 2^h 6' 24", moindre de 16" seulement que celle qu'on a observée en 1691, le Satellite étant entré dans l'ombre à 10^h 10' 10", & en étant sorti à 12^h 16' 34"; le lieu de Jupiter étoit à 13° 27'

476 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 du Taureau, éloigné des limites de $1^{\circ} 3'$. Mais je crains qu'il ne se soit glissé quelque erreur dans cette observation. Car supposé que les nœuds soient vers le 14 du Verseau & du Lion ; & que la plus courte durée des éclipses de cette année ait été telle qu'on l'a trouvée par cette observation, comme on est en droit de le supposer, puisqu'à cette distance des limites, la durée des éclipses ne diminue plus sensiblement ; je ne sçais pas comment on pourra représenter deux observations de l'année 1704, une du 4 Janvier, & l'autre du 9 Février. Dans la première, Jupiter étoit à $21^{\circ} 11'$ du Taureau, éloigné par conséquent des limites de $6^{\circ} 41'$, on observa l'immersion du 3^{me} Satellite dans l'ombre de Jupiter à $10^h 4' 7''$, & l'émersion à $12^h 10' 49''$, & par conséquent la durée de l'éclipse n'a été que de $2^h 6' 42''$, au lieu que par les suppositions ci-dessus elle auroit dû être de $2^h 7' 30''$ environ. Dans l'observation du 9 Février, Jupiter étoit à $24^{\circ} 24'$ du Taureau, éloigné des limites de $9^{\circ} 54'$ le Satellite entra dans l'ombre à $6^h 1' 36''$, & il sortit à $8^h 8' 48''$; donc la durée n'a été que de $2^h 7' 12''$, au lieu que suivant les mêmes principes elle auroit dû être de $2^h 9' 40''$. On ne peut pas douter de l'exactitude de ces observations, dans lesquelles on trouve la durée des éclipses moindre qu'elle n'auroit dû être suivant les principes connus ; car tous les accidents qui peuvent rendre les observations défectueuses augmentent ordinairement la durée des éclipses. Mais quoi qu'il en soit de ces observations, il est certain que la diminution de la durée des éclipses du 3^{me} Satellite proche des limites, n'a pas été aussi sensible depuis l'année 1691 jusqu'en 1703, & même jusqu'en 1715, qu'elle l'a été depuis 1715 jusqu'en 1727. Car en 1715 la moindre durée a été de $1^h 59' 18''$ le 15 Septembre qu'on observa à Paris l'immersion du Satellite dans l'ombre à $2^h 8' 4''$ du matin, & l'émersion à $4^h 7' 22''$, Jupiter étant à $15^{\circ} 50'$ du Taureau, éloigné des limites de $1^{\circ} 20'$. Le P. Feuillée l'avoit trouvée le 7 du même mois de $2^h 1' 41''$ ayant observé à Marseille l'entrée du Satellite dans l'ombre à $10^h 15' 24''$, & sa sortie à $12^h 17' 5''$, Jupiter

étant à $15^{\circ} 12'$ du Taureau. Cette observation prouveroit que Jupiter n'étoit point encore arrivé aux limites des Satellites au temps de cette observation, puisque la durée des éclipses du Satellite est encore diminuée après cette observation, & par conséquent les nœuds seroient plus avancés que nous ne le supposons, ce qui s'accorderoit à notre dernière détermination.

En 1727 on a trouvé la moindre durée des éclipses du 3^{me} Satellite de $1^h 49' 56''$ par une observation faite à Paris le 13 d'Août, où on observa l'immersion du Satellite dans l'ombre à $2^h 3' 21''$ du matin, & l'émergence à $3^h 53' 17''$; le lieu de Jupiter étoit à $17^{\circ} 34'$ du Taureau, éloigné cependant des limites de $3^{\circ} 4'$; donc la diminution de la durée des éclipses du 3^{me} Satellite proche des limites a été de $9' 22''$ au moins depuis l'année 1715 jusqu'à l'année 1727; au lieu qu'elle n'avoit été que de $7' 22''$ depuis l'année 1691 jusqu'à l'année 1715, ce qui fait en tout $16' 44''$ depuis l'année 1691 jusqu'à l'année 1727. Cette grande diminution de la durée des éclipses proche des limites de l'année 1727, est confirmée par deux observations, que nous ne manquerons pas de rapporter, quoiqu'un peu éloignées des limites, & que la première ait été faite avec une lunette de 10 pieds environ, qui doit avoir augmenté la durée de l'éclipse. Cette observation a été faite par M. Manfredi à Boulogne, où il observa le 17 de Septembre de la même année l'entrée du Satellite dans l'ombre de Jupiter à $10^h 48' 19''$, & la sortie à $12^h 40' 30''$; d'où on conclut la durée de $1^h 52' 11''$: Jupiter étoit à $20^{\circ} 49'$ du Taureau, éloigné des limites de $6^{\circ} 19'$. Enfin, la dernière observation a été faite à Pekin par les PP. Jésuites le 23 d'Octobre, & on a trouvé la durée de l'éclipse de $1^h 56' 55''$; car on observa l'entrée du Satellite dans l'ombre à $1^d 57' 15''$ du matin, & sa sortie à $3^h 54' 10''$, Jupiter étoit à $24^{\circ} 2'$ du Taureau, éloigné des limites de $9^{\circ} 32'$.

La variation de la durée des éclipses du 3^{me} Satellite proche des limites, ou plutôt la diminution continuelle de cette

478 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
durée depuis 1691 jusqu'en 1727 est donc bien prouvée.
Il ne s'agit plus que d'examiner quelle en peut être la cause la
plus vrai-semblable, & si nous avons eu raison de l'attribuer au
changement de l'inclinaison. Il suffit de jeter les yeux sur les
observations que nous avons rapportées, pour se convaincre
que le mouvement des nœuds ne peut pas représenter les va-
riations que nous avons remarquées à la durée des éclipses du
3^{me} Satellite. Car supposons que les nœuds aient eu un mou-
vement de 3 degrés depuis l'année 1691 jusqu'à l'année 1727;
la différence de la durée des éclipses observées aux limites
ne devoit pas être de 10 secondes de temps, au lieu que nous
l'avons trouvée de $16^{\circ} 44''$, & d'ailleurs on devoit remar-
quer les mêmes variations à peu-près proche des nœuds que
proche des limites, ce qui est contraire aux observations. Car
non-seulement on n'a pas observé proche des nœuds une telle
diminution à la durée des éclipses du 3^{me} Satellite, mais il
paroît qu'elle a été assés conforme à la Table de feu M. Cassini.
Je dis assés conforme, parce que la plus grande différence
qu'on a trouvée entre la durée des éclipses du 3^{me} Satellite
proche des nœuds, & celle qu'on tire de la table, n'a été que
d'une minute 20 secondes, & cela par une observation de
l'année 1712 du 27 Septembre, qu'on observa l'entrée du
Satellite dans l'ombre à $6^h 23' 11''$, & la sortie à $9^h 55' 32''$,
dont on conclut la durée de $3^h 32' 21''$, Jupiter étant à 7°
 $48'$ du Verseau, éloigné du nœud ascendant de $6^{\circ} 42'$; à cette
distance, on trouve par les tables la durée de $3^h 33' 40''$:
ainsi il est évident que le mouvement des nœuds ne suffit pas
pour représenter la variation de la durée des éclipses du 3^{me}
Satellite. Mais ceux qui se donneront la peine de calculer les
observations, que nous avons rapportées ci-dessus, trouveront
la même difficulté de l'expliquer par l'hypothèse de l'excen-
tricité. Car s'il reste entre les observations des conjonctions
de ce Satellite & le calcul corrigé par la première équation
de Jupiter, quelque différence ou inégalité qu'on pourroit at-
tribuer à une excentricité de Satellite à l'égard du centre de
Jupiter, cette inégalité a été presque la même au temps de

toutes ces observations ; ce qui prouveroit que le Satellite s'est trouvé à égale distance du centre de Jupiter. On peut donc conclure que la cause principale de la diminution de la durée des éclipses du 3.^{me} Satellite, a été la variation de l'inclinaison de son orbe sur celui de Jupiter.

Il seroit à souhaiter que nous eussions quelques observations des éclipses du 3.^{me} Satellite aussi proche des nœuds que nous en avons proche des limites, elles nous feroient connoître le demi-diametre de l'ombre de Jupiter dans l'orbe de ce Satellite, dont nous avons besoin pour calculer son inclinaison. Nous avons lieu de croire ce demi-diametre plus petit qu'il n'est dans la Table de feu M. Cassini. On en a pû voir la raison par ce que nous avons dit ci-dessus touchant la différence que nous avons trouvée en 1712 entre la durée d'une éclipse observée proche des nœuds, & celle qu'on a trouvée par cette Table. Une pareille différence trouvée en 1695, nous confirme dans la même pensée ; car le 11 d'Avril de cette année on observa l'immersion du 3.^{me} Satellite dans l'ombre de Jupiter à $8^h 32' 42''$, & l'émergence à $12^h 3' 13''$, d'où on conclut la durée de cette éclipse de $3^h 30' 31''$, Jupiter étant à $26^\circ 21'$ du Lion, éloigné du nœud descendant de $11^\circ 51'$, mais à cette distance on trouve la durée de l'éclipse de $3^h 31' 44''$; donc la différence est de $1' 13''$, moindre de 7 secondes que la différence trouvée en 1712. Il est vrai qu'une partie de ces différences doit être attribuée à l'inclinaison que nous avons trouvée différente de celle que M. Cassini a employée dans ses Tables, parce que ces observations sont un peu éloignées des nœuds. Mais comme on ne pourroit pas encore par ce moyen représenter toute la différence, & que nous ne connoissons jusqu'à présent aucune autre cause qui ait pû diminuer la durée des éclipses du 3.^{me} Satellite proche des nœuds, nous sommes portés à croire que le demi-diametre de l'ombre de Jupiter dans l'orbe du 2.^d Satellite déterminé par feu M. Cassini, est trop grand, & qu'il faut le diminuer, ce que nous avons fait ; ayant pris un milieu entre le demi-diametre qui résulte des

480 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 observations rapportées ci-dessus, & celui qui a été déterminé
 par M. Cassini, & nous l'avons conclu de $1^h 47'$, ou de $3^{\circ} 1$
 $44'$ en parties de l'orbe du $3.^d$ Satellite, que nous avons
 supposé constant, & avec lequel nous avons calculé l'incli-
 naïson de ce Satellite pour l'année 1691 de $3^{\circ} 0' 30''$, pour
 l'année 1715 de $3^{\circ} 5' 25''$, & pour l'année 1727 de 3°
 $12' 5''$, d'où on voit qu'elle a toujours augmenté depuis
 l'année 1691.

Nous avons construit pour notre usage une Table de la
 durée des éclipses du $3.^{me}$ Satellite suivant cette dernière
 détermination de l'inclinaïson de $3^{\circ} 12' 5''$, que nous aurions
 jointe à ce Mémoire, si nous l'eussions crû utile, mais à quoi
 servira-t-elle, si l'inclinaïson continue d'augmenter? Comme
 l'inclinaïson est un principal élément pour la détermination
 des éclipses, nous ne négligerons aucun moyen pour nous
 en instruire.



OBSERVATION

O B S E R V A T I O N DE L'ECLIPSE TOTALE DE LA LUNE

Du premier Décembre de cette année 1732.

Faite à l'Observatoire Royal de Paris.

Par M. CASSINI.

LE Ciel qui avoit été couvert pendant presque tout le mois de Novembre, s'étant éclairci le matin du premier Décembre, nous avons eu un temps favorable pour l'observation de cette Éclipse, que nous avons faite avec une Lunette de 8 pieds au foyer de laquelle étoit un Micrometre avec des réticules pour mesurer les doigts éclipsés de la Lune.

A 8^h 11' 22" Commencement de l'Eclipse certain.

12 42 Grimaldi est entré.

14 2 La Lune est éclipsée d'un doigt.

19 2 Deux doigts.

20 37 Capuanus est dans l'ombre.

22 12 L'ombre à Aristarque.

22 47 Aristarque est dans l'ombre.

23 58 Trois doigts.

27 8 L'ombre à Copernic.

28 52 Quatre doigts.

29 32 Copernic est dans l'ombre.

30 51 L'ombre à Tycho.

31 16 L'ombre à Héraclides.

32 36 Tycho est entré.

33 51 Cinq doigts.

35 41 L'ombre à Hélicon.

38 51 Six doigts.

42 41 L'ombre à Manilius.

Mem. 1732.

. P p p

482 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

A	8 ^h	44'	1"	Sept doigts.
		49	1	Huit doigts.
		50	31	Pline est dans l'ombre.
		53	11	L'ombre au Promontoire aigu.
		54	3	Neuf doigts.
		58	54	Dix doigts.
9	0	16		L'ombre à Hermes.
	1	0		L'ombre à Proclus.
	4	4		Onze doigts.
	6	0		La Mer des crifes est toute dans l'ombre.
9	8	50		Immersion totale de la Lune dans l'ombre.

La portion du disque de la Lune où s'est faite l'immersion totale de la Lune, paroïssoit claire à la vue simple, de même que par la Lunette, & cette lumière alloit en diminuant jusqu'à la partie du disque opposée qui paroïssoit d'un rouge-brun, de manière qu'on voyoit le disque entier de la Lune avec diverses nuances de lumière.

Cette lumière a changé de place à mesure que la Lune s'est plongée dans l'ombre, & elle a reparu vers l'autre bord avant l'émerfion, de la même manière qu'on l'avoit vue après l'immersion.

A	10 ^h	48'	27"	Commencement de l'émerfion.
		50	17	Grimaldi est sorti de l'ombre.
		52	27	Galilée est sorti.
		53	30	Un doigt.
		56	12	Aristarque est sorti.
		58	7	Deux doigts.
11	0	2		Copernic est sorti.
	3	0		Trois doigts.
	8	15		Quatre doigts.
	9	47		Tycho est entierement sorti.
	13	47		Cinq doigts.
	17	52		Six doigts.
	21	26		Manilius est sorti.

A	11 ^h 22'	38"	Sept doigts.
	23	46	Menelaus sort.
	24	26	Menelaus est sorti.
	27	29	Pline sort, l'ombre est mal terminée.
	28	46	Huit doigts.
	33	26	Neuf doigts.
	37	46	Dix doigts.
	42	38	Onze doigts.
	43	39	La Mer des Crises est entierement sortie de l'ombre.
	46	25	Fin douteuse.
	46	53	Fin certaine.

Suivant ces observations, la durée de l'Eclipse a été de 3^h 35' 37", & celle de l'immersion totale de 1^d 39' 37". La Lune a employé 57' 22" à entrer dans l'ombre, & 58' 28" à en sortir, avec une différence de près d'une minute, ce qui peut provenir de ce que le commencement de l'Eclipse a été déterminé un peu trop tard, comme il paroît par les autres phases de l'Eclipse, suivant lesquelles le commencement de l'Eclipse a dû arriver à 8^h 10' & quelques secondes.

Nous observâmes ensuite la Lune à son passage par le Méridien avec le Quart-de-cercle de six pieds, que l'on a placé depuis peu dans le Cabinet de la tour inférieure orientale, & nous déterminâmes par le Micrometre qui est appliqué à la lunette de ce Quart-de-cercle le diametre vertical apparent de la Lune de 0^d 33' 7" plus grand de 37 secondes, que celui du Soleil; que l'on observa le lendemain 2 Décembre, avec le même Micrometre de 0^d 32' 30".



O B S E R V A T I O N

*De l'Eclipse totale de Lune du 1 Décembre 1732,
faite à Paris.*

*Et Comparaison de cette Observation à celles qui ont été
faites à MADRID, à SEVILLE & à CHANDERNAGOR
au Royaume de Bengale. D'où résulte la Différence
des Méridiens entre Paris & ces Villes.*

Par M. GODIN.

3 & 6 Dec.
1732.

Nous avons observé, M. Grandjean & moi, cette Eclipsé en deux manières : M. Grandjean a pris pendant la durée de l'Eclipsé plusieurs hauteurs de la Lune dont on marquoit dans le même instant les Azimuths. Ces observations détermineront les principaux éléments du calcul de cette Eclipsé, suivant la méthode que j'ai donnée dans les Mémoires de l'Académie *. Pour moi j'ai appliqué à une Lunete de 7 pieds le Micrometre ** inventé par M. Grandjean, qui étant bien construit, est fort commode pour ces sortes d'observations, sur-tout à cause du peu de temps qu'on employe à prendre différents angles. Nous avons aussi marqué l'un & l'autre, le progrès de l'ombre à l'égard des taches, dont nous déterminâmes ensuite la situation sur le disque de la Lune.

* An. 1731.
p. 231. & suiv.

** On en
trouve la Figure
& la Description
dans le Recueil des
Machines approu-
vées par l'Acadé-
mie. Année
1723. n.º
377. tom. VI.

Temps vrai,		
A	8 ^h 10' 57"	L'Eclipsé paroît commencer.
	12 27	L'ombre au milieu de Grimaldi.
	14 27	———— à Galilée.
	17 26	L'Eclipsé est de 1 ^{doigt} 27'
	20 57	———— 2 8
	22 27	L'ombre à Aristarque.
	23 27	Tout Aristarque dans l'ombre.
	25 32	L'Eclipsé est de 3, 1.

8 ^h	27'	57"	L'Eclipse est de 3 ^{doigts} 46'
	28	22	Copernic entre dans l'ombre.
	29	22	Milieu de Copernic.
	30	13	Tout Copernic dans l'ombre.
	31	12	L'ombre à Eratosthenes.
	31	57	Tycho entre dans l'ombre.
	32	52	L'ombre à Heraclides.
	33	7	Tout Tycho dans l'ombre.
	35	26	L'Eclipse est de 4 ^d 59'
	36	44	Helicon entre dans l'ombre.
	40	51	L'Eclipse est de 6 13
	44	11	Le centre de Platon au bord de l'ombre.
	45	10	L'Eclipse est de 7 4
	46	55	L'ombre à Menelaus.
	49	5	———— à Pline.
			L'Eclipse est de 8 10
	53	14	L'ombre au Cap-aigu.
	55	15	L'Eclipse est de 9 15
	59	39	L'ombre à Proclus.
9	1	30	———— au bord de <i>Mare Crisium</i> .
	2	44	L'Eclipse est de 10 47
	3	52	L'ombre à Messahala.
	5	44	L'Eclipse est de 11 15
	6	9	Tout <i>Mare Crisium</i> dans l'ombre.
	9	9	Immerfion totale de la Lune.
10	48	2	Emerfion de la Lune, incertaine.
	48	37	Emerfion certaine.
	50	12	Le milieu de Grimaldi fort de l'ombre.
	52	5	Galilée fort.
	53	17	L'Eclipse est de 11 15
	55	47	———— 10 47
	56	17	Aristarque fort.
	58	41	Kepler fort.
11	2	16	L'Eclipse est de 9 15

486 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

à 11 ^h 5 ^r 46"	Helicon fort.
6 16	Le milieu de Copernic fort.
8 16	Tycho au bord de l'ombre.
9 51	Tycho tout entier hors de l'ombre.
	L'Eclipse est de 8 ^d 10'
11 36	Le milieu de Platon fort.
12 1	Tout Platon forti.
14 16	L'Eclipse est de 7 4
16 55	_____ 6 13
20 41	Manilius fort.
23 25	L'Eclipse est de 4 59
23 50	Menelaus fort.
25 0	Dionysius fort.
27 55	Pline fort.
29 25	L'Eclipse est de 3 46
32 14	_____ 3 1
36 49	_____ 2 8
38 14	Proclus fort douteux.
39 24	<i>Mare Crisum</i> commence à sortir.
40 30	L'Eclipse est de 1 27
43 24	<i>Mare Crisum</i> toute hors de l'ombre.
11 46 39	Emerfion totale, ou Fin de l'Eclipse.

Par les Phases semblables on trouve ainsi le milieu de l'Eclipse :

Par le commencement & la fin	9 ^h 58' 48"
Par l'Immerfion & l'Emerfion	9 58 53
• Par la Phase de 11 ^d 15'	_____ 9 59 30 $\frac{1}{2}$
10 47	_____ 9 59 14 $\frac{1}{2}$
9 15	_____ 9 58 45 $\frac{1}{2}$
8 10	_____ 9 59 28
7 4	_____ 9 58 43
6 13	_____ 9 58 53
4 59	_____ 9 59 25 $\frac{1}{2}$
3 46	_____ 9 58 41

3 ^d	1'	_____	9 ^h	58'	53"
2	8	_____	9	58	53
1	27	_____	9	58	58

Le milieu moyen est	9	59	0 $\frac{1}{2}$
Je l'avois calculé dans la Conn. des Temps	10	0	51
Différence entre le Calcul & l'Observation	1	50	$\frac{1}{2}$

De ces observations on tire aussi le temps que la Lune a employé à se plonger dans l'ombre de 0^h 58' 12"

La durée de l'Immersion totale, ou la demeure dans l'ombre de 1 38 53

Le temps que la Lune a employé à sortir de l'ombre 0 58 37

La durée totale de l'Eclipse de 3 35 42

Remarques sur cette E'clipse.

On peut encore trouver le milieu de l'Eclipse par l'immersion des taches, qui sont toujours plus exactement observées que les émerfions, & en se servant de la phase de 6 doigts dans l'immersion. Par exemple, j'ai trouvé que l'Eclipse étoit de 4 doigts 59' à 8^h 35' 26", & de 6 doigts 13' à 8^h 40' 51". J'en ai conclu, en supposant le progrès le même, qu'elle étoit précisément de 6 doigts à 8^h 39' 54", & ayant observé l'ombre au bord de *Mare Crisium* à 9^h 1' 30", la différence entre cette phase & celle de 6 doigts est de 21' 36"; mais par l'observation correspondante de *Mare Crisium*, faite à 11^h 39' 24", on a le passage du bord précédent de cette tache par le centre de l'ombre, ou plutôt par une droite qui est le lieu du milieu de l'Eclipse, laquelle droite est menée du centre de l'ombre perpendiculaire à l'Orbite de la Lune. Ce passage se trouve à 10^h 20' 27"; si l'on en retranche 21' 36" qu'on a trouvées d'abord entre la phase de 6 doigts & le commencement de *Mare Crisium*, on aura le milieu de l'Eclipse à 9^h 58' 51". J'ai cherché par cette méthode, le milieu de cette Eclipse, en employant l'immersion de quelques-unes des

488 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 taches dont j'étois le plus assuré, & qui par elles-mêmes sont
 plus aisées à déterminer, & je l'ai trouvé:

Par Grimaldi	9 ^h 58' 46"
Par Galilée	9 58 43
Par Plinè	9 59 9
Par Proclus	9 59 11
Par <i>Mare Crisum</i>	9 58 51

Le milieu entre ces cinq, est 9^h 58' 56"; le même à 4" près, que celui qui a été trouvé ci-dessus par les phases en doigts.

Dans cette Eclipsé, l'ombre n'a paru mieux terminée pendant l'immersion que dans l'émerfion. Dans l'immersion totale elle n'étoit pas bien tranchée, peut-être parce que ce bord du disque de la Lune n'est pas si clair & si blanc que celui qui est vers *Grimaldi*. Le recouvrement de lumière qui parut d'abord être douteux, fut cependant une des phases les plus aisées à observer. Pendant quelque temps on apperçut le bord assés clair pour soupçonner l'émerfion; mais peu après, & tout d'un coup, il devint si blanc qu'il n'étoit pas possible d'hésiter.

Lorsque la Lune étoit entièrement plongée dans l'ombre, la partie du limbe, depuis son zénith jusqu'à 90° ou environ, vers la droite, paroissoit plus claire à la vue simple que tout le reste du disque, que l'on remarquoit assés bien. On appercevoit la même chose par la lunete; ce qui alloit depuis *Platon*, jusques vers *Mare Crisum*, & formoit en cet endroit une espee de croissant tout-à-fait semblable à celui de la Lune lorsqu'on la voit près de l'horison au travers des vapeurs, quelques jours devant, ou après la conjonction. Ce croissant s'allongea du côté de *Grimaldi*, & descendit même plus bas; en sorte qu'il sembla former ensuite un anneau presque entier. Mais en même-temps il diminua de largeur. J'observai ce progrès sans lunete, & je fixai par-là à la vue simple le milieu de l'Eclipsé à 9^h 59', ou à 10^h 1'; car j'hésitai pendant 2 minutes.

Ces apparences, qui s'accordent à la route que la Lune a tenue

tenue dans l'ombre de la Terre, m'ont fait juger qu'avant l'invention des lunettes, il étoit possible aux Anciens de fixer assez bien le milieu d'une Éclipse totale de Lune : & peut-être que cette méthode étoit beaucoup plus sûre que par le commencement ou la fin ; car lorsque celle-ci a commencé, ceux qui l'ont observée, ont pû remarquer que la Lune paroissoit éclipfée de plus de 2 doigts à la vue simple ; ce que je n'ai point trouvé de même à la fin de l'Éclipse, quoiqu'il ne me paroisse pas plus de raison pour l'une que pour l'autre phase.

Il paroît par toutes les observations, tant des phases en doigts que des taches, que le mouvement de la Lune a été plus accéléré dans l'immersion que dans l'émerfion, ce qui s'accorde en général aux hypothèses. Car la Lune étoit alors dans le 8.^{me} signe d'Anomalie, & alloit du Perigée à l'Apo-gée : le mouvement de l'ombre au contraire s'accéléroit, le Soleil approchant de son Perigée ; d'où il suit que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, étoit plus grand dans la première moitié de l'Éclipse que dans la seconde ; le gros des observations donneroit environ 10" de différence, dont le milieu vrai de l'Éclipse seroit arrivé plutôt que ce que nous avons déterminé, sans égard à cette considération ; mais il n'est pas aisé de s'en assurer par les observations mêmes, qui doivent être pour cette recherche, plus exactes qu'on n'a droit d'espérer dans une Éclipse de Lune, où les causes physiques peuvent encore beaucoup influencer. En tout cas, il est bon d'y faire attention dans les observations à venir, & en cela l'observation des taches servira autant que celle des doigts.

Pendant que la Lune étoit éclipfée, elle éclipfa aussi diverses Étoiles fixes de la constellation du Taureau, dont je n'ai trouvé aucune marquée dans les Catalogues, ni dans les Cartes des Étoiles fixes. J'en observai deux entr'autres, dont la première sortit du bord de la Lune, vis-à-vis *Messahala* à 9^h 58' à très-peu près, une minute avant le milieu de l'Éclipse. Cette Étoile est entre τ & ι du Taureau, plus proche de τ que de ι , & un peu plus australe que la ligne droite, qui

les joint ; elle est aussi dans une droite tirée de l'Etoile γ ; à la corne boreale marquée β . Le lieu de cette Etoile est à présent en 10° , & près de $27'$ des Gemeaux, avec une latitude d'environ $20'$ septentrionale. Une demi-heure après, ou plus exactement à $10^h 30'$, j'observai l'immersion d'une autre Etoile sous le disque de la Lune, à peu-près vis-à-vis d'Aristarque ; mais comme j'étois attentif alors à ce même bord, par où la Lune devoit sortir de l'ombre, je me contentai de marquer l'heure de cette observation, sans penser à fixer la situation de cette Etoile, que je ne revis plus, lors même qu'elle devoit être sortie. Mais par la comparaison du lieu de la Lune dans cet instant, je trouve qu'elle doit être en 11 degrés environ des Gemeaux, avec une latitude septentrionale de quelques minutes, ce qui suffit toujours pour la reconnoître, & pour en déterminer plus précisément la situation.

J'ai eu la curiosité de comparer l'observation de cette Eclipsé avec ce qui résulte du *Saros*, ou période Chaldaïque des Eclipses lunaires que Pline nous a conservée, & que M. Halley a renouvelée & limitée à 18 ans 10 ou 11 jours $7^h 43' 45''$, & j'ai trouvé qu'à compter du milieu de cette Eclipsé, en retrogradant pendant 2 périodes (parce qu'à n'en compter qu'une, il se trouve en 1714 une Eclipsé de Lune qui n'a pas été visible en Europe) il venoit le milieu d'une Eclipsé de Lune au 9 Novembre 1696 , à $6^h 31' 30''$ du matin, auquel temps il en est effectivement arrivée une qui n'a pas été visible à Paris, mais dont le milieu y est arrivé, suivant deux observations faites à Tours, & à la Rochelle, qui s'accordent entr'elles à $10''$ près, à $4^h 55' 12''$, c'est-à-dire, $1^h 36' 18''$ plutôt que la période Chaldaïque, limitée par M. Halley, ne demande. Ce qui donne $48' 9''$ pour le retardement d'une période, depuis 1714 jusqu'en 1732 , en supposant les observations de Tours & de la Rochelle bien faites ; & sans avoir égard à l'équation de la période que M. Halley a annoncée, mais que je ne trouve donnée nulle part.

Registr. de
l'Acad. 1696.
M. de la Hire,
Obs. M. S.

Tout <i>Mare Crisum</i> à Paris.	11 ^h 43' 24"
à Madrid.	11 18 54
Différence.	24 30
Fin de l'Eclipsé à Paris	11 46 39
à Madrid.	11 22 17
Différence.	24 22

Ces dix observations correspondantes comparées ensemble, donnent pour différence en longitude entre Paris & Madrid, 24' 20" de temps : la plupart s'accordent d'elles-mêmes à donner cette quantité. C'est donc en parties de cercle 6° 5', dont Madrid est plus occidental que Paris, au lieu des observations, & 6° 4' 30" plus occidental que l'Observatoire Royal.

Parmi les observations des Satellites de Jupiter, faites à Madrid, & dont j'ai observé les correspondantes à Paris, j'en trouve deux du premier, le 15 Mai & le 7 Juin 1733, les différences qui en résultent, sont respectivement 24' 7", & 24' 40", ce qui donne pour différence moyenne 24' 23" à très-peu près comme par l'Eclipsé de Lune.

La position de Madrid en longitude avoit varié jusqu'à présent, parmi les Astronomes & Géographes, entre 5° $\frac{1}{2}$, & 7° $\frac{1}{2}$, excepté M. de la Hire qui ne diffère que de 20" d'heure, de ce qui résulte des observations que j'ai rapportées. L'Auteur qui l'avoit le mieux déterminée, est le P. Riccioli qui la donne de 6° 10' dans sa Géographie réformée.

Observation faite à Seville.

M. le Duc de Solferino a fait observer la même Eclipsé à Seville où il veut aussi faire observer les Satellites de Jupiter. Les observations de Seville ne s'accordent pas si bien entre elles & avec les nôtres ; l'erreur va à une minute de plus ou de moins dans la différence. Mais ayant égard aux circonstances, & prenant un milieu, on peut fixer la différence en longitude entre Paris & Seville, à 34' d'heure, ou 8° 30'.

dont Seville est plus occidental que Paris, ou $8^{\circ} 29' \frac{1}{2}$ plus que l'Observatoire, ce qui s'accorde fort bien à ce que M. Harris en a donné par observation.

Observation faite à Chandernagor.

Entre plusieurs observations astronomiques faites à Chandernagor sur le Gange, au Royaume de Bengale, lesquelles j'ai eu occasion de voir, il y a celle de la même Éclipse de Lune, qui paroît faite avec une grande exactitude. J'y trouve vingt-six observations dont j'ai fait ici les correspondantes: elles s'accordent toutes entre elles autant qu'il est possible. Il y en a vingt-quatre qui donnent la même différence en longitude, à moins d'une demi-minute près, je n'en rapporterai ici que quatre des principales Phases.

Commencement de l'Éclipse à Chandernagor	13 ^h 55' 5"
à Paris.	8 10 57

Différence	5 44 8
----------------------	--------

Immersion totale à Chandernagor	14 53 15
à Paris	9 9 9

Différence	5 44 6
----------------------	--------

Recouvrement de lumière à Chandernagor.	16 33 0
à Paris.	10 48 37

Différence	5 44 23
----------------------	---------

Fin de l'Éclipse à Chandernagor.	17 31 10
à Paris.	11 46 39

Différence	5 44 31
----------------------	---------

De ces correspondantes & des autres que je ne rapporte pas, j'ai conclu la véritable différence de $5^h 44' 7''$ dont Chandernagor est plus oriental que Paris, ce qui est précisément le résultat du milieu conclu de part & d'autre, ou $5^h 44' 37''$ à l'égard de l'Observatoire. M. de la Hire donne

494 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
cette différence de $5^h 43'$. Chandernagor fera donc, selon
mon calcul, à $86^{\circ} 9' 15''$ à l'Orient de Paris; & sa latitude
étant, par les Tables de M. de la Hire, & par les mêmes
observations que j'ai vûës, de $22^{\circ} 54'$, on trouvera qu'il
tombe presque sur un autre lieu du Royaume de Bengale,
nommé *Ougly* dans la Carte d'Asie de M. Delisle, publiée
en 1723, dans laquelle j'ai été surpris de ne point trouver
cette position.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES

FAITES

PENDANT L'ANNEE M. DCCXXXII.

Par M. MARALDI.

7 Janvier
1733.

ON a vû plusieurs fois la Lumière Boréale pendant l'année
1732, je l'ai observée le 1.^{er} jour de Mars, le 22
d'Août, le 19 & le 20 de Septembre, le 5, le 15, le 22
& le 23 d'Octobre. Celle du 22 d'Août a été la plus re-
marquable, elle parut à $8^h \frac{1}{2}$ du soir, du côté du Midi, en
forme d'un arc de cercle ou zone qui sortoit à l'Orient d'un
amas de nuages, & s'étendoit jusqu'à l'Occident, elle passoit
par le col du Cigne, par les Etoiles méridionales de la Lire;
à la distance de 15° du Zénith, & rasoit la partie méridio-
nale de la Couronne; elle étoit plus étroite à l'Orient où
elle n'avoit qu'environ 2 degrés de largeur, & s'élargissoit
en allant vers l'Occident, où elle en avoit 5 à 6, & paroissoit
se diviser en deux parties. Elle a pris quelquefois la forme
de la queue d'une Comete, dont la tête seroit cachée. A $9^h \frac{1}{4}$;
il ne restoit que quelque lueur du côté de l'Orient, & on
voyoit vers le Nord, une Aurore Boréale entre les nuages.
A $9^h \frac{1}{2}$, cette lumière parut de nouveau, elle étoit terminée
en pointe du côté de l'Orient, 5 à 6 degrés au dessus d'Al-
genib qui étoit placé au milieu de cette lumière, elle traversoit
du côté du Midi la voye de lait, & passoit par les Etoiles

de la Flèche. Elle étoit foible vers l'Occident, & à 9^h $\frac{3}{4}$ elle disparut entièrement.

Je crois que la Lumière qui parut le 5 d'Octobre, auroit été très-éclatante, si la clarté de la Lune qui étoit sur l'horizon, & avoit été pleine le jour auparavant, ne l'avoit effacée, car à 7^h elle étoit très-bien terminée par un Arc de lumière qui s'élevoit jusqu'aux Étoiles du quarré de la grande Ourse, & qui jettoit quelques rayons de lumière.

Observations sur la quantité de Pluye.

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
En Janvier	0	6 $\frac{1}{6}$	En Juillet	0	10 $\frac{1}{2}$
Février	0	6 $\frac{5}{6}$	Août	0	8 $\frac{2}{6}$
Mars	0	9 $\frac{1}{2}$	Septembre ...	2	6 $\frac{1}{2}$
Avril	1	3 $\frac{1}{2}$	Octobre	2	6 $\frac{1}{2}$
Mai	2	9 $\frac{1}{6}$	Novembre ...	0	8 $\frac{1}{2}$
Juin	2	5	Décembre ...	0	7 $\frac{1}{6}$
	8	4 $\frac{1}{6}$		5	5

La quantité de la Pluye tombée en 1732 est donc de 13 pouces 9 lignes $\frac{1}{6}$, qui est moindre que celle qui tombe dans une année commune déterminée à 17 pouces $\frac{1}{2}$. La Pluye tombée dans les six premiers mois de l'année a été de 8 pouces 4 lignes $\frac{1}{6}$ plus abondante que celle qui est tombée dans les six derniers, qui n'a été que de 5 pouces 5 lignes.

Observations sur le Thermometre.

Le plus grand froid de l'année 1732 est arrivé vers la fin du mois de Janvier. Le 26 de ce mois, la liqueur de l'ancien Thermometre est descendue à 19 degrés $\frac{3}{4}$, celle du Thermometre de M. de Reaumur a été à 6 degrés au dessous de la congelation artificielle de l'eau, & le 27 du même mois la liqueur du premier Thermometre étoit montée à 21 degrés $\frac{1}{2}$; celle du second n'étoit plus qu'à 5 degrés au dessous de la congelation de l'eau.

On a remarqué la plus grande chaleur par les mêmes Thermometres, le 30 de Juillet & le 2 d'Août; on a observé dans ces deux jours, la liqueur de l'ancien Thermometre à 66 degrés le matin au lever du Soleil, & à 74 degrés trois heures après midi. La liqueur de celui de M. de Reaumur a été à 19 degrés $\frac{1}{2}$ le matin, & à 24 $\frac{1}{2}$ le soir.

Sur le Barometre.

Le Barometre a marqué la plus grande élévation du Mercure à 28 pouces 5 lignes le 3, le 4, le 5, le 6 & le 7 de Décembre par les grands brouillards qu'il a fait durant une grande partie de ce mois, & il a marqué la moindre élévation à 27 pouces 6 lignes le 10, le 11 & le 12 d'Avril par un temps couvert & un vent de Sud-ouest: il a été plusieurs fois à 27 pouces 7 lignes le mois de Mars.

Sur la Déclinaison de l'Aimant.

Le 5 de Septembre 1732 nous avons observé avec une Aiguille de 4 pouces la déclinaison de l'Aimant de 15 degrés 15 minutes au Nord-ouest.



* R E P O N S E

Aux Remarques qui ont été faites dans le Journal Historique de la République des Lettres sur le Traité DE LA GRANDEUR ET DE LA FIGURE DE LA TERRE.

Par M. CASSINI.

DANS le Journal Historique de la République des Lettres, des mois de Janvier & Février de l'année 1733, l'on a donné l'extrait de plusieurs Lettres imprimées de M. le Marquis Poleni, entre lesquelles il s'en trouve une (page 105 & suivantes) sur la fameuse Question de la Figure de la Terre, dans laquelle l'Auteur de ce Journal a joint quelques Remarques critiques sur le Traité de la grandeur & de la figure de la Terre, qui tendent non-seulement à jeter quelques doutes sur la précision des observations qui ont été employées dans cet Ouvrage, mais même à y faire remarquer des prétendues absurdités; d'où il conclut qu'en général, on voit si peu d'accord entre les degrés célestes & les mesures terrestres, dans la plûpart des observations que M.^{rs} de l'Académie ont faites en divers lieux du Royaume, que l'on est forcé de convenir que l'on ne sçauroit faire assés de fonds sur les calculs qu'on en déduit, pour décider cette question; sçavoir, si les degrés du Midi sont plus grands que ceux du Nord, ou bien si tous les degrés sont égaux.

Avant que d'entrer en matière pour répondre aux objections de l'Auteur de ce Journal, j'ai crû devoir avertir le Public, que quoique l'Académie Royale des Sciences ait bien voulu que l'Ouvrage dont il est question, ait été mis à la suite

* On a crû ne devoir pas attendre à faire paroître cette Réponse jusqu'à ce qu'on imprimât les Mémoires de l'année dans laquelle elle a été lûe.

Mem. 1732.

de les Memoires de 1718 ; elle n'a point adopté le sentiment sur la figure de la Terre qui en résulte ; elle a seulement approuvé le projet de cet Ouvrage qui lui a été communiqué , de même que la Méthode que l'on a pratiquée pour parvenir aux connoissances que l'on en a déduites ; & s'il y a quelques erreurs , tant dans les calculs , que dans le résultat des observations que l'on a faites ; elles ne doivent être imputées qu'à ceux qui ont travaillé à ces observations , & ont rédigé ce Traité dans l'état où il a été donné au Public.

Cet ouvrage fut proposé par mon Pere , & prolongé en 1684 jusqu'au delà de Bourges vers le Midi , pendant que M. de la Hire y travailloit du côté du Nord. Je l'ai continué avec mon Pere & M. Maraldi , depuis Bourges jusqu'à Collioure en 1700 & 1701 , & après l'avoir achevé entièrement en 1718 avec M.^{rs} de la Hire le fils & Maraldi , en le prolongeant jusqu'à l'extrémité septentrionale du Royaume , j'en ai donné le résultat au Public ; ainsi c'est à moi à en prendre la défense.

Il paroît d'abord dans l'Extrait du Journal de la République des Lettres , que l'on a voulu jeter quelques doutes sur la précision des Observations qui ont été employées pour déterminer l'arc du Méridien , intercepté entre les paralleles de Dunkerque & de Collioure.

Après avoir remarqué dans ce Journal qu'il ne faut qu'un tiers de minute d'erreur dans les Observations faites à Collioure & à Dunkerque pour emporter toute la différence que l'on a trouvée entre les degrés consecutifs de latitude ; on ajoute , que l'on trouve même entre les Observations de M.^{rs} de l'Académie , une Observation de la hauteur du Pole de Collioure , qui fait cette ville de 13 secondes plus méridionale que l'observation dont ils se sont servi , ce qui rend les degrés du Midi plus petits ; & si l'on compare les Observations faites pour déterminer la hauteur du Pole de Dunkerque , on en trouvera un grand nombre , qui font cette hauteur moindre que M.^{rs} de l'Académie ne l'ont supposée de cinq à six secondes pour le moins , ce qui fait précisément ce tiers de minute sur lequel est fondé le sentiment de M.^{rs} de l'Académie ;

à quoi on peut adjôûter que les Observations de M. de la Hire font la hauteur du Pole de Dunkerque de 49 secondes moindre que M.^{rs} de l'Académie ne l'ont supposée ; ce qui feroit que les degrés du Nord seroient plus grands que ceux du Midi.

Voilà une objection qui pourroit paroître spécieuse à ceux qui ne se sont point donné la peine de lire l'Ouvrage critiqué, ou qui n'ont pas une connoissance parfaite de la pratique de l'Astronomie. Ainsi , pour y répondre avec solidité, il est à propos de rendre compte au Public de la précision avec laquelle on peut faire les observations que l'on y a employées, des précautions que l'on doit apporter pour les rendre exactes, & du choix que l'on doit faire entre diverses observations, sur-tout lorsqu'on y emploie des instruments de différentes structures & grandeurs. Car faute de faire ce discernement, tout sera confondu dans l'Astronomie, & il sera libre à tout le monde de former des doutes sur toutes les Observations Astronomiques qui demandent quelque précision, rejeter les bonnes, adopter les moins exactes lorsqu'elles se trouveroient plus conformes à nos hypotheses, ce qui seroit un écueil très-dangereux pour l'Astronomie, & contre lequel on ne sçauroit trop se précautionner.

J'avouerai même que quelqu'intention que l'Auteur du Journal ait eu dans la Critique de cet Ouvrage, je ne sçaurois lui en sçavoir mauvais gré ; puisqu'il me donne par-là occasion de lever tous les doutes que l'on pourroit former sur la précision d'un Ouvrage qui semble intéresser de plus en plus les Sçavans de l'Europe.

Nous commencerons par les observations faites pour déterminer les latitudes, dans lesquelles l'on emploie pour l'ordinaire des Quarts-de-cercle, ou autres arcs de cercle, de plus ou moins de rayon, garnis de lunettes.

Dans le Voyage que nous fîmes en 1700 & 1701 pour prolonger la Méridienne de l'Observatoire de Paris jusqu'aux extrémités méridionales du Royaume, nous en fîmes porter trois dont la description a été donnée dans l'Ouvrage en question, dont deux avoient trois pieds de rayon, & le troisième

étoit de dix pieds ; ce dernier étoit destiné seulement pour les observations des latitudes que l'on devoit faire aux extrémités de la Méridienne. Les deux premiers étoient d'une grandeur suffisante pour les opérations géométriques, & pour déterminer les angles entre divers objets situés à l'horison. La nécessité où l'on étoit de les placer souvent dans des Clochers & d'autres lieux fort étroits, ne permettoit pas d'y en faire transporter de plus grands. Ils étoient d'ailleurs d'une assez grande précision, parce que pour les employer dans ces sortes d'observations, on commence d'abord à diriger la lunette mobile qui est portée sur l'alidade, en la pointant au même objet qui est au centre de la lunette fixe ; faisant en sorte que toutes les deux s'accordent au commencement de la division, ou bien tenant compte dans chaque angle de leur différence. Ainsi chaque observation porte sa vérification ; & quand même les lunettes pourroient se déranger un peu de la direction où elles étoient, par le transport de l'instrument d'un lieu à l'autre, comme il arrive assez souvent, cela ne peut causer aucune erreur sur la quantité de l'angle observé que l'on vérifie encore presque toujours, en observant les angles entre divers objets qui sont tout autour de l'horison, & remarquant si la somme de ces angles est de 360 degrés, ou s'il y a quelque différence, pour en tenir compte sur chaque angle à proportion de sa grandeur.

Ces instruments placés dans une situation verticale avec un cheveu attaché au centre, & suspendu par un plomb pour marquer les hauteurs sur les divisions du limbe, s'employent aussi pour observer les latitudes, & ce sont les mêmes ou d'à peu-près semblables dont M.^{rs} de l'Académie se sont servis dans les Observations qu'ils ont faites par ordre du Roy en divers endroits du Royaume. Mais il s'en faut bien que l'on puisse avoir par leur moyen, dans la quantité de l'angle observé, la même précision que dans les opérations géométriques, à moins que d'y apporter de très-grandes précautions. Car comme les lunettes sont sujettes à quelque variation par le transport d'un lieu à un autre, on ne peut compter sur la

précision des observations que l'on a faites dans un lieu; qu'après avoir vérifié ces instruments dans ce même lieu, ce que l'on pratique pour l'ordinaire par le renversement, en suspendant le cheveu au commencement de la division, & le faisant tomber sur le centre, pour voir si dans cet état la lunette se trouve dirigée au même objet, & tenir compte de la différence, lorsqu'il s'en trouve; ce qui est une opération longue & très-difficile à exécuter, que l'on ne peut même pratiquer que très-rarement, parce qu'il faut trouver un objet qui soit précisément à l'horison pour s'y diriger, ayant soin que le centre de la lunette soit à la même hauteur, lorsque l'instrument est renversé, que lorsqu'il est dans sa situation ordinaire, afin d'avoir le même point de niveau, à moins que la distance ne soit assez grande pour que la différence de hauteur ne fasse pas d'effet sensible sur les degrés de la division; ce qu'il est difficile de rencontrer dans une Ville, & même dans les campagnes. Aussi M.^{rs} de l'Académie n'ont-ils jamais prétendu que ces sortes d'instruments pussent donner la précision nécessaire pour des observations aussi délicates que celles que l'on emploie pour la mesure des degrés.

Ce fut par ces motifs que M. Picard, dans sa celebre Mesure de la Terre, jugea que pour observer avec exactitude l'arc du Méridien compris entre les parallèles de Malvoisine, de Sourdon & d'Amiens, il étoit nécessaire d'y employer un instrument de 10 pieds de rayon dont il donne la description; & qui outre sa grandeur qui en augmente beaucoup la précision, se vérifie d'une manière beaucoup plus simple, & par l'observation même de l'Etoile dont on veut déterminer la distance au Zénith. Nous en avons usé de même, tant à Collioure qu'à Dunkerque, où nous avons fait construire des édifices de charpente pour ces sortes d'observations, & pris toutes les précautions nécessaires pour les faire avec toute l'exactitude requise.

Pour déterminer par leur moyen la distance des Etoiles au Zénith, on dirigeoit l'instrument d'abord vers le Midi ou vers le Nord, & on observoit le point de la division que

marquoit le cheveu vertical, lorsque ces Etoiles étant placées au centre de la lunette, passoient exactement par le Méridien, ce que l'on répétoit plusieurs fois jusqu'à ce que l'on eût plusieurs observations qui donnaissent la même hauteur. On plaçoit ensuite cet instrument dans une autre direction, telle que la partie du limbe qui étoit dirigée, par exemple, vers le Midi, le fût vers le Nord, & on observoit alors au passage de la même Etoile par le Méridien, le point de la division que marquoit le cheveu vertical. La différence entre ces deux hauteurs étant partagée en deux, donnoit la distance apparente de cette Etoile au Zénith indépendamment d'aucune autre vérification. Ainsi par cette raison, ces observations étoient préférables à celles que l'on pouvoit faire par d'autres instruments, lorsqu'ils n'avoient point été vérifiés.

On observoit aussi, par le moyen de ces grands instruments, les Etoiles près du Zénith où la refraction étoit fort petite, & par conséquent peu sujette à induire à erreur, au lieu que dans les observations faites avec les instruments dont on se sert ordinairement, on y employe des hauteurs méridiennes du Soleil, ou des Etoiles fixes à des hauteurs moins grandes, dans lesquelles la refraction est plus sensible, peut être variable dans un même lieu suivant les différentes saisons, & même différente en divers climats, comme on a quelque sujet de le conjecturer.

On peut joindre à cela, que pour déterminer par les hauteurs méridiennes des Etoiles, celle du pôle du lieu où l'on observe, il faut connoître exactement leur déclinaison de l'Equateur, dans laquelle tous les Astronomes ne s'accordent pas toujours à quelques secondes près, & que dans celles des hauteurs méridiennes du Soleil, il faut, outre sa déclinaison, avoir égard à sa parallaxe, sur laquelle les sentiments sont encore partagés.

Tant de raisons de préférence en faveur des instruments de 10 pieds de rayon dont on s'est servi pour déterminer l'arc du Méridien compris entre Collioure & Dunkerque, peuvent-elles laisser quelque doute sur la précision des observations

qui ont été faites par ce moyen ; & je laisse au public à juger, si sans faire aucun discernement sur le choix des instrumens, ni sur la méthode que l'on a employée pour ces sortes d'observations, on peut y opposer, avec quelque fondement, celles qui ont été faites avec des instrumens beaucoup plus petits, & sujets aux diverses sources d'erreurs que l'on vient d'indiquer.

Ainsi sur ce qu'il se trouve une différence de 13 secondes entre la hauteur du pôle de Collioure que j'ai déterminée par un instrument de 10 pieds, & celle que l'on a trouvée par une hauteur méridienne du Soleil observée avec un quart de cercle de 3 pieds ; je réponds en peu de mots que cette dernière observation, quoique faite avec soin, n'a pas le caractère de précision requise pour être mise en parallèle avec celles qui ont été faites avec des instrumens sans comparaison plus grands, & par une méthode beaucoup moins sujette à erreurs, & qu'ainsi j'aurois eu tort d'en faire cet usage.

A l'égard des observations faites pour déterminer la hauteur du pôle de Dunkerque, entre lesquelles l'Auteur du Journal avance dans ses Remarques que l'on en trouvera un grand nombre qui font cette hauteur moindre que M.^{rs} de l'Académie ne l'ont supposée, de 5 à 6 secondes pour le moins : je nie le fait, qu'il est aisé de vérifier dans le Chapitre III de la seconde Partie qu'il cite, puisque la différence entre l'arc du Méridien compris entre Paris & Dunkerque ; que j'ai crû devoir préférer aux autres par de bonnes raisons pour en conclure la grandeur des degrés n'y est marquée que de $2^d 12' 9'' \frac{1}{2}$, au lieu que de cinq autres que j'ai rapportées, il n'y en a qu'une seule qui donne cette différence plus petite, & les quatre autres la font plus grande de plusieurs secondes, ce qui, si on leur donnoit la préférence, rendroit la figure de la Terre encore plus allongée vers les pôles que je ne l'ai conclue.

Il est vrai que les observations que j'ai faites l'année suivante paroissent donner cet arc moindre de quelques secondes, que la précédente ; mais cela n'empêche pas que ce qui résulte de

la comparaison de la plus grande partie de ces observations, ne donne l'arc du Méridien intercepté entre Paris & Dunkerque; plus grand de quelques secondes que celui que j'ai déterminé.

Ainsi si j'avois pris un milieu entre les différentes déterminations qui résultent de nos observations, comme les Astronomes en usent ordinairement lorsqu'ils comparent des observations dont la précision est à peu-près égale; la figure de la Terre qui en auroit résulté, auroit été encore plus favorable au sentiment de son allongement vers les Poles: mais j'ai cru devoir préférer ce qui résultoit de l'observation de l'Etoile γ de la tête du Dragon; parce que, comme je l'ai remarqué au même endroit, cette Etoile avoit été distinguée de jour à Dunkerque, sans qu'il fût nécessaire d'éclairer l'objectif, ce qui fait qu'on l'observe avec précision; & qu'à Paris on a déterminé la distance de cette étoile au Zénith par sept observations qui s'accordoient parfaitement ensemble.

Pour ce qui est des 49 secondes, que suivant la Remarque de l'Auteur du Journal, les observations de M. de la Hire font la hauteur du Pole moindre que M.^{rs} de l'Académie ne l'ont supposée; *ce qui feroit que les degrés du Nord seroient plus grands que ceux du Midi.* Je réponds, de même que je l'ai fait pour la hauteur du Pole de Collioure, que ces observations ont été faites avec des Quarts-de-cercle d'une grandeur ordinaire, sans avoir marqué qu'ils ayent été vérifiés par le renversement, ou par quelque autre manière équivalente; & qu'ainsi elles ne sont pas de la précision requise pour déterminer la grandeur des degrés, ni pour contrebalancer l'autorité de celles qui ont été faites avec nos plus grands instrumens; & en effet, quoiqu'elles ne soient pas favorables au sentiment de la Terre allongée vers les Poles, elles la donneroient si fort aplatie, en les comparant avec celles de M. Picard, que M. Newton même se feroit bien donné de garde de les employer pour appuyer son sentiment.

J'en ai usé ainsi à l'égard de la hauteur de la Chevre, observée à Paris par M. de la Hire, dans le temps que nous faisions à Collioure les observations de la même Etoile.

Elles

Elles avoient donné la différence entre les paralleles de ces deux villes, de $6^d 18' 0''$, plus petite de 57 secondes qu'on ne l'a trouvée ensuite par les grands instrumens ; ce qui donnoit la grandeur du degré vers le Midi beaucoup plus grande que je ne l'ai déterminée, comme on peut voir dans les Mémoires de l'Académie de 1701, où mon Pere avoit employé cette observation pour déterminer la grandeur du degré. Mais quelque favorable qu'elle fût à mon hypothèse, j'ai cru ne devoir pas l'employer par les raisons que j'ai exposées, & qui ne sont que trop convaincantes pour ceux qui ne cherchent que la vérité.

Examinons présentement si les objections que l'Auteur du Journal propose contre le Traité de la grandeur & de la figure de la Terre, & qu'il a déduites des mesures en longitude, sont mieux fondées que les précédentes.

La première de ces objections, est tirée de la différence des Méridiens entre Paris & Montpellier, qui a été déterminée par une éclipse du premier Satellite de Jupiter, observée en 1674, d'un degré 32 minutes & demie.

L'Auteur du Journal remarque que M.^{rs} de l'Académie ont conclu par leurs Triangles, que la distance de Montpellier à la Méridienne de l'Observatoire, étoit de 63 623 toises, au lieu que supposant avec eux le grand axe de la Terre de 65 793 68 toises, & le petit axe de 65 10796, on trouve par le calcul, que l'arc du parallele compris entre cette ville & la Méridienne, devoit être de 63 075 toises seulement ; il est donc, conclut cet Auteur, réellement de 550 toises plus grand qu'il ne le seroit si la supposition de M.^{rs} de l'Académie étoit vraie.

Voilà l'objection de l'Auteur du Journal mise dans tout son jour, & je conviens de tous les faits qu'il avance ; mais cette objection ne peut former aucun doute sur la certitude de nos opérations, que dans l'esprit de ceux qui ignorent entièrement la pratique de l'Astronomie. Il est vrai qu'une erreur de 550 toises sur un degré & demi ou environ de différence en longitude, paroît d'abord être considérable ;

506 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
mais la question est de sçavoir si elle est assés sensible dans la recherche où on l'employe, pour décider pour ou contre, c'est ce qu'il faut éclaircir.

On trouve par le calcul que le degré de longitude sur le parallèle de Montpellier, est de 39350 toises, ce qui donne pour chaque minute de degrés 656 toises; ainsi les 550 toises que l'on a trouvées de différence entre l'arc du parallèle qui résulte des opérations géométriques, & celui qu'on a trouvé par une observation des Satellites de Jupiter, en supposant les axes de la Terre tels que nous les avons déterminés, ne monte pas à une minute de degrés, qui ne fait que 4 secondes d'heure.

Voilà donc à quoi se réduit cette objection; sçavoir si par les observations des Satellites de Jupiter, on peut arriver à une précision de 4 secondes d'heure ou non. Car en supposant qu'il y ait eu une erreur d'une pareille quantité dans la différence des Méridiens observée entre Paris & Montpellier, & qu'au lieu qu'elle a été déterminée de 6 minutes & 10 secondes d'heures, elle ait dû être réellement de 6' 14"; en voilà plus qu'il ne faut pour trouver la valeur des degrés de longitude sur le parallèle de Montpellier, tels qu'ils résultent de la figure de la Terre que j'ai établie. Aussi n'ai-je eu garde de me prévaloir de l'observation de M. Picard, faite à Cette; par laquelle la différence entre le Méridien de Paris & celui de Cette a été déterminée de 5' 30" en temps, plus grande de 5 secondes & demie, ou d'une minute 22 secondes de degrés que celle qui résultoit des Triangles de la Méridienne, dans l'hypothèse de la Terre sphérique; car on m'auroit objecté avec raison, que cette différence n'est pas assés sensible dans les observations, pour qu'on puisse fonder là-dessus aucune hypothèse.

Mais comme tout le monde n'est pas informé de la précision que l'on peut apporter dans les observations qui servent à déterminer les longitudes, je me trouve ici obligé d'en rendre compte, de même que je l'ai fait pour les latitudes; ce qui servira de réponse aux autres objections de la même

nature, mais encore plus frivoles, que l'Auteur du Journal a continué de faire dans le même Extrait.

On sçait que la meilleure méthode, & la plus généralement reçue de tous les Astronomes, pour déterminer les longitudes, est celle où l'on employe les observations des éclipses des Satellites de Jupiter. Ce sont de petites Planetes du second ordre, qui dans le cours de leurs révolutions, rencontrent l'ombre formée par le disque de Jupiter à l'opposite du Soleil; & entrent dans cette ombre, de même que la Lune dans ses Éclipses, entre dans l'ombre de la Terre. On les voit diminuer peu à peu, & elles cessent entièrement d'être apperçûes lorsqu'il n'en reste qu'une portion trop petite, pour qu'on puisse la distinguer par la lunette avec laquelle on les observe.

Aussi a-t-on remarqué que plus les lunettes sont grandes, plus le Satellite employe de temps à entrer dans l'ombre de Jupiter, ou à en sortir; de sorte que l'on en apperçoit plutôt l'immersion & plutôt l'émerison, avec une différence qui peut monter dans le premier Satellite, à 30 secondes ou environ, dans deux lunettes de 16 & de 34 pieds d'égale bonté. Car dans les autres Satellites on y remarque encore plus de différence, à cause que leur mouvement se fait avec plus de lenteur.

Il en est de même des observations faites par différents Astronomes; ceux qui ont la vûe la meilleure, & y sont les plus exercés, voyent ordinairement ces Satellites plutôt dans leur immersion, & plutôt dans leur émerison; & il arrive même assés souvent que deux Observateurs qui sont dans un même lieu, les apperçoivent tantôt plutôt les uns que les autres, suivant la disposition de l'œil, & que Jupiter se trouve plus ou moins près du centre de la lunette dans le tems de l'Éclipse, ce qui cause souvent des différences de plus de 10 secondes d'heure, comme on le peut voir dans les Registres de nos observations. S'il se trouve de pareilles différences entre des observations faites dans un même lieu où la disposition de l'air est la même, que doit-on penser de celles qui se font dans des lieux différents, où l'air pouvant avoir quelques degrés,

plus ou moins de sérénité, cela doit influencer sur leur précision.

Aussi aucun Astronome n'a-t-il jamais cru qu'on pût par ce moyen, déterminer les différences de Méridien avec une précision de plus de 10 secondes, à moins que ce ne soit par des observations réitérées, faites dans un temps fort serein & dans les circonstances les plus favorables.

Quelle peut être donc la solidité d'une objection, fondée sur une différence de 4 secondes d'heure, dans la distance en longitude de Paris à Montpellier, qui résulte d'une seule observation des Satellites de Jupiter, & à laquelle j'aurois pu répondre par les propres paroles de l'Auteur, *que l'erreur du moins peut aisément être attribuée aux observations qui ont servi à déterminer la longitude.* Mais nonobstant un aveu si sincère ; il ne laisse pas de continuer ses objections sur le même principe, tirées des distances à la Méridienne encore plus petites ; de Calais, Dunkerque, Bourges, & Vouzon, comparées avec les observations de leur longitude. La première de ces distances n'est que de 17436 toises, la seconde de 1414 ; la troisième de 2358, la quatrième de 10788 ; & il en conclut des absurdités les unes pires que les autres ; mais sur qui doivent retomber ces absurdités ? Est-ce sur des observations de différente nature, que l'on ne peut pas raisonnablement comparer ensemble dans d'aussi petites distances que celles qui sont rapportées ; ou bien sur la conclusion qu'il en tire, *qu'on seroit porté à croire que la Méridienne décline un peu vers l'Occident dans sa portion septentrionale, puisque les degrés qu'il y a depuis Calais à la Méridienne sont excessivement petits, & que ceux de Dunkerque à la Méridienne, qui sont à l'Orient, se trouvent excessivement grands ?*

Aussi me permettra-t-il de ne pas souscrire à de pareilles conclusions, non plus qu'à celles qui sont répandues dans tout l'Extrait, qu'on ne sçauroit tirer aucunes lumières de toutes ces observations, & que tout ce qu'on en peut bien conclurre, c'est qu'il y a quelque erreur dans les mesures terrestres ou célestes ; car il suffira de lui répondre que ces distances mesurées géométriquement, sont trop petites pour être

comparées aux observations astronomiques, faites pour déterminer les longitudes, que l'on sçait ne pouvoir être employées utilement que dans des lieux fort éloignés les uns des autres; parce que plus les distances sont grandes, plus l'erreur est petite sur chaque degré.

C'est par cette raison que je ne suis pas du sentiment qui se trouve dans l'extrait de la lettre de M. Poleni, *que pour résoudre cette question, il suffit de mesurer un degré de latitude & un de longitude.*

Dans les derniers Voyages que nous avons faits, par ordre du Roy, en 1733 & en 1734, pour prolonger le parallèle de Paris jusqu'aux extrémités occidentales & orientales du Royaume, nous avons mesuré un intervalle de $4^{\text{d}} \frac{1}{2}$ en longitude du côté de l'Occident, & de près de $5^{\text{d}} \frac{1}{2}$ du côté de l'Orient.

Les opérations géométriques comparées avec les différences de longitude déterminées, il y a plusieurs années, par les plus excellents Astronomes de notre temps, se sont toutes accordées à donner les degrés en longitude, plus petits que dans l'hypothèse sphérique; d'où il résulte que la Terre est encore plus allongée vers les Poles que je ne l'avois déterminée par les opérations de la Méridienne. Cependant je n'ai pas crû devoir encore regarder ces observations comme une preuve de mon sentiment, & je me suis contenté, dans le compte que j'en ai rendu en dernier lieu à l'Académie, de dire que si toutes ces observations qui concourent ensemble pour donner à la Terre, la figure d'une ellipse allongée vers les Poles de la Terre, n'en doivent pas être regardées comme une preuve complète, elles doivent être du moins d'un très-grand préjugé en faveur de cette opinion.

Je finirai ma réponse par la dernière objection de l'Auteur du Journal, qui remarque *que si on compare les observations que M. Picard avoit faites de Malvoisine à Sourdon, avec la continuation de ces observations depuis Sourdon jusqu'à Dunkerque, on trouvera 86 toises de différence dans les valeurs de ces deux degrés consecutifs, au lieu de 31 toises que M.^r de*

l'Académie supposent ; & qu'enfin une preuve sensible qu'il y a eû quelque erreur, c'est que la base que l'on avoit empruntée de ces opérations de M. Picard, ne s'est pas accordée avec la base mesurée à Dunkerque, puisqu'on a été obligé de choisir entre les triangles de M. Picard, ceux qui donnoient les moindres longueurs, quoique M. Picard les eût rejetées sans doute, comme moins certaines.

Je pourrois répondre à la première partie de cette objection, qu'elle est favorable au système de la Terre allongée vers les Poles, & qu'elle ne prouve autre chose, si ce n'est qu'elle l'est encore plus que je ne l'ai déterminée, ce qui paroît conforme aux observations faites en dernier lieu sur le parallèle de Paris. Mais il faut convenir de bonne foi que les distances employées dans cette recherche, de Malvoisine à Sourdon, & de Sourdon à Dunkerque, sont trop petites pour en déduire des conséquences avec quelque certitude ; puisqu'il suffit de supposer une erreur d'une ou deux secondes, tant dans les observations de M. Picard que dans les nôtres, pour faire cette différence.

Enfin pour ce qui est de la base mesurée à Dunkerque ; que l'Auteur remarque ne s'être pas trouvée s'accorder avec celle de M. Picard, ce qui m'a obligé de choisir entre les triangles de M. Picard, ceux qui donnent les moindres longueurs, je conviens du fait, mais il me semble qu'on ne me peut pas reprocher d'avoir choisi entre deux suites de triangles ; ceux que j'ai trouvés s'accorder le mieux à mes opérations, avec d'autant plus de raison que c'étoient les triangles que M. Picard avoit nommés principaux, & dont tous les trois angles avoient été observés, ce qui sembloit leur devoir donner une grande préférence. Mais les petites différences que j'y ai remarquées, ne donnent point atteinte à l'excellence de cet ouvrage qui est le premier dans ce genre, qui ait été fait avec toute la précision dont les plus habiles Astronomes sont capables.

M. Picard n'avoit pas tenu compte dans ses observations, de la refraction, parce que de son temps, on ne croyoit pas

qu'elles s'étendit à d'aussi grandes hauteurs que celles des Étoiles qu'il y avoit employées, ce qui diminuë réellement la mesure de ses degrés. Il convient lui-même que nonobstant toute l'exactitude possible, il ne pouvoit pas répondre de 2" sur chaque observation. En voilà beaucoup plus qu'il est nécessaire pour concilier ses opérations avec les nôtres. Mais j'ai crû qu'il ne convenoit pas de lui attribuer une pareille erreur, quoique fort petite, sans aucun fondement, plutôt que de faire voir qu'en faisant quelque choix entre ses observations, nous nous trouvions d'accord assés parfaitement.

Après tout ce que je viens d'exposer, je ne crois pas que le Public, & encore moins les Sçavants, tombent d'accord de la conclusion de l'Auteur du Journal que j'ai inferée au commencement de cette Réponse, sur le peu d'accord entre la plupart des observations que M.^{rs} de l'Académie ont faites en divers endroits du Royaume, & sur le peu de fonds que l'on en doit faire pour décider la question sur la grandeur des degrés.

Je me donnerai cependant bien de garde, en entreprenant une défense si légitime, de tomber dans un excès contraire, de soutenir que ces observations n'ont été susceptibles d'aucunes erreurs. Elles ont toutes leur précision jusqu'à un certain degré; mais elles ne sont pas exemptes des plus petites erreurs, tant de la part de ceux qui les ont faites, que des ouvriers qui ont construit les instruments. C'est à la prudence des Astronomes d'en faire un juste discernement, tant dans le choix des instruments, que dans la méthode de les employer, ce que l'on a eû soin de faire avec toute la précision dont on a été capable.

Je dois avertir ici que sur ce qui m'avoit été rapporté de l'extrait du Journal que je n'avois pas encore entre les mains; j'ai fait calculer de nouveau, les distances de Collioure, Dunkerque, & de tous les autres lieux, tant à la Méridienne qu'à l'Observatoire, & qu'on les a trouvées précisément de même que je les avois déterminées dans la mesure de la Terre. Un de mes amis avoit aussi, il y a déjà quelques années,

512 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

pris la peine de calculer tous les triangles qui y sont employés, & m'en avoit communiqué quelques erreurs d'impression, ou de transpositions de chiffres; mais aucune ne tombe sur le résultat des mesures que j'ai conclus, comme on peut s'en assurer par le rapport que j'ai crû devoir faire ici de ces erreurs, qui serviront d'*errata* pour ceux qui ont le livre entre les mains.

Fautes à corriger dans le Traité DE LA GRANDEUR ET DE LA FIGURE DE LA TERRE.

Suite des Mémoires de 1718.

Page 55, ligne 19, 1^{re} colonne, lisés *HIR*, au lieu de *HRI*.

59, 8, 2^{de} colonne, lisés 11170. 2. au lieu de
17257. 3.

61, 6, 2^{de} col. lis. 17177. au lieu de 16782. 3.
19, 1^{re} col. lis. *EF*, au lieu de *BF*.

62, 5, 2^{de} colonne, lisés, 14247. 4. au lieu de
14247. 7.

63, 27, lis. 4189. au lieu de 6489.

65, 3, lis. Neuvy-Pailloux, au lieu de Saint-
André de Château-Roux.

6, lis. 2398. au lieu de 6094.

7, lis. 6094. au lieu de 2398.

22, lis. Oriental, au lieu d'Occidental.

71, 26, 2^{de} col. lis. 29887. au lieu de 29987.
dernière, 2^{de} colonne, lisés, 14061. 5. au lieu de
14601. 5.

76, 19, 1^{re} colonne, lisés, 17426. 2. au lieu de
17246. 2.

12, 2^{de} col. lis. *FG*, au lieu de *FO*.

85, 24, 1^{re} col. lis. 47390. au lieu de 43790.

87, 18, 1^{re} col. lis. *NμQ*, au lieu de *NQμ*.

92, 14, lis. 9289. au lieu de 4489.

15, lis. 4489. au lieu de 9289.

27, lis. Sud, au lieu de Nord.

Page 95.

- Pape 59, ligne 31, *lif.* 3708. au lieu de 11657.
 32, *lif.* 11657. au lieu de 3708.
 96, 24, *lif.* 21 Or. au lieu de 21 Occ.
 97, 13, *lifés*, Signal du Nord, au lieu du Signal
 du Sud.
 15, *lifés*, Signal du Sud, au lieu du Signal
 du Nord.
 133, dern. 1^{re} colonne, *lifés*, 5521. 2. au lieu de
 13116.
 200, 4, *lif.* 5814. au lieu de 6814.
 10, *lif.* 5814. au lieu de 6814.
 206, 5, 2^{de} colonne, *lif.* 60. 59. 55. au lieu de
 50. 59. 55.
 dern. *lif.* SaT, au lieu de aTS.
 207, 4, *lif.* aT, au lieu de Ra.
 208, 3, 1^{re} col. il faut mettre entre la 3^{me} & 4^{me}
 ligne, au Triangle SVY.
 210, 1, *lif.* 7723. au lieu de 2332.
 2, *lif.* 2332. au lieu de 7723.
 214, 19, *lif.* du Signal des Dunes à Furnes, au lieu
 de Dunquerque à Furnes.
 216, 15, *lif.* Bapaumes 18904. 4. Or. au lieu de
 Bapaumes 18904. 4. Occ.
 19, *lif.* Bonnières 2896. 5. Occ. au lieu de
 Bonnières 2896. 5. Or.
 305, 5, *lif.* 44^d 29' 20", au lieu de 44^d 49' 20".

FIN.











